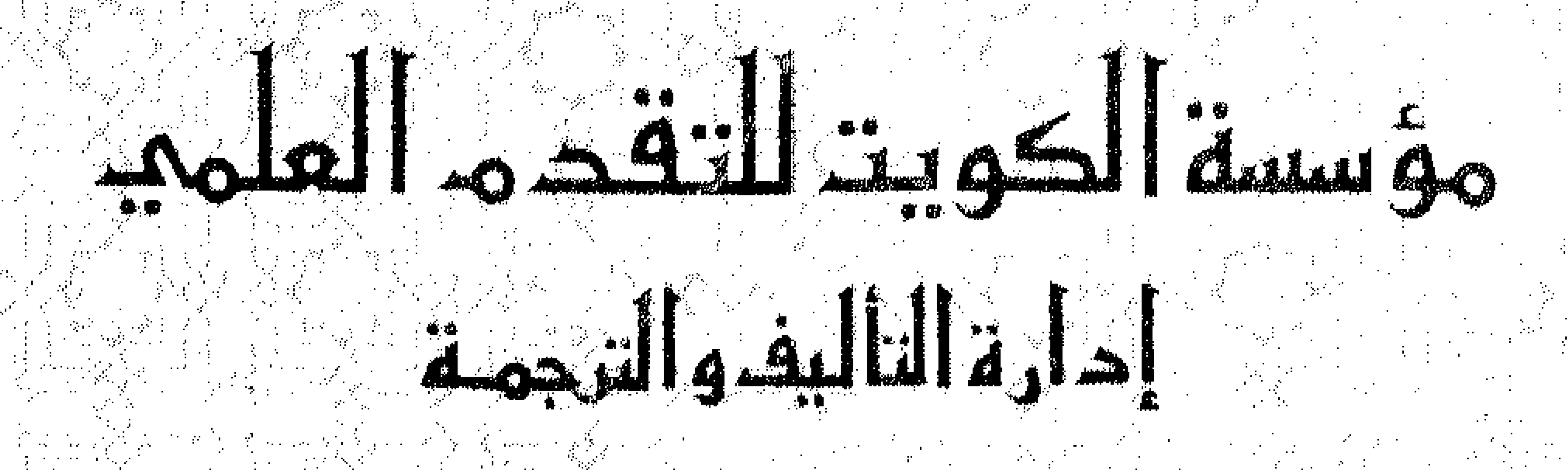
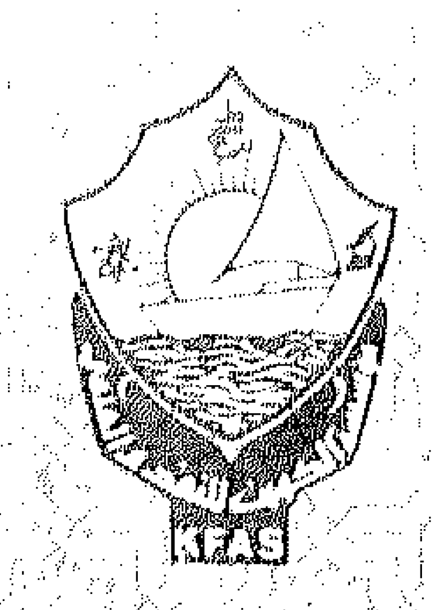
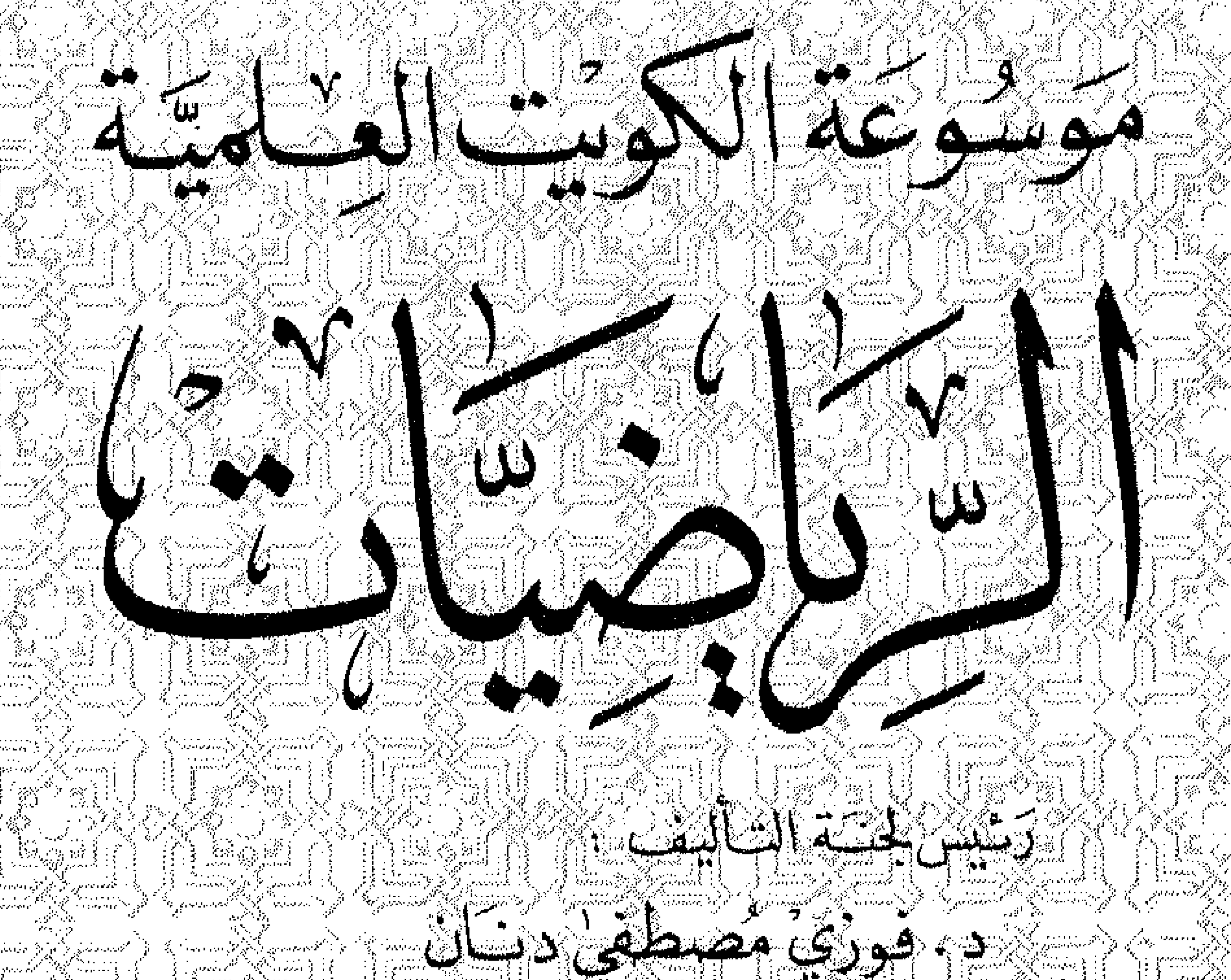


مؤسسة الكويت للتقدم العلمي

إدارة التأليف والترجمة





موسوعة الكويت العلمية

الرياضيات

رئيس لجنة التأليف:

د. فوزي مصطفى دنان

الأعضاء:

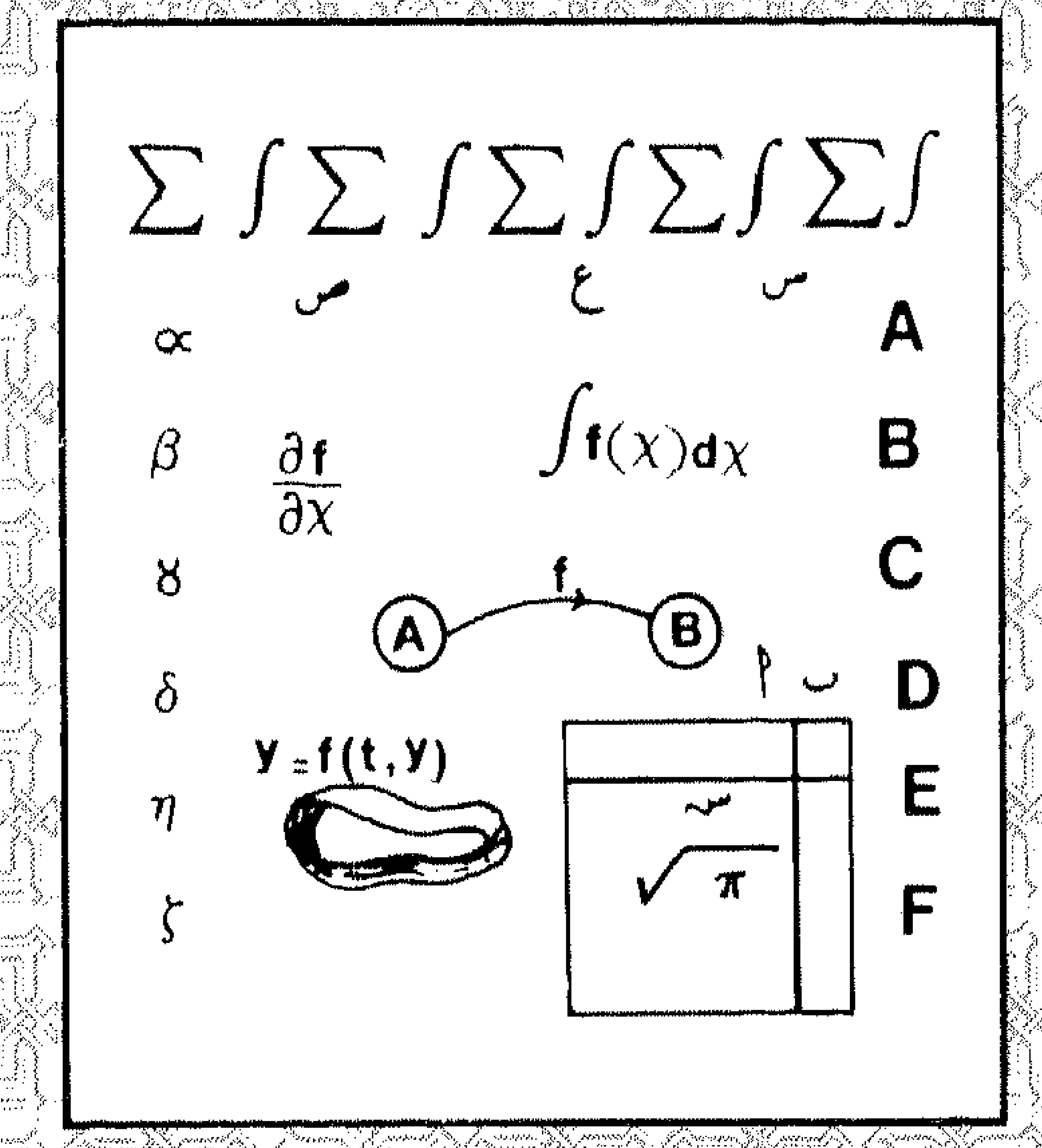
د. سعد طه باقر

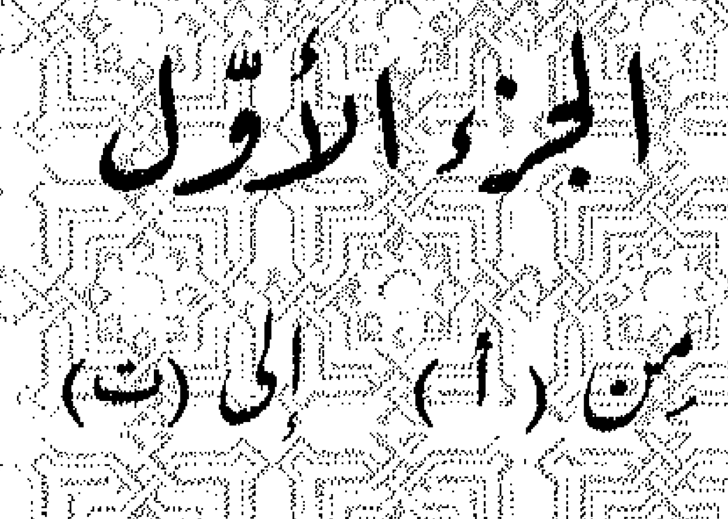
د. صابر نصر العايدي

د. هاني رضا فران

مستشار الموسوعة:

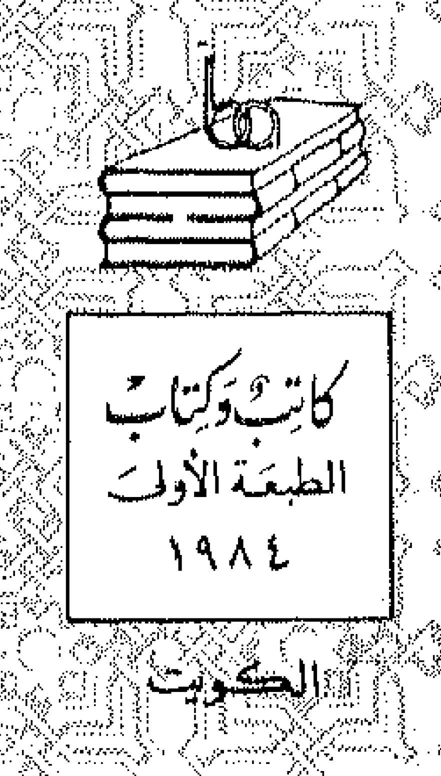
د. عدنان السيد هاشم العقيل





الجزء الأول

من (أ) إلى (ت)



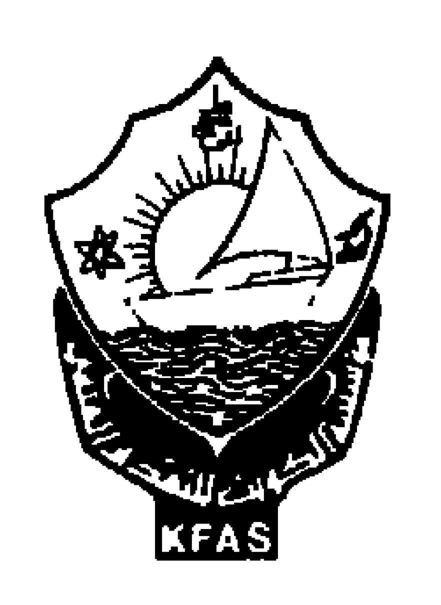
كاتب وكتاب

الطبعة الأولى

١٩٨٤

الكويت

اهداءات ٢٠٠٣
مؤسسة الكويت للتقدم العلمي
الكويت



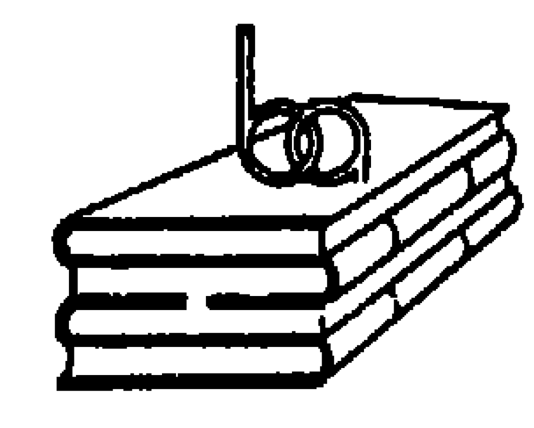
مؤسسة الكويت للتقدم العلمي
إدارة التأليف والترجمة
موسوعة الكويت العلمية

موسوعة الرياضيات

الجزء الأول

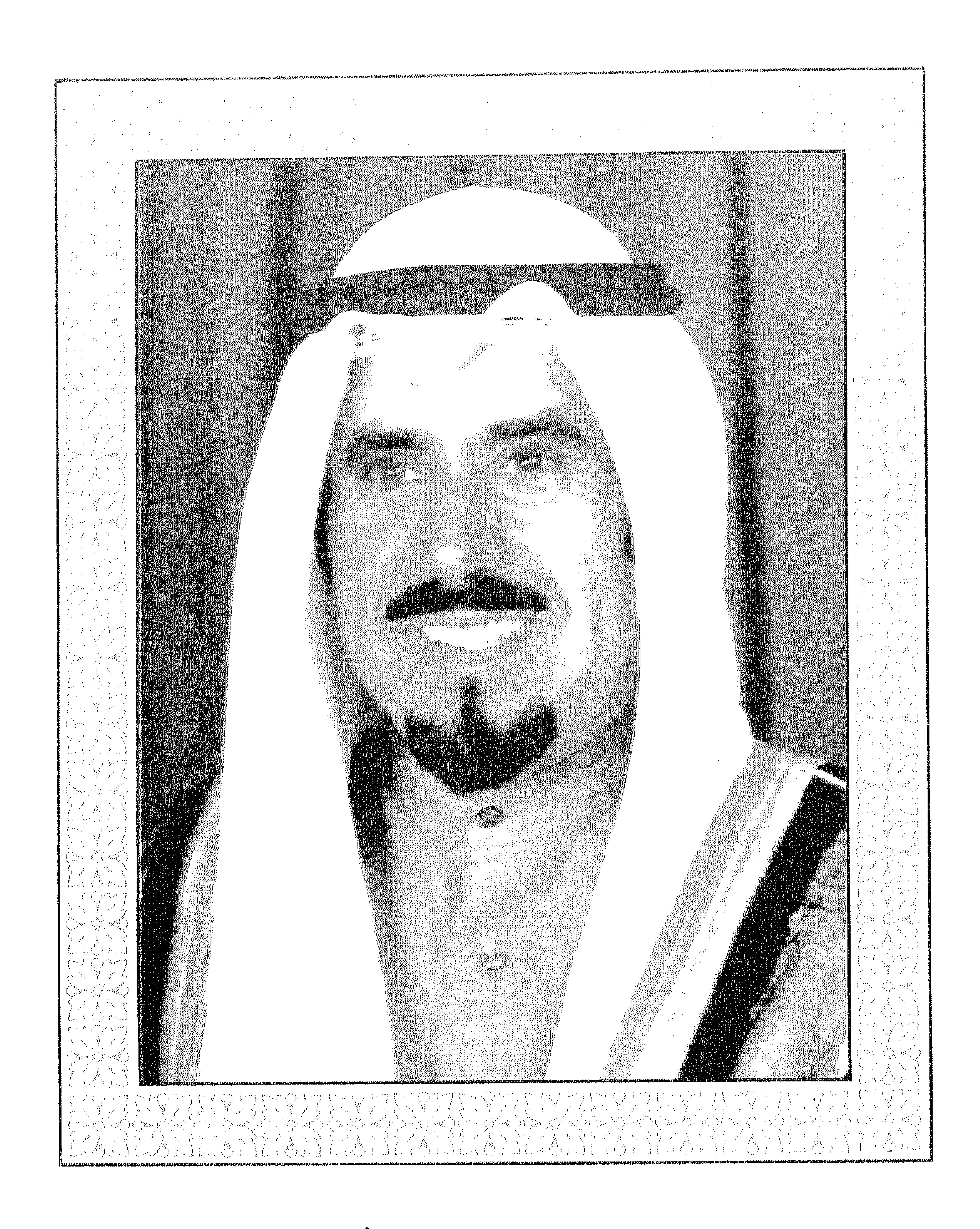
من (أ) إلى (ت)

رئيس لجنة التأليف :
د . فوزي مصطفى دنان
الأعضاء :
د . سعد طه باقر
د . صابر نصر العايدي
د . هاني رضا فران
مستشار الموسوعة :
د . عدنان السيد هاشم العقيل



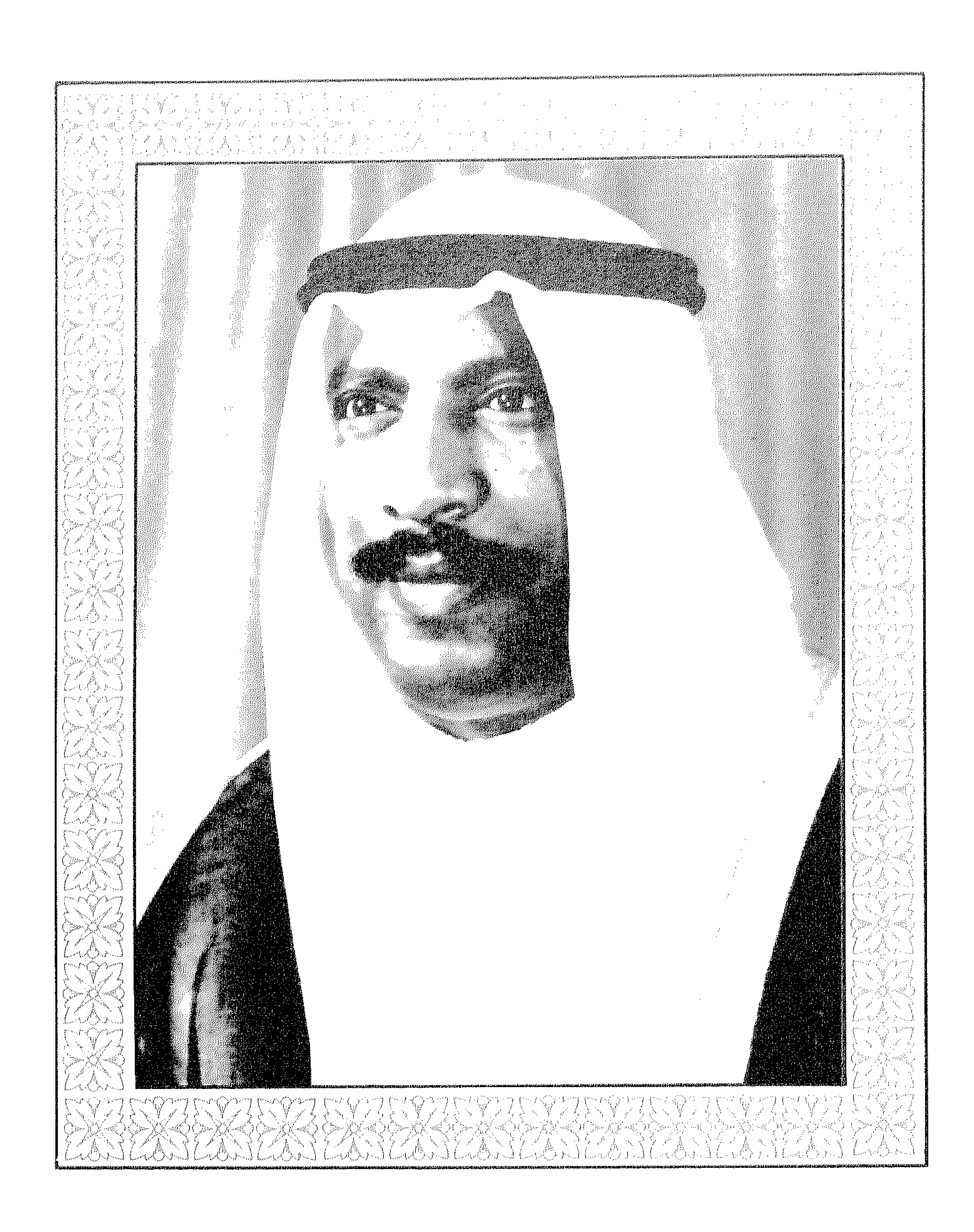
كاتب وكتاب
الطبعة الأولى
١٩٨٤
الكويت

الطبعة الأولى
١٤٠٤هـ
١٩٨٤ م



صاحب السمو الشيخ جابر الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت



سمو الشيخ سعد العبد الله السالم الصباح
ولي العهد ورئيس مجلس الوزراء

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ لِتَبْتَغُواْ فَضْلًا مِّن رَّبِّكُمْ وَلِتَعْلَمُواْ عَدَدَ ٱلسِّنِينَ وَٱلْحِسَابَ ﴾ .

(صدق الله العظيم)

سورة الإسراء: آية ١٢.

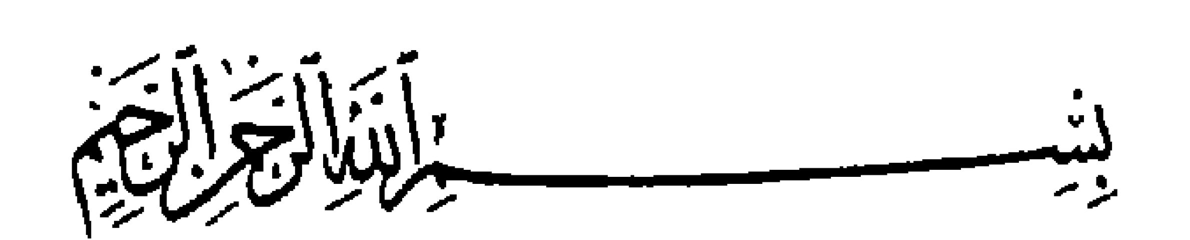
فهرست هذا الجزء

الجزء الأول : من (أ) إلى (ت)

الجزء الثاني : من (ث) إلى (ص)

الجزء الثالث : من (ض) إلى (ل)

الجزء الرابع : من (م) إلى (ي)



تمهيد

لا مراء أن إثراء المكتبة العربية بالمؤلفات العلمية في الدراسات التخصصية، يُعَدّ أحد أهم أهداف مؤسسة الكويت للتقدم العلمي. كما أنه مما لا شك فيه أن مشروع موسوعة الكويت العلمية بتخصصاتها المختلفة، من رياضيات، وكيمياء، وجيولوجيا، وتربية، ونبات وكائنات دقيقة، مع ما تخطط له إدارة التأليف والترجمة من مشروعات مستقبلية يُعَدّ لبنة أساسية في بناء الخلفية العلمية والثقافية للغتنا العربية.

وإذ يشرفني تقديم هذا الجهد الذي يشهد لمعديه بالتضحية والهمّة والتكريس العلمي، آمل أن يجد مكانه بين قراء العربية وأن يحتل مكانته بين المؤلفات العلمية العالمية..

والله ولي التوفيق.

المدير العام بالوكالة

أ. خالد شمس الدين

تقديم موسوعة الرياضيات

إن في تراثنا العربي الإسلامي كنوزاً من الكلمات والمصطلحات والتراكيب وأدوات التطوير، وأساليب للإثراء والنمو، تشكل معينًا لا ينضب من الألفاظ التي تجعل لغتنا العربية وعاء لا يضيق بمعنى، وتعبيرًا لا يقصر عن دلالة، ورحابة لا تعجز عن احتواء الجديد.

«وإذا كان العرب اليوم قد قصّروا لأسباب متنوعة ومتعددة، عن خدمة لغتهم وقعدوا عن إدامتها وإثرائها، فإن هذا لا يعني أنها أصبحت كذلك لأنها في الأصل كذلك. وقديماً قيل: عدم العلم بالشيء لا يلزم عدم الشيء. فعدم معرفة العرب المعاصرين بحدود لغتهم وأعماقها، لا يلزم عنه بوجه من الوجوه أن يبقى حكم الناس أسيرًا لهذا الواقع الذي فرضوه عليها، ولم تفرضه هي عليهم»[1].

وما أحوجنا اليوم ــ في عصر نسعى فيه إلى مواكبة التكنولوجيا ــ إلى تضافر الجهود، وشحذ الهمم في سبيل العناية بلغتنا العربية، عناية أسلافنا، وأن نحتفي بها مثل حفاوة السابقين الأولين من العرب والمسلمين، حين كانت لغتهم تعيش أيام مشاعرهم وضمائرهم، خاصة وأن ما نقدمه من الموسوعة الرياضية يشير إلى مدى ما يمكن أن تصل إليه الجهود التي نأمل لها الاستمرار والتكاتف والتنسيق.

---

(١) التعريب ضرورة في الجامعات العربية، عبد الوهاب محمد عامر. مجلة اتحاد الجامعات العربية، العدد التاسع، آذار ١٩٧٦م.

كما وأن عملية التعريب الفني ونقل المعلومات والثقافات لم تكن وليدة يومها، وإنما هي أمر قام به العرب ونهضوا به منذ القدم، فقد تمكّن القدماء في عصور الحضارة الإسلامية من صياغة علوم وثقافات لم تكن تخطر على بال أي عربي من قبل، فطوّعوا هذه العلوم والثقافات، كما طوّعوا اللغة العربية لتعبر عن أدق المعاني، فأخذوا ونقلوا ثقافات وفلسفات عن اليونانية والفارسية منذ ظهور الإسلام.

فاستطاع العرب بلغتهم الأصيلة أن يتذوقوا فلسفة أرسطو، كما تمتعوا بما في حوزة بطليموس من بحث وعلم[1]. وكانت اللغة العربية أداة علمائنا العظام في الكتابة والتعبير في الفيزياء والفلك والرياضة.

وتراثنا العلمي القديم ـ ما نقل منه إلى العربية وما نقل منها إلى غيرها من اللغات ـ يفتح لنا آفاقاً لا يحدّها بصر، ومساحات لا يصل إلى نهايتها عقل، وإن في تجارب أسلافنا خير منارات تهدينا إلى سواء السبيل.. والله الموفق.

مستشار موسوعة الكويت العلمية
د. عدنان السيد هاشم العقيل

---

(١) دور التراث العربي في تعريب التعليم الجامعي، حميد عبيد الكبيسي. دراسات عربية وإسلامية، القاهرة ١٩٨٢م.

مقدمة موسوعة الرياضيات

لا شك في أن النهضة العلمية هي إحدى مقومات حضارة أية أمة من الأمم، ويكتمل بناء هذه النهضة ببناء لغة علمية تكون أداة طيّعة يتم من خلالها نشر هذه النهضة على أوسع نطاق والارتقاء بها إلى أعلى مستوى. ولقد كان علم الرياضيات، وما زال، أحد الأسس المتينة التي تُبنى عليها كافة الفروع العلمية التطبيقية منها والنظرية. ولا بد أن نذكر هنا بكل الفخر والاعتزاز التراث العربي والإسلامي واللغة العلمية العربية التي واكبته، واللذين كان لهما كبير الأثر في الحضارة الإنسانية حتى يومنا هذا.

وإيماناً منا في المساهمة لإعادة بناء تلك الحضارة العربية، فقد طرحنا مشروع الموسوعة الرياضية الذي لاقى تجاوباً كبيرًا من مؤسسة الكويت للتقدم العلمي التي أخذت على عاتقها تمويل هذا المشروع مع عدد من المشاريع المهمة سعيًا منها إلى إرساء قواعد نهضة علمية عربية حقيقية.

ولا يسعنا إلا أن نتقدم بالشكر والامتنان إلى «مؤسسة الكويت للتقدم العلمي» ممثّلة بمديرها العام السيد الدكتور عدنان العقيل الذي لم يبخل أبداً بتقديم المشورة والخبرة من أجل صدور هذا العمل في أفضل صورة، كما نشكر له تعاونه الدائم معنا إلى أقصى الحدود.

كما نشكر هنا السيد الدكتور مصطفى محمود حلمي، مشرف إدارة التأليف والترجمة، لجهوده المبذولة من أجل تخطي العقبات في ظهور هذا العمل إلى النور.

كذلك نتوجه بالشكر إلى جميع المختصين اللغويين الذين تمت استشارتهم من أجل وضع أو نحت المصطلحات العلمية، ونخص بالذكر الدكتور عبد الله الدنان، الذي ساهم في إدخال عدد من المصطلحات العربية وفي تطويع اللغة العربية لتساير الاشتقاقات اللغوية العلمية.

كذلك فإننا نشكر كل من ساهم في إبداء الملاحظات القيمة حول هذه الموسوعة، ونخص بالذكر الدكتور أحمد سليم سعيدان، الحاصل على جائزة مؤسسة الكويت للتقدم العلمي في تاريخ الرياضيات عند العرب والمسلمين.

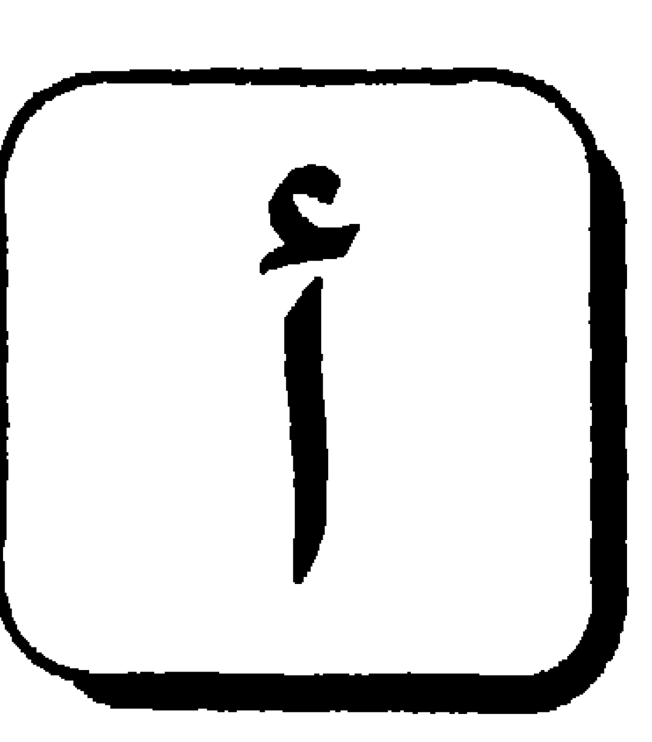
كما نتوجه بالشكر إلى الأستاذ منير البعلبكي، الحاصل على جائزة مؤسسة الكويت للتقدم العلمي عن موسوعة المورد، والذي أبدى عدداً من الملاحظات القيمة، كما أننا نعتز بمباركته للأسلوب والمنهجية التي اتبعناها في إنجاز هذه الموسوعة.

كما نشكر الآنسة انشراح عوض والآنسة إيمان القدسي، من أجل تعاونهما الكامل معنا في أعمال السكرتارية المتعلقة بالموسوعة والتي تتطلب دأباً ومثابرة.

ولا يسعنا أيضًا إلّا أن نتقدم بالشكر إلى جميع الجنود المجهولين الذين قاموا بطباعة هذه الموسوعة بكل دقة وأمانة. والتي نتناول في نصوصها شرحًا مفصلاً ومختصرًا في ترتيب هجائي، لأهم المصطلحات الرياضية.

وأخيراً، إذ ندفع هذا العمل إلى القراء فإننا لا ندَّعي الكمال، ولكننا سعينا إلى ذلك في محاولة جادة مضنية. ولذا، فإننا نفتح صدورنا رحبة لجميع الملاحظات والتوجيهات والانتقادات التي تساعدنا في وضع هذه الموسوعة بالصورة الأفضل، آملين أن نساهم بدورنا في إغناء المكتبة العربية العلمية.

والله الموفق.



COALITION **ائتلاف**

في مباراة يشترك فيها n شخصًا، يحدث ائتلاف بين مجموعة (أكثر من واحد) من اللاعبين إذا نسق هؤلاء خططهم؛ وذلك من أجل مصلحتهم المشتركة.

انظر مباراة ــ مباراة تعاونية.

INITIAL **ابتدائي**

- النقطة الابتدائية:

انظر منحنى وموجه ــ الخط الموجه.

- الضلع الابتدائي لزاوية:

انظر زاوية.

SAILING **إبحار**

- إبحار منتصف خط العرض:

تقريب الفرق في خط الطول (DL) لمكانين باستخدام خطي العرض ($L_2.L_1$) والمغادرة (P) طبقاً للصيغة $DL = p \sec \frac{1}{2}(L_1 + L_2)$ محسوبة بالدقائق.

● إبحار متواز:

إبحار موازٍ لخط العرض باستخدام الصيغة السابقة بعد تعويض $L_1 = L_2$

● إبحار مستو:

إبحار في خط متزاوٍ مع خطوط الطول. ونسمي الزاوية الثابتة التي يصنعها خط التزاوي مع خطوط الطول مسار السفينة.

● مثلث الإبحار المستوي:

انظر مثلث: مثلث الإبحار المستوي.

ابسلون EPSILON

هو الحرف الخامس في الألفباء اليونانية. ويرمز للحرف الصغير منه بالرمز ϵ والكبير بالرمز E.

● سلسلة ابسلون:

هو تتال منته من النقط $p_1, p_2, \ldots, p_n$ بحيث تكون المسافة بين أية نقطتين متتاليتين أقل من ابسلون ϵ حيث $\epsilon > o$. وفي المجموعة المتصلة يمكن وصل أية نقطتين فيها بسلسلة ابسلون لأي $\epsilon > o$، وتكون المجموعة المتراصة متصلة إذا كان بالإمكان وصل أية نقطتين فيها بسلسلة ابسلون لأي $o < \epsilon$.

● رموز ابسلون:

هي الرموز $\epsilon^{i_1 i_2 \ldots i_k}$ و $\epsilon_{i_1 i_2 \ldots i_k}$ والتي تعرف بأنها تساوي الصفر إذا لم تكن المجموعة $\{i_1, i_2, \ldots, i_k\}$ بنفس ترتيب المجموعة $\{1,2,\ldots,k\}$ وتساوي 1 إذا كانت المجموعة $\{i_1,i_2,\ldots,i_k\}$ تبديلاً زوجياً للمجموعة $\{1,2,\ldots,k\}$ وتساوي -1 إذا كانت المجموعة $\{i_1,i_2,\ldots,i_k\}$ تبديلاً فردياً للمجموعة $\{1,2,\ldots,k\}$ وإذا كانت

$$\delta^{i_1 i_2 \ldots i_k}_{i_1 i_2 \ldots i_k}$$

هي دلتا كرونكر المعممة فإن

$$\epsilon^{i_1 i_2 \dots i_k} = \delta^{i_1 i_2 \dots i_k}_{1\,2 \dots k}$$

$$= \delta^{1\,2 \dots k}_{i_1 i_2 \dots i_k} = \epsilon_{i_1 i_2 \dots i_k}$$

ومن الملاحظ أن رمزي ابسلون يكونان حقلي موترات عددية نسبية بوزني 1 و 1- على الترتيب.

آبل، نيل هنريك — ABEL, NIELS HENRIK (1802-1829)

هو عالم نرويجي في الجبر والتحليل.

لقد أثبت وهو في التاسعة عشرة بأنه لا يمكن حل المعادلة العامة الخماسية الدرجة بواسطة عدد منته من العمليات الجبرية. وقد أسهم بشكل أساسي في نظريات المتسلسلات اللامنتهية، الدوال المتسامية، الزمر والدوال الناقصية.

- **متطابقة آبل:**

وهي المتطابقة

$$\sum_{i=1}^{n} a_i u_i \equiv s_1 (a_1 - a_2) + s_2 (a_2 - a_3) + \dots + s_{n-1} (a_{n-1} - a_n) + s_n a_n$$

حيث

$$s_n = \sum_{i=1}^{n} u_i$$

- **متباينة آبل:**

وتقول بأنه إذا كان $u_n \geqslant u_{n+1} > o$ وذلك لكل الأعداد الصحيحة الموجبة n فإن

$$\left| \sum_{n=1}^{n} a_n u_n \right| \leqslant L\, u_1$$

حيث L هي الأكبر بين الكميات:

$$|a_1|, |a_1 + a_2|, |a_1 + a_2 + a_3|, \ldots, |a_1 + a_2 + \ldots + a_p|$$

ويمكن استخلاص المتباينة المذكورة أعلاه من متطابقة آبل.

● **طريقة آبل للتجميع:**

وهي الطريقة التي تعتبر بأن المتسلسلة $\sum_{0}^{\infty} a_n$ قابلة للجمع ولها مجموع S إذا كان $\lim_{x \to 1-} \sum_{0}^{\infty} a_n x^n = S$ موجوداً. ونلاحظ هنا أن كل متسلسلة متقاربة قابلة للجمع حسب هذه الطريقة.

انظر مبرهنة آبل لمتسلسلة القوى.

وتسمى هذه الطريقة أيضاً طريقة أويلر للتجميع. انظر تجميع.

● **مسألة آبل:**

لنفترض أن جسيمًا يتحرك بدون احتكاك على ممر في مستو رأسي وذلك تحت تأثير قوة الجاذبية. مسألة آبل هي أن نجد الممر إذا كان زمن النزول هو دالة معطاة متعلقة بـ x حيث نعتبر أن المحور ox هو المحور الأفقي وأن الجسيم يبدأ من السكون وتختزل هذه المسألة إلى مسألة إيجاد حل لمعادلة فولتيرا التكاملية من النوع الأول:

$$f(x) = \int_{0}^{x} \frac{s(t)}{\sqrt{2g(x-t)}} dt$$

حيث $s(x)$ هو طول الممر، فإذا كان f' مستمراً فإن

$$s(x) = \frac{\sqrt{2g}}{\pi} \frac{d}{dx} \int_{0}^{x} \frac{f(t)}{(x-t)^{\frac{1}{2}}}$$

هو حل للمعادلة.

● اختبارات آبل للتقارب:

(1) إذا كانت المتسلسلة Σu_n متقاربة والمتتالية $\{a_n\}$ محدودة رتيبة تكون $\Sigma a_n u_n$ متقاربة.

(2) إذا كان $|\sum_{n=1}^{k} u_n|$ يساوي أقل من كمية ثابتة يجري اختيارها وذلك لكل قيم k وإذا كانت $\{a_n\}$ متتالية موجبة متناقصة رتيبة تنتهي إلى الصفر فإن $\Sigma a_n u_n$ تتقارب.

(3) إذا كانت Σa_n متسلسلة متقاربة من الأعداد العقدية وكانت المتسلسلة $\Sigma (v_n - v_{n+1})$ مطلقة التقارب تكون $\Sigma a_n v_n$ متقاربة.

(4) إذا كانت المتسلسلة $\Sigma a_n (x)$ منتظمة التقارب في الفترة (a,b) وكانت $v_n (x)$ موجبة ومتناقصة رتيبة لأي قيمة من قيم x في الفترة (a, b)، وإذا كان هناك عدد k بحيث يكون $v_o (x) < f_1$ لكل قيم x في الفترة المشار إليها تكون $\Sigma a_n (x) v_n (x)$ منتظمة التقارب.

ويسمى هذا الاختبار عادة اختبار آبل للتقارب المنتظم.

● **مبرهنة آبل لمتسلسلة القوى:**

(1) إذا كانت متسلسلة القوى

$$a_o + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

متسلسلة متقاربة وذلك إذا كان $x = c$ فإنها تتقارب بشكل مطلق إذا كان

$$|x| < |c|$$

(2) إذا كانت $\sum_{o}^{\infty} a_n$ متقاربة فإن $\lim_{t \to 1-} \sum_{o}^{\infty} a_n t^n = \sum_{o}^{\infty} a_n$

حيث نأخذ النهاية من اليسار عند $+1$، ويمكن صياغة القضية بطريقة مكافئة كما يلي: إذا كانت $\sum_{o}^{\infty} a_n x^n$ متقاربة عند $x = R$ تكون s مستمرة حيث $s (x) = \sum_{o}^{\infty} a_n x^n$ عندما تكون x في الفترة المغلقة التي تأخذ O و R كنقطتي منتهى، ونسمي المبرهنة السابقة بعدة أسماء ولكنها غالباً ما تعرف بـ «**مبرهنة آبل على الاستمرار حتى دائرة التقارب**».

● زمرة آبلية: انظر زمرة.

● ابن الهيثم:

هو أبو علي الحسن بن الحسن بن الهيثم، ولد سنة 965 ميلادية وتوفي سنة 1038 ميلادية (وجاء في بعض المصادر أن وفاته كانت سنة 1039 ميلادية). ظهر في البصرة وهاجر إلى مصر حيث عاش طيلة حياته.

اشتغل ابن الهيثم في الرياضيات والفلك ولكن شهرته بشكل أساسي جاءت نتيجة إسهامه الكبير في علم البصريات، ففي كتابه «كتاب المناظر» تحدث وبشكل علمي عن قوانين انعكاس الضوء وانكساره وتشريح العين وكيفية تكون الصور على الشبكية، وقوى تكبير العدسات، وترك أثراً كبيراً على علماء أوروبا لاحقاً. ومن المسائل التي درسها ابن الهيثم أيضاً الزيادة الظاهرة في حجم القمر عندما يقترب من الأفق. كما أعطى بأن الشفق يستمر إلى أن تصبح الشمس 19 درجة تحت الأفق. وهناك مسألة ما زالت تعرف في الغرب إلى الآن «بمسألة الحسن» (وهو الاسم الشائع في الغرب للدلالة على ابن الهيثم) وهذه المسألة هي: «إذا كان لدينا مصدر للضوء ومشاهد ومرآة كروية في أوضاع معطاة. كيف نجد تلك النقطة على المرآة والتي إذا وصلها الضوء من المصدر فإنه ينعكس ويمر في عين المشاهد». وهنا نأتي إلى الرياضيات، فحل المسألة السابق يعتمد على استعمال القطوع المخروطية وهو موضوع كان ابن الهيثم خبيراً به وقد طور نتائج أرخميدس حول المجسمات شبه المخروطية وتمكن من استخراج حجم الجسم المتولد من دوران قطع مكافىء حول المماس عند الرأس وذلك بالطبع قبل ديكارت وهندسته التحليلية. كما استعمل طريقة تقاطع المنحنيات وبشكل خاص القطوع المخروطية لحل بعض المسائل التكعيبية. ووضع أربعة قوانين لإيجاد مجموع الأعداد المرفوعة إلى القوى 1 و2 و3 و4. استعمل نظرية إفناء الفرق وله بعض الرسائل في المربعات السحرية. وأعطى قوانين صحيحة لمساحات الكرة والهرم والأسطوانة المائلة والقطاع والقطعة الدائرية. وله في الهندسة أيضاً كتابان مهمّان هما: «حل شكوك كتاب اقليدس» و«شرح

المصادرات» حاول فيهما ــ فيما حاول ــ أن يثبت خطاً موازياً لخط نبتدىء به كيفما اتفق، ثم حاول بعد ذلك أن يثبت الموضوعة الخامسة لاقليدس، ولكن كل ما استطاع فعله هو أنه استبدل بها موضوعة أخرى قال إنها «أوقع في النفس وأبين عند الحس» وهذه الموضوعة هي: «لا يمكن لخطين مستقيمين متقاطعين أن يوازيا خطًّا مستقيماً ثالثًا».

ولأبي الهيثم مؤلفات عديدة أخرى في الرياضيات والفلك نذكر منها على سبيل المثال لا الحصر:

«كتاب الجامع في أصول الحساب، كتاب في تحليل المسائل الهندسية، كتاب في تحليل المسائل العددية بجهة الجبر والمقابلة مبرهناً، كتاب في حساب المعاملات، كتاب تلخيص مقالات أبولونيوس في القطوع المخروطية، كتاب في الأشكال الهلالية، كتاب في مسألة التلاقي، مقالة في بركار الدوائر العظام، في أصول المساحة وذكرها بالبراهين، في خواص المثلث من جهة العمود، كتاب في التحليل والتركيب الهندسي على جهة التمثيل للمتعلمين، كتاب المعاملات في الحساب، مقالة في أصول المسائل العددية الصم وتحليلها، رسالة في برهان الشكل الذي قدمه أرخميدس في قسمة الزوايا إلى ثلاثة أقسام متساوية ولم يبرهن عليه، كتاب في تربيع الدائرة، كتاب في حساب الخطأين، مقالة في انتزاع البرهان على أن القطع الزائد والخطين اللذين لا يلقيانه يقربان أبداً ولا يلتقيان، وهذا رد على حجة اقليدس بأن التقارب يؤدي إلى التلاقي، وقد استعمل لوبتشفسكي (1885 ــ 1793) نفس مثال القطع الزائد للدلالة على أن التقارب لا يؤدي إلى التلاقي، وعرفت هندسة لوبتشفسكي فيما بعد بالهندسة الزائدية أو الهندسة القطع زائدية نسبة إلى هذا المثال.

أبو ثيكاري — APOTHECARY

● **أوزان أبو ثيكاري:**

وهي نظام الأوزان الذي يستعمله الصيادلة، حيث تتطابق وحدتا الباوند والأونس فيه مع مثيلتها في نظام الأوزان الترويسي، في حين تختلف معها في التقسيمات الجزئية للباوند والأونس.

وهو هندسي اغريقي عظيم.

- **مسألة أبولونيوس:**

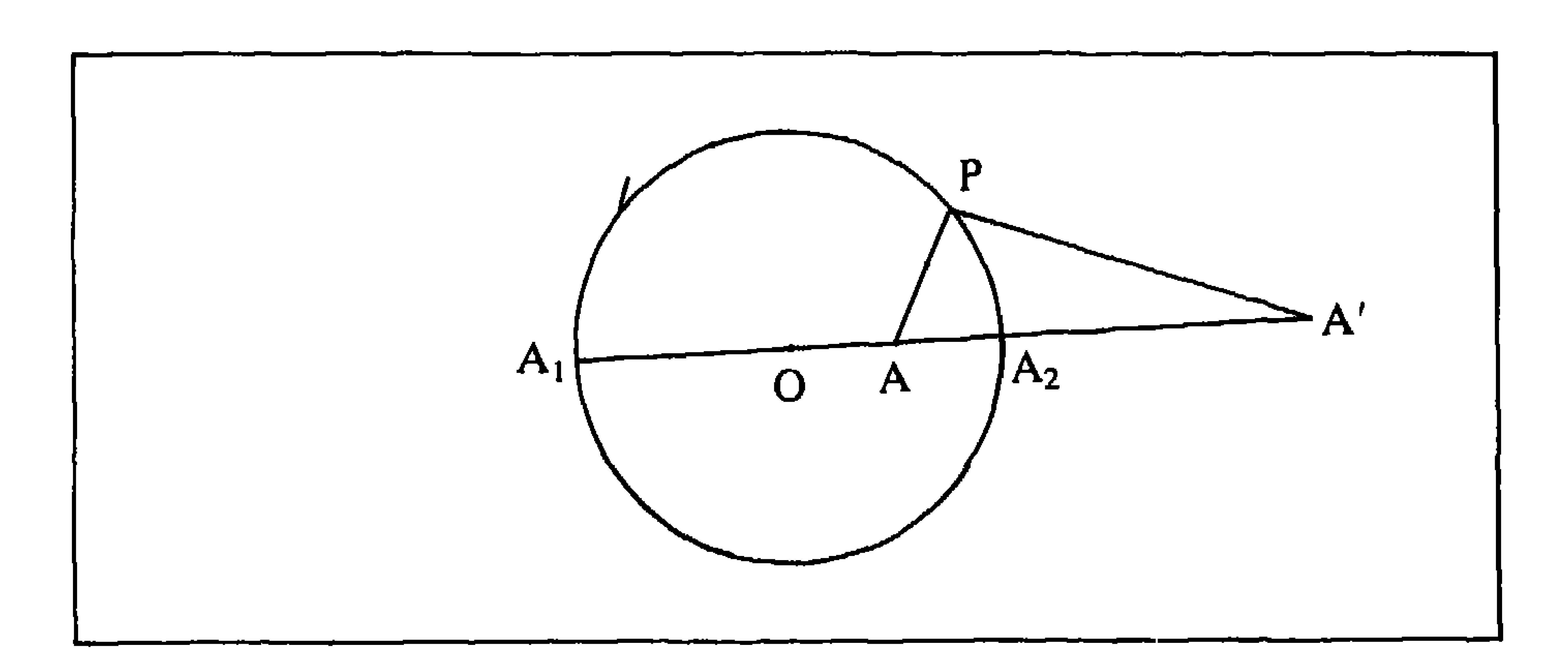
وهي مسألة إنشاء دائرة مماسة لثلاث دوائر ثابتة.

- **دائرة أبولونيوس:**

هي المحل الهندسي لنقطة P تسير في المستوى بحيث تبقى النسبة $\mu=\frac{A'P}{P}$ ثابتة حيث A, A' نقطتان ثابتتان نبدأ بهما. إذا كانت $\mu \neq 1$ يكون المحل الهندسي دائرة قطرها $A_1 A_2$ حيث A_1, A_2 هما النقطتان اللتان تقسمان $A A'$ داخلياً وخارجياً بنسبة صفر وتسمى هذه الدائرة دائرة أبولونيوس. أما إذا كان $\mu=1$ فإن المحل الهندسي للنقطة P هو الخط العمود المنصف للقطعة $A A'$ ويمكن اعتباره حالة خاصة من الدائرة أيضاً.

- **كرة أبولونيوس:**

أما إذا كانت P أعلاه تسير في الفضاء فإن محلها الهندسي يكون الكرة الناتجة عن تدوير الدائرة أبولونيوس حول قطرها $A_1 A_2$ وتسمى هذه الكرة كرة أبولونيوس.



دائرة أبولونيوس

يمكن أخذ اتجاه الخط على أنه أي متجه مواز للخط أو مجموعة من زوايا الاتجاه أو جيوب تمام الاتجاه، وفي المستوى يكون اتجاه الخط زاوية ميله أما اتجاه المنحنى فهو اتجاه الخط المماس للمنحنى.

● **الاتجاهات المميزة على سطح:**

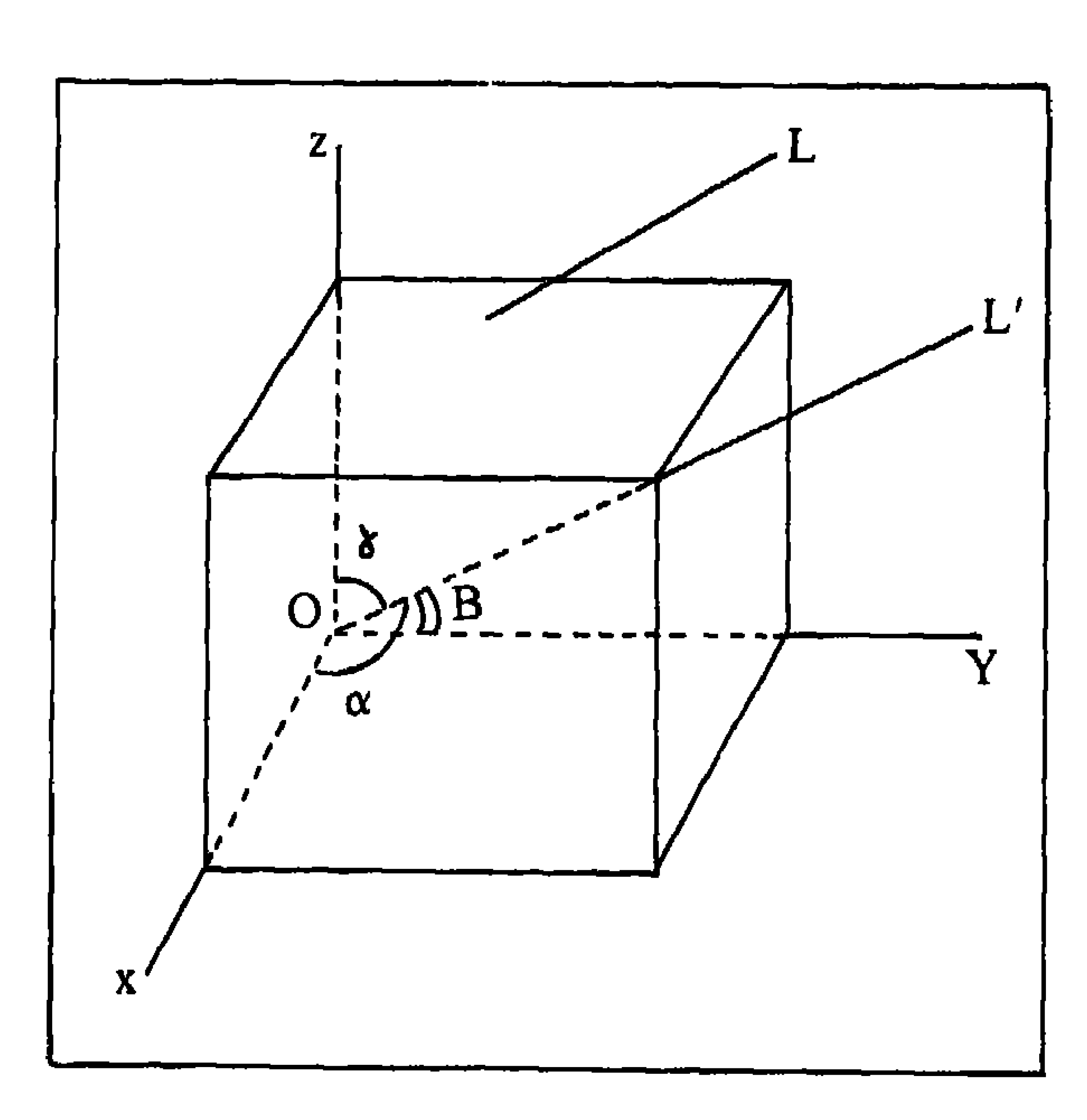
انظر مميز.

● **زاوية الاتجاه:**

تعرف زاوية الاتجاه لخط مستقيم على أنها أصغر زاوية لا سالبة يصنعها الخط مع الاتجاه الموجب لمحور x. أما الخط في الفضاء فتكون له ثلاث زوايا اتجاه وهي الزوايا الموجبة التي يصنعها الخط مع الاتجاه الموجب لمحاور الاحداثيات x و y و z.

ولكل خط غير موجه هناك مجموعتان من زوايا الاتجاه كل منهما تقابل أحد الاتجاهين اللذين يمكن تعريفهما على الخط. وهناك علاقة بين زوايا الاتجاه ولذلك فإنها غير مستقلة.

انظر فيثاغورس ــ العلاقة الفيثاغورسية بين جيوب تمام الاتجاه.



في الشكل تكون الزوايا α و β و γ زوايا اتجاه الخط L وهي في الواقع الزوايا التي يصنعها الخط L′ الموازي للخط L مع محاور الإحداثيات الثلاثة x و y و z على الترتيب.

● مركبات الاتجاه لناظمي سطح :

لنفرض سطحاً S معرفاً بالتمثيل الوسيطي $x = x(u, v)$ و $y = y(u, v)$ و $z = z(u, v)$ فتكون مركبات الاتجاه لناظمي السطح S هي أية أعداد ثلاثة متناسبة مع A :B :C حيث

$$A = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial z}{\partial u} \\ \dfrac{\partial y}{\partial v} & \dfrac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial z}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial u} \\ \dfrac{\partial z}{\partial v} & \dfrac{\partial x}{\partial v} \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial u} \\ \dfrac{\partial x}{\partial v} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$$

ويؤخذ الاتجاه الموجب للناظمي على أنه الاتجاه الذي تكون جيوب تمام اتجاهاته (أي جيوب تمام زوايا اتجاهه) مساوية للكميات

$$X = A/H \qquad Y = B/H \qquad Z = C/H$$

حيث $H = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$. ونلاحظ هنا أن اتجاه الناظمي يعتمد على اختيار الوسائط.

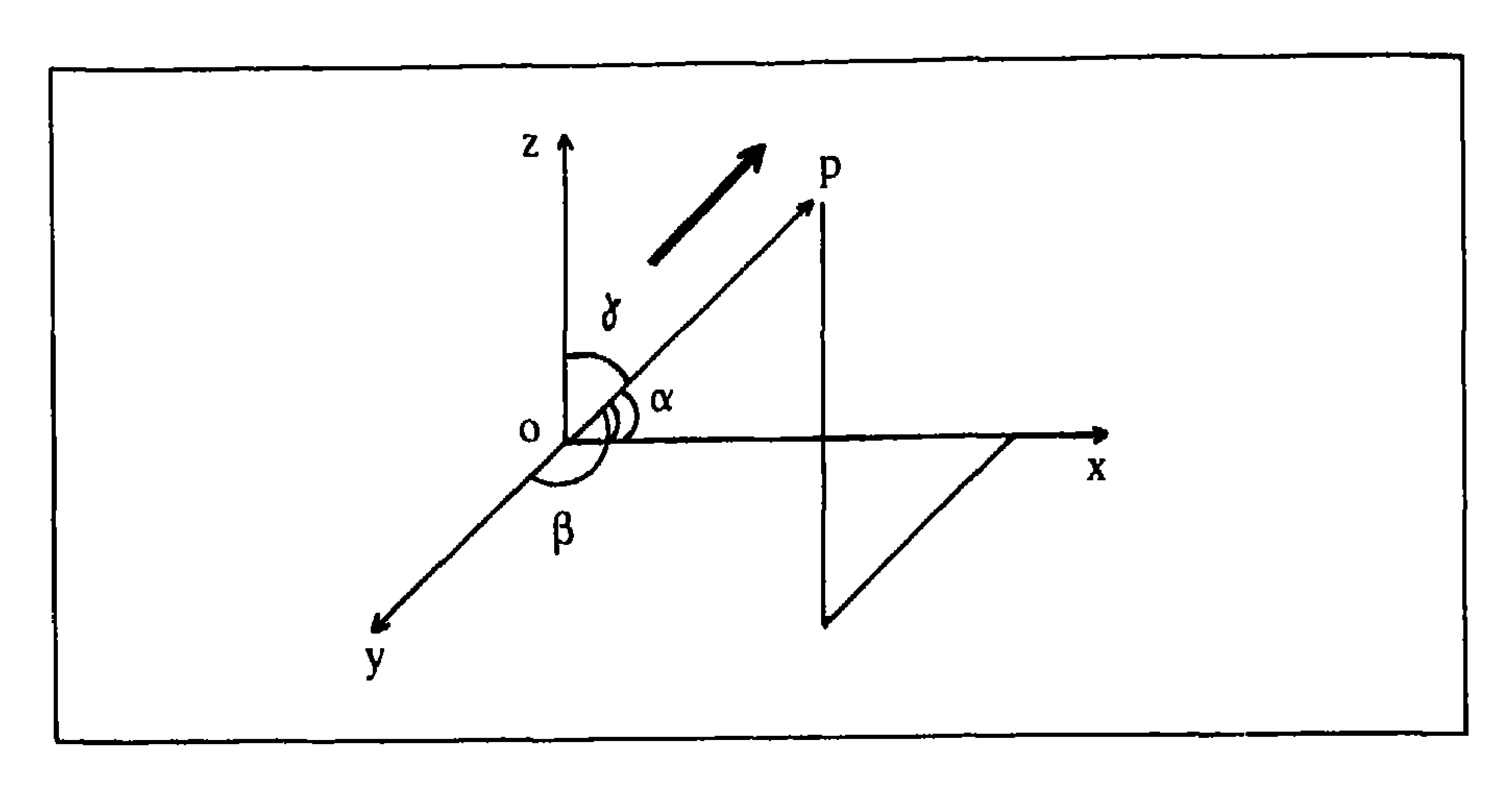
● جيوب تمام الاتجاه لخط مستقيم :

هي جيوب تمام زوايا الاتجاه لخط مستقيم ويرمز لها عادة بالرموز n, m, ℓ فإذا كانت α و β و γ زوايا الاتجاه للخط بالنسبة للمحاور x و y و z على الترتيب فإن $\ell = \cos\alpha$ و $m = \cos\beta$ و $n = \cos\gamma$ وتربط بين جيوب تمام الاتجاه العلاقة التالية والتي تسمى علاقة فيثاغورس أو العلاقة الفيثاغورسية

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1. \quad (*)$$

ولذا فإنه إذا عرف إثنان من جيوب تمام الاتجاه فإنه يمكن إيجاد الثالث (فيما عدا إشارته) من العلاقة (*).

انظر أسفل (أعداد الاتجاه).



● **أعداد الاتجاه (أو نسب الاتجاه) لخط مستقيم في الفضاء:**

هي أي ثلاثة أعداد غير مساوية جميعها للصفر ومتناسبة مع جيوب تمام الاتجاه للخط. وتسمى هذه الأعداد أحياناً **بمركبات الاتجاه** للخط المستقيم فإذا مر خط بالنقاط (x_1, y_1, z_1) و (x_2, y_2, z_2) فإن أعداد اتجاهه تكون متناسبة مع الكميات $x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$ وجيوب تمام اتجاهه هي

$$\frac{x_2 - x_1}{D}, \frac{y_2 - y_1}{D}, \frac{z_2 - z_1}{D}$$

حيث $D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

هي المسافة بين النقطتين المذكورتين أعلاه.

● **الاتجاه الرئيسي للجهد:**

انظر جهد.

● **الاتجاه الرئيسي على سطح:**

انظر تقوس ـ تقوس سطح.

اتجاهي DIRECTIONAL

● **المشتق الاتجاهي:**

هو معدل تغير الدالة بالنسبة لطول قوس ما في اتجاه معين وهذا يساوي

مجموع المساقط المتجهة (في اتجاه مماس المسار) لمعدلات تغير الدالة في اتجاهات موازية للمحاور الثلاثة z, y, x. فالمشتق الاتجاهي للدالة $F(x, y, z)$ في اتجاه المنحنى المعطى بالمعادلات الوسيطة $x = x(s)$ و $y = y(s)$ و $z = z(s)$ حيث S هو طول القوس يعطى بالشكل:

$$\frac{du}{ds} = F_x(x, y, z)\frac{dx}{ds} + F_y(x, y, z)\frac{dy}{ds} + F_z(x, y, z)\frac{dz}{ds}$$

$$= \ell F_x(x, y, z) + m F_y(x, y, z) + n F_z(x, y, z),$$

حيث ℓ, m, n ترمز لجيوب تمام اتجاه مماس المنحنى وفي حالة دالة f ذات متغيرين y, x فإن المشتق الاتجاهي للدالة f يكـون:

$$f_x(x, y) \cos\theta + f_y(x, y) \sin\theta$$

حيث θ هي الزاوية التي يصنعها مماس المنحنى (موجهاً في اتجاه الحركة) مع محور الاحداثيات المتجة x.

انظر سلسلة ـ قاعدة السلسلة.

اتحاد UNION

● اتحاد المجموعات:

اتحاد مجموعات معينة هو مجموعة تحتوي على كل العناصر التي تنتمي إلى إحدى المجموعات المعينة. ويستعمل الرمز $\cup$ للدلالة على الاتحاد. فـاتحاد المجموعتين A و B هو المجموعة. $A \cup B = \{X | X \in A \text{ or } X \in B\}$

وبصورة عامة إذا كانت $\{A_i | i = 1, 2, ...\}$ متتالية من المجموعات فإن $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \{x | x \in A_j,$ j لعدد ما$\}$.

اتحاد حر FREE UNION

ليكن X و Y فضاءين طبولوجيين. نعرف الاتحاد الحر $X + Y$ بـين الفضاءين X و Y المنفصلين بأنه المجموعة $Z = X \cup Y$ المعرف عليه الطبولوجيا τ

على النحو التالي: $U \in \tau$ إذا وفقط إذا كان كل من $U \cap X$ و $U \cap Y$ مجموعة مفتوحة في X و Y على الترتيب ويضم τ جميع المجموعات المفتوحة في X و Y لأن $X \cap Y = \phi$.

ومن الواضح أن $B \subset X + Y$ تكون مجموعة مغلقة إذا وفقط إذا كان كل من $B \cap X$ و $B \cap Y$ مجموعة مغلقة في X و Y على الترتيب.

اتساق CONSISTENCY

● **اتساق جملة معادلات:**

خاصية وجود حل آني واحد على الأقل لجملة المعادلات. مثلاً $x + y = 5$ و $2x - y = 1$ هما معادلتان متسقتان ومستقلتان. و $x + y = 5$ و $2x + 2y = 10$ معادلتان متقستان وغير مستقلتين. أما $x + y = 4$ و $2x + 2y = 7$ فغير متسقتين.

● **اتساق المعادلات الخطية:**

المعادلة الخطية بمجهولين هي معادلة الخط المستقيم في المستوى الأحداثي ولذلك يكون للمعادلة الخطية الواحدة عدد لا منته من الحلول. وبالنسبة لجملة معادلتين خطيتين بمجهولين: هناك حل واحد فقط إذا تقاطع خطا المعادلتين في نقطة واحدة فقط وهنا تكون المعادلتان متسقتين ومستقلتين. ولا يوجد حل إذا توازى خطا المعادلتين (بدون أن ينطبقا على بعضهما) وهنا تكون المعادلتان غير متسقتين. وأخيراً يوجد عدد لا منته من الحلول إذا انطبق خطا المعادلتين على بعض وهنا تكون المعادلتان متسقتين وغير مستقلتين.

وبصورة عامة ليكن لدينا جملة من m من المعادلات الخطية في n من المجاهيل.

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1$$
$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$a_{m1} x + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} x_n = b_m$$

إن مصفوفة المعاملات هي :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & & a_{mn} \end{pmatrix}$$

والمصفوفة الموسعة هي :

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

تكون المجموعة متسقة إذا وفقط إذا تساوت رتبة مصفوفة المعاملات ورتبة المصفوفة الموسعة، أي $\text{rank}(A) = \text{rank}(B)$.

أما إذا كانت تلك المجموعة متجانسة (أي $b_1 = b_2 = \dots = b_m = o$) فإنها متسقة دائمًا لأن رتبة مصفوفة المعاملات هي نفسها رتبة المصفوفة الموسعة حيث يوجد حل واحد على الأقل هو الحل التافه (أي $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$) وهناك ثلاث حالات بالنسبة للمجموعة المتجانسة :

(1) يوجد حل غير تافه (واحد من المجاهيل على الأقل لا يساوي صفراً) إذا كان $n < m$.

(2) عندما يكون $n = m$ فيوجد حل غير تافه إذا وفقط إذا كان محدد مصفوفة المعاملات يساوي صفراً.

(3) عندما يكون $n > m$ فيوجد حل غير تافه إذا وفقط إذا كانت رتبة مصفوفة المعاملات أقل من m.

CONNECTIVITY — اتصالية

- **عدد الاتصالية :**

عدد الاتصالية لمنحن واحد زائد أكبر عدد من النقاط التي يمكن حذفها دون أن نفصل المنحنى إلى أكثر من قطعة. (وهو $x - 2$ حيث ان x هو مميز أويلر).

عدد الاتصالية لسطح (متصل) هو واحد زائد أكبر عدد من القطوع المغلقة التي يمكن أخذها دون أن نفصل السطح (إذا لم يكن السطح مغلقاً فإننا نأخذ القطوع التي تصل نقاط قطوع سابقة أو تصل نقاطًا على الحدود أو نقاطا على الحدود إلى نقاط قطوع سابقة) وهذا يساوي $3 - x$ للسطوح المغلقة و $2 - x$ للسطوح ذات المنحنيات الحدودية.

المنحنى البسيط الاتصال أو السطح البسيط الاتصال له عدد اتصالية 1 إذا كان عددالاتصالية لمنحنى أو سطح 2 فنقول إنه **ثنائي الاتصالية**، وإذا كان 3 فنقول إنه ثلاثي الاتصالية وهكذا. المنطقة بين دائرتين متمركزتين هي ثنائية الاتصالية. سطح الطارة ثلاثي الاتصالية.

عدد الاتصالية لمعقد مبسطي هو واحد زائد عدد بتيّ الواحد البعدية (مقياس 2). كما يعرف عدد الاتصالية أحياناً على أنه يساوي عدد بتيّ هذا.

إتمام COMPLETION

إذا كان X فضاء مقيسًا غير تام فإنه بالإمكان إنشاء فضاء مقيس $\hat{X}$ يسمى **إتمام** X بحيث يكون $\hat{X}$ تامًا ويكون X متقايساً مع مجموعة جزئية كثيفة X_o في $\hat{X}$. وغالباً ما لا يتم التفريق بين X_o و X وتعامل X على أنها مجموعة جزئية في $\hat{X}$. أما كيفية إنشاء $\hat{X}$ فنصفها بشكل مختصر كالتالي: لتكن S عائلة كل مجموعات متتاليات كوشي على X. ونعرف على S علاقة التكافؤ R بحيث نعتبر المتتالية (x_n) و (y_n) متكافئتين إذا كانت المتتالية $d(x_n, y_n)$ تؤول إلى الصفر. ولتكن $\hat{X}$ مجموعة صنوف التكافؤ تحت تأثير هذه العلاقة. أو بتعبير آخر $\hat{X}$ هي مجموعة الخارج S/R.

إذا كان d هو المقاس على X فإننا نستطيع إيجاد مقيس $\hat{d}$ على $\hat{X}$ كما يلي: إذا كان $\hat{x}, \hat{y}$ عنصرين في $\hat{X}$ ممثلين بواسطة (y_m) و (x_m) في S فإننا نأخذ

$$\hat{d}(\hat{x},\hat{y}) = \lim_{m \to \infty} d(x_m, y_m).$$

انظر نهاية ∞.

أما التقايس بين X و X_o فهو التطبيق الذي يأخذ $x \in X$ إلى $\hat{X}$ ∋ $\hat{x}$ بحيث يكون $\hat{x}$ صنف التكافؤ للعنصر (x_m) في S حيث ان $x_m = x$ لكل $m \in N$.

COMPLETING إتمام

● **إتمام المربع:**

هي طريقة تستعمل في حل المعادلات من الدرجة الثانية. وتتلخص هذه الطريقة في أننا ننقل كل الحدود إلى يسار المعادلة ثم نقسم على معامل الحد المربع. نضيف بعد ذلك عدداً ثابتاً في جهتي المعادلة بحيث يصبح ثلاثي الحدود الذي على اليسار مربعاً كاملاً. يعدل البعض في هذه الطريقة بأن يضرب أولاً بعدد ثابت بحيث يصبح معامل الحد المربع مربعاً كاملاً. ثم نكمل كما في السابق ليصبح ثلاثي الحدود الذي على اليسار مربعاً كاملاً.

مثال: لنأخذ المعادلة من الدرجة الثانية:

$$2x^2 + 8x + 2 = o$$

نقسم على 2 فنحصل على $x^2 + 4x + 1 = o$.

نضيف 3 إلى جهتي المعادلة فنحصل على:

$$x^2 + 4x + 1 + 3 = 3$$

$$(x + 2)^2 = 3$$

وكثيراً ما تستعمل عبارة «إتمام المربع» بمعنى أن نكتب كثير الحدود

$$a_1 x^2 + b_1 x + c_1$$

على شكل:

$$a_1 (x + b_2)^2 + c_2$$

ويرد هذا مثلاً في عملية اختزال معادلات المخروطيات إلى أشكالها المعيارية.

اثر TRACE

● آثار السطح:

هي منحنيات يقطع عندها السطح المستويات الاحداثية.

أثر المستقيم في الفضاء:

(1) نقطة ينفذ عندها المستقيم أحد المستويات الاحداثية.

(2) مسقط المستقيم في مستوى احداثي. أو تقاطع مستوى إسقاط المستقيم مع المستوى الاحداثي المناظر.

وعند استخدام مصطلح أثر بالمعنى الأخير، فإن النقطة في التعريف (1) تسمى **نقطة نفاذ**.

● **أثر المصفوفة:**

هو مجموع عناصر القطر الرئيسي في المصفوفة.

انظر **مصفوفة**.

اثر

● **أثر مصفوفة:**

مجموع العناصر الواقعة على القطر الرئيسي للمصفوفة.

اثنا عشري DODECAGON

● **الاثنا عشري:**

هو كثير الوجوه ذو الاثني عشر وجهاً. انظر **مضلع**.

اثنان TWO

● **هندسة ثنائية البعدية:**

دراسة الأشكال الهندسية في المستوى. انظر **هندسة ـ هندسة مستوية**.

PARTS اجزاء

- **مكاملة بالأجزاء:**

نفس مكاملة بالتجزئة.

- **مكاملة بالتجزيء (بالتجزئة):**

انظر مكاملة.

STRESS إجهاد

نقول إن جسمًا مادياً معيناً واقع تحت الإجهاد إذا كان فعل القوى الخارجية قد انتقل إلى داخله. ويعرف متوسط الإجهاد $\bar{T}$ بأنه متوسط القوة F المؤثرة على وحدة المساحة a للعنصر السوي المار بنقطة معينة خلال الحيز، أي $\bar{T} = F/a$. أما الإجهاد الفعلي عند النقطة فهو $\lim_{a \to 0} (F/a)$ حيث a هي المساحة التي تحتوي على النقطة. ويعتمد مقدار واتجاه متجه الإجهاد $\vec{T}$ على موقع النقطة في الجسم وعلى توجيه العنصر السوي المار بالنقطة المركبة $\vec{\vec{T}}_n$ لمتجه الإجهاد $\vec{\vec{T}}$ التي تكون باتجاه ناظم العنصر السوي تسمى **الإجهاد الناظمي**. أما المركبة $\bar{T}$ التي تقع في مستوى العنصر السوي فتسمى **إجهاد القص**.

- **إجهاد داخلي:**

هو مقاومة جسم مادي للقوى الخارجية المؤثرة عليه.

UNARY احادي

- **عملية أحادية:**

العملية الأحادية على مجموعة معينة S هي دالة مجالها S ومداها جزء من S.

انظر ثنائي ـ عملية ثنائية، وانظر دالة.

احادي التساوق — UNICOHERENT

● **فضاء أحادي التساوق:**

نقول إن الفضاء المتصل X أحادي التساوق إذا تحقق الشرط التالي: إذا كتبنا X كاتحاد مجموعتين متصلتين ومغلقتين $X = G_1 \cup G_2$ فإن تقاطعهما $G_1 \cap G_2$ يكون مجموعة متصلة أيضاً.

مثال: تكون الدائرة مجموعة متصلة ولكنها ليست أحادية التساوق.

احادي الجانب — UNILATERAL

● **سطح أحادي الجانب:**

انظر سطح.

احادي المساحة — MONODROMY

● **مبرهنة أحادي المساحة:**

إذا كانت الدالة f في المتغير العقدي z تحليلية في z_0 ويمكن أن تستمر تحليلياً على طول أي منحن منبعث من z_0 في مجال D منته بسيط الاتصال. فإن f هو عنصر دالة لدالة تحليلية وحيدة القيمة في D.

وبعبارة أخرى، فإن الاستمرار التحليلي حول أي منحن مغلق في D يقود إلى عنصر الدالة الأصلي.

انظر مبرهنة أحادية الساحة لداربو.

احادي المسرى — UNICURSAL

● **منحنى أحادي المسرى:**

منحنى تكون معادلته الوسيطية $x = \theta(t)$, $y = \phi(t)$ حيث θ و φ دالتان منطقيتان في t.

● دالة تحليلية أحادية المولد:

هي جميع الأزواج $f(z)$, z_o حيث،

$$f(z) = \Sigma\, a_n (z - z_o)^n$$

والتي يمكن الحصول عليها نظرياً مباشرة أو بصورة غير مباشرة من الاستمرار التحليلي لعنصر دالة معطى f_o.

ونسمي f_o عندئذٍ بالعنصر البدائي للدالة أحادية المولد.

إن سطح ريمان للقيم z_o هو مجال وجود الدالة أحادية المولد، أما حدود مجال وجود هذه الدالة فتسمى **الحدود الطبيعية** للدالة التحليلية أحادية المولد.

فمثلاً دائرة الوحدة $|z| = 1$ هي الحدود الطبيعية للدالة:

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} z^{n!}$$

انظر تحليلي ــ استمرار تحليلي لدالة تحليلية في المتغير العقدي.

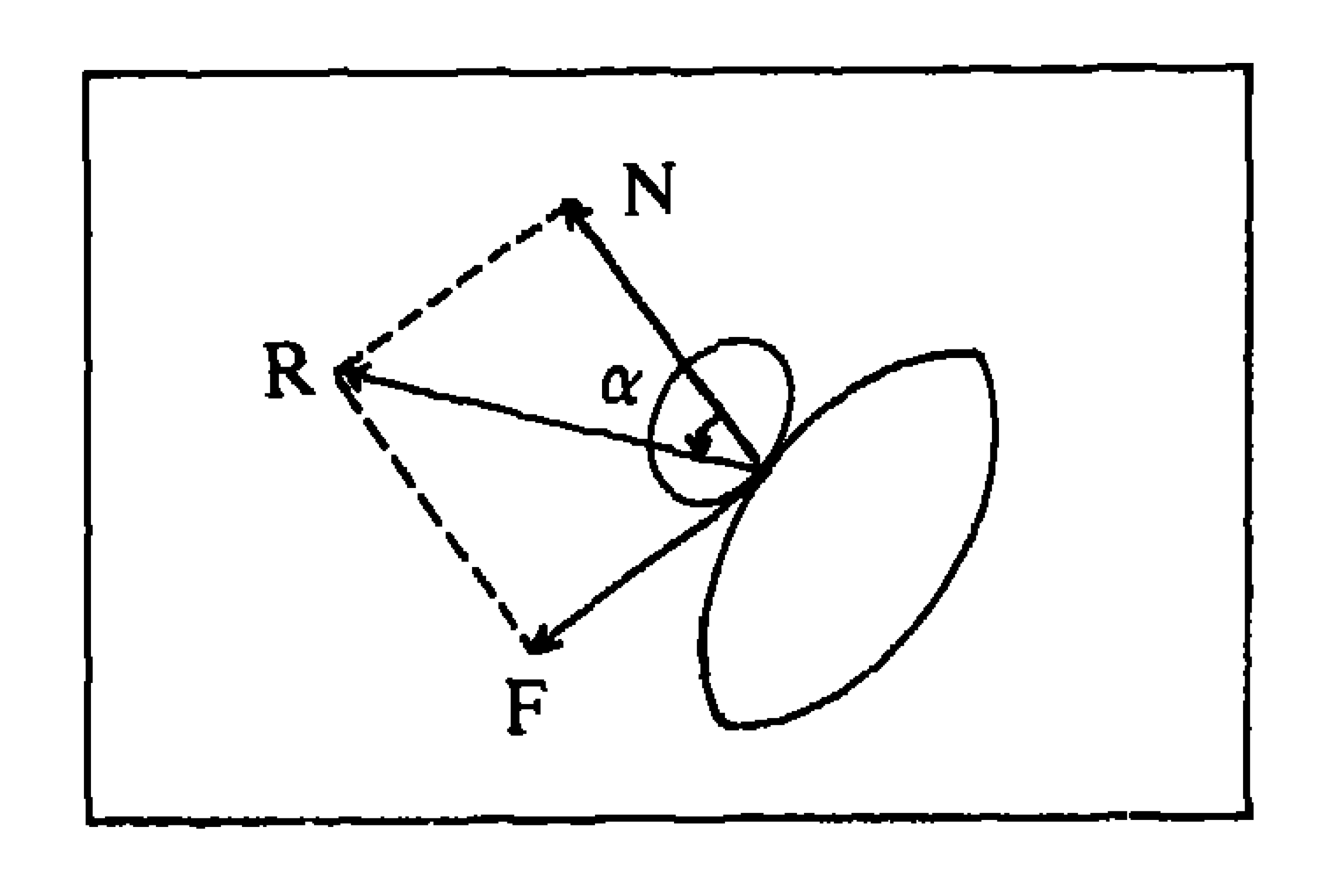
FRICTION احتكاك

● زاوية الاحتكاك:

انظر أسفل (قوة الاحتكاك).

● قوة الاحتكاك:

إذا تلامس جسمان وكان أحدهما A إما في سكون، أو في حركة انعدم تسارعها بالنسبة للجسم الآخر فإن القوى الخارجية المؤثرة على A تتوازن بفعل:



(1) قوة رد فعل ناظمية N عمودية على مستوى التلامس.

(2) وبفعل **قوة احتكاك** F في مستوى التلامس. وعندما توشك A على التحرك فإن الزاوية الحادة α تسمى **بزاوية الاحتكاك و** $\mu = F/N = \tan\alpha$ يسمى **معامل الاحتكاك السكوني**. وعندما تتحرك A بدون تسارع بالنسبة للجسم الآخر فإن μ يكون **معامل الاحتكاك الحركي**.

احتمال — PROBABILITY

هناك وجهات نظر واجتهادات مختلفة لمعنى الاحتمال. فهناك المفهوم التقليدي، ومفهوم التكرار النسبي، والمفهوم الاجتهادي، والمفهوم الموضوعاتي لكلمغورف. ولكن الإطار العام لمفهوم الاحتمال هو التجربة العشوائية (أو الظاهرة العشوائية) وفضاء العينة. **التجربة العشوائية** هي تجربة لا تنتج بالضرورة نفس الناتج دائمًا. فمثلاً عملية رمي قطعة نقود هي تجربة عشوائية لأن للناتج قد يكون طرة H أو نقش T. ويطلق على كل ناتج ممكن الحدوث اصطلاح حدث ابتدائي أو نقطة عينة وتسمى المجموعة المحتوية على كل النواتج الممكنة لتجربة عشوائية بفضاء العينة. وأية مجموعة جزئية من فضاء العينة تسمى حدثاً. وإذا لم يكن الحدث ابتدائياً فيسمى أحياناً حدثاً مؤلفاً. مثال: عند رمي قطعة نقود مرة واحدة فإن المجموعة {H, T} هي فضاء العينة وأن العنصرين H و T حدثان ابتدائيان. وإذا رميت القطعة مرتين فإن المجموعة {(T, T) و (T, H) و (H, T) و (H, H)} هي فضاء العينة، وأن ظهور طرة واحدة على الأقل هو حدث مؤلف وهو المجموعة الجزئية {(H,T),(T,H)}.

(1) **المفهوم التقليدي للاحتمال**: إذا أدت التجربة العشوائية إلى n من النواتج المتنافية والمتساوية في إمكانية الوقوع وإذا كان n من هذه النواتج يحقق وقوع الحدث M فإن احتمال A هو $\frac{m}{n}$. ويسمى الاحتمال المحسوب بهذه الطريقة **بالاحتمال القبلي**. إن من نواقص هذا المفهوم هو أنه لا يمكن تطبيقه على الحالة التي يكون فيها فضاء العينة لا نهائياً. كذلك لا يمكن تطبيق هذا المفهوم إذا كانت النواتج غير متساوية في إمكانية الوقوع. مثلاً إذا كانت التجربة العشوائية تتعلق باحتساب احتمال وفاة شخص عمره الحالي ثلاثون

سنة وذلك قبل بلوغه سن الحادية والثلاثين. فإن فضاء العينة هو (حياة، وفاة) ولكن من غير المنطقي أن نقول أن احتمال الوفاة هو $\frac{1}{2}$.

(2) **مفهوم التكرار النسبي**: إذا أعيد تنفيذ تجربة عشوائية N من المرات المتطابقة وإذا وقع الحدث A في N_o من هذه المرات فإن احتمال A هو القيمة p المعروفة بالصيغة $p = \lim_{N \to \infty} (N_o/N)$. ويسمى الاحتمال المحسوب بهذه الطريقة **بالاحتمال البعدي أو التجريبي**.

(3) **المفهوم الاجتهادي (الشخصي)**: إن احتمال حدث معين هو مقدار الثقة التي يضعها شخص معين في إمكانية وقوع ذلك الحدث مثل احتمال فوز فريق معين في مباراة معينة.

(4) **المفهوم الموضوعاتي لكلمغورف**: بدون محاولة إعطاء معنى اجتهادي لمصطلح احتمال، وضع كلمغورف عام 1933 ثلاثة شروط (موضوعات) يجب أن يحققها الاحتمال. ويبدأ هذا المفهوم بفضاء العينة Ω وحقل بوريل β معرف على Ω وعناصر β هي **الأحداث**. أي أن E حدث إذا كان $E \subset \Omega$ وكان $E \in \beta$. نعرّف الاحتمال (أو بصورة أدق **قياس الاحتمال**) بأنه دالة حقيقية القيمة ومعرفة على حقل بوريل β بحيث تحقق الموضوعات الثلاث (تسمى **موضوعات الاحتمال**) التالية:

(1) $P(E) \geqslant 0$ لأجل أي $E \in \beta$.

(2) $P(\Omega) = 1$.

(3) $P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots) = P(E_1) + P(E_2) + \ldots$ من أجل أي مجموعات جزئية $E_1, E_2 \ldots$ تنتمي إلى β وتحقق $E_i \cap E_j = \phi$ لكل $i \neq j$ ويسمى الثلاثي (Ω, β, P) **بالفضاء الاحتمالي**.

وحسب مفهوم كلمغورف يصبح موضوع الاحتمال حالة خاصة من نظرية القياس.

انظر **قياس**.

● **احتمال شرطي:**

الاحتمال الشرطي (ويكتب $P(A|B)$) للحدث A علمًا بأن الحدث B قد وقع فعلاً هو $P(A \cap B)/P(B)$ على افتراض أن $P(B) > o$ ويسمى $P(A \cap B)$ **الاحتمال المشترك للحدثين** B, A ويسمى $P(B)$ **الاحتمال الهامشي** للحدث B.

● **احتمال معكوس:**

انظر بايز: مبرهنة بايز.

● **تقارب بالاحتمال:**

نقول ان متتالية المتغيرات العشوائية $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ تتقارب في الاحتمال إلى المتغير العشوائي إذا كان $\lim\limits_{N \to \infty} P(|X_n - X| > \epsilon) = o$ لأجل أي $\epsilon > o$.

● **دالة الكثافة الاحتمالية:**

ليكن $(\Omega, \beta, P_\Omega)$ فضاء احتمالياً وليكن X متغيراً عشوائياً معرفاً على Ω ومداه مجموعة الأعداد الحقيقية R، أي أن X هو التطبيق $X: \Omega \to R$.

انظر عشوائي:.

متغير عشوائي. نعرف **دالة التوزيع** (وتسمى أيضاً **دالة التوزيع التراكمي**) $F(t)$ بالصيغة التالية $F(t) = P(X \leqslant t)$ حيث نعرف القياس الاحتمالي بأنه $P_\Omega (X^{-1}(-\infty, t)$. أي أن دالة التوزيع هي التطبيق $F: R \to [o, 1,]$. ومن صفات دالة التوزيع:

(1) $F(-\infty) = o$ و $F(+\infty) = 1$.

(2) غير متناقصة برتابة.

(3) مستمرة على اليمين عند كل نقطة في مجالها، إذا كانت $F(t)$ مستمرة إطلاقاً فتوجد دالة $f(x)$ تسمى **دالة الكثافة الاحتمالية** بحيث $F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$ و $dF(t)/dt = f(t)$ في كل مكان تقريباً. ومن صفات دالة كثافة

الاحتمال $f(x)$ هي $f(x) \geqslant o$ لكل قيم x و $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$. أما إذا لم تكن $F(t)$ متسمرة إطلاقاً فنعرف دالة الكتلة الاحتمالية $p(x)$ بالصيغة:

$$p(x) = F(x) - \lim_{t \to x^-} F(t) \equiv P(X = x)$$

ومن صفات $p(x)$ هي $o \leqslant p(x) \leqslant 1$ لكل قيم x و $\Sigma p(x) = 1$ حيث يعبر المجموع Σ على جميع قيم x الممكنة.

- **فضاء احتمالي:**

انظر أعلاه **احتمال:** (4) المفهوم الموضوعاتي لكلمغورف.

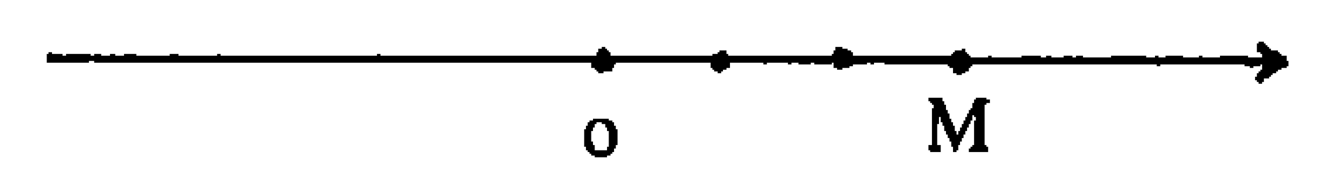
احتواء INCLUSION

- **دالة الاحتواء:**

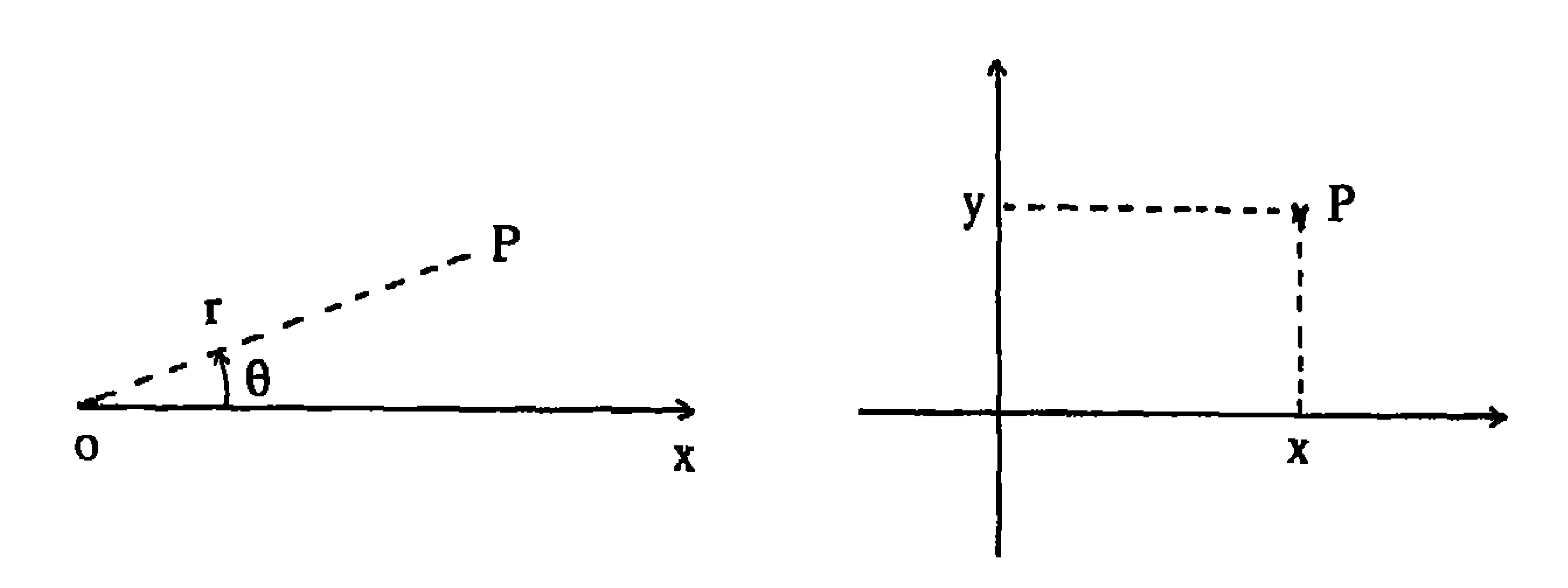
لنفرض أن A و B مجموعتان بحيث تكون B مجموعة جزئية من A أي $B \subset A$. فإن الدالة $f: B \to A$ المعرفة بالقانون $f(x) = x$ تسمى **بدالة الاحتواء**. وإذا كان $A = B$ فإن f تكون الدالة المحايدة.

إحداثيات COORDINATE

هي مجموعة من الأعداد يتم بواسطتها تحديد موقع نقطة في فضاء ما. وهكذا لو كان المطلوب تعيين نقطة على مستقيم لاحتجنا إلى عدد واحد، فالنقطة M تحدد بالعدد (3 +) مثلاً.



فإذا أردنا تعيين نقطة في مستو احتجنا لعددين فالنقطة P في المستوى تحدد بالعددين (x, y) أو (r, θ) أو أي عددين آخرين يتم اختيارهما بشكل مناسب اعتماداً على نظام إحداثيات ثابت.



أما إذا أردنا تعيين نقطة في الفضاء ثلاثي البعد فإننا نحتاج إلى ثلاثة أعداد تسمى إحداثيات النقطة، وهكذا. .

- **إحداثيات عقدية:**

هي مجموعة الأعداد العقدية الممثلة لنقطة.

انظر عقدي.

- **إحداثيات طبيعية:**

هي الإحداثيات y^i بحيث يتحقق ما يلي:

يكون للمعادلات الوسيطية لأي خط جيوديزي مار من $y^i = o$ (نقطة الأصل) الشكل الخطي $y^i = \xi^i s$ بدلالة وسطاء طول القوس.

وهذه الإحداثيات هي حالة خاصة من الإحداثيات الجيوديزية.

انظر متعامد.

- **إحداثيات لوغاريتمية:**

هي الإحداثيات التي تستخدم التدريج اللوغاريتمي في تحديد مواقع النقط.

- **إحداثيات متجانسة:**

إذا كانت (x, y) إحداثيات ديكارتية لنقطة في المستوى فإن أي ثلاثة أعداد (x_1, x_2, x_3) بحيث $\frac{x_1}{x_3} = x$, $\frac{x_2}{x_3} = y$ تسمى إحداثيات متجانسة لتلك النقطة.

وأي معادلة كثيرة الحدود في الإحداثيات الديكارتية تصبح معـادلة متجانسة عند انتقالنا من الإحداثيات الديكارتية إلى المتجانسة، فالمعادلة:

$$x^3 + xy^2 + 9 = 0$$

تصبح:
$$x_1^3 + x_1x_2^2 + 9x_3^2 = o$$

عند الانتقال إلى الإحداثيات المتجـانسة (x_1, x_2, x_3) ويمكن تعـريف الإحداثيات المتجانسة في الفضاء ثلاثي البعد أو فضاء ذات n بعداً.

انظر خط، انظر اسقاطي.

● **إحداثيات متناظرة:**

هي الإحـداثيـات u, v لسـطح S معـطى بـالمعـادلات

$$x = x(u, v), \ y = y(u, v), \ z = z(u, v)$$

بحيث يعطي عنصر الطول بالعلاقة $ds^2 = F\,du\,dv$ أي أن $E = G = o$.

انظر **خطي** ـ عنصر خطي لسطح.

ويكون لدينا إحداثيات متناظرة إذا وفقط إذا كانت المنحنيات الوسيطية لهذا السطح أصغرية.

انظر **وسيطي** ـ منحنيات وسيطية لسطح.

انظر **أصغري** ـ منحنى أصغري.

● **إحداثيات مماسية لسطح:**

لتكن X, Y, Z جيوب التمام الموجهة لناظم على السطح

$$S: x = x(u, v), \ y = y(u, v), \ z = z(u, v)$$

ولتكن W المسافة الجبرية من نقطة الأصل إلى المستـوى المماس للسـطح S في النقـطة $P(x, y, z)$ التي تعـطى بـالعـلاقـة $W = xX + yY + zZ$.

يتم تعيين السطح S بشكل وحيد بواسطة الدوال X, Y, Z, W التي تسمى الإحداثيات المماسية لـ S.

• **إحداثيات ناقصية:**

هي مجموعة الأعداد (k, ℓ, m) التي نحصل عليها من تقاطع ثلاثة سطوح متبائرة وثنائية الدرجة، هي:

$$\frac{x^2}{a^2 - k} + \frac{y^2}{b^2 - k} + \frac{z^2}{c^2 - k} = 1, \; k < c^2$$

$$\frac{x^2}{a^2 - \ell} + \frac{y^2}{b^2 - \ell} - \frac{z^2}{\ell - c^2} = 1, \; c^2 < \ell < b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2 - m} - \frac{y^2}{m - b^2} - \frac{z^2}{M - c^2} = 1, \; b^2 < m < a^2$$

حيث $a^2 > b^2 > c^2$.

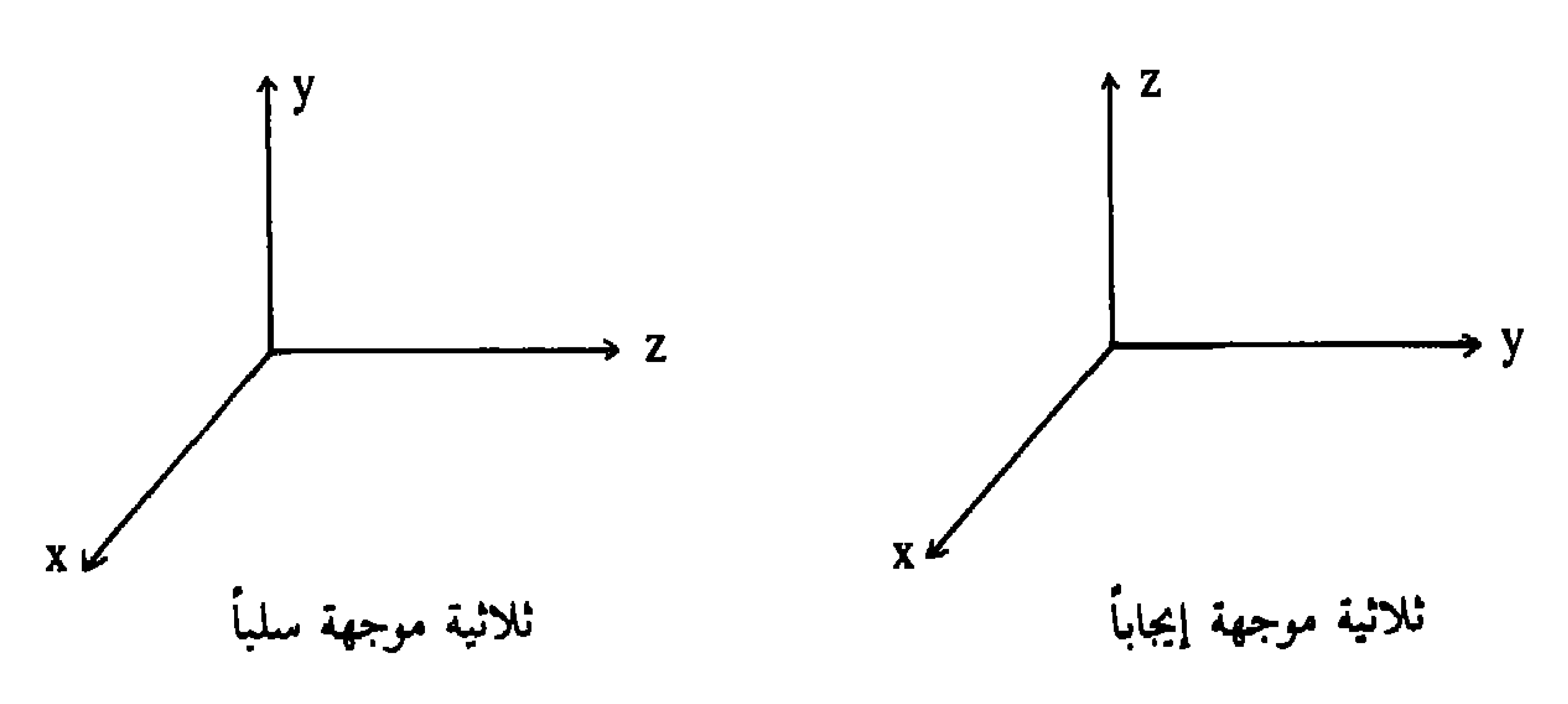
وتمثل هذه الأعداد نقطة P في الفضاء ثلاثي البعد. ولا بد أن نلاحظ أن هذه السطوح تتقاطع عموماً في ثماني نقط، حيث نحتاج لبعض القيود من أجل تعيين نقطة محددة بالذات، كأن نشير إلى الثمن الذي تقع فيه النقطة.

انظر متبائر.

• **ثلاثية إحداثية موجهة:**

هي المحاور ox, ou, oξ في الاحداثيات الديكارتية والموجهة.

وتكون الثلاثية موجهة إيجاباً إذا كان تدوير المحور ox لينطبق على oy يتطابق مع دوران بزال (برغي) يتحرك باتجاه oz. فإذا لم يتم ذلك قلنا إن الثلاثية موجهة سلباً.



ثلاثية موجهة سلباً — ثلاثية موجهة إيجاباً

● نظام احداثي:

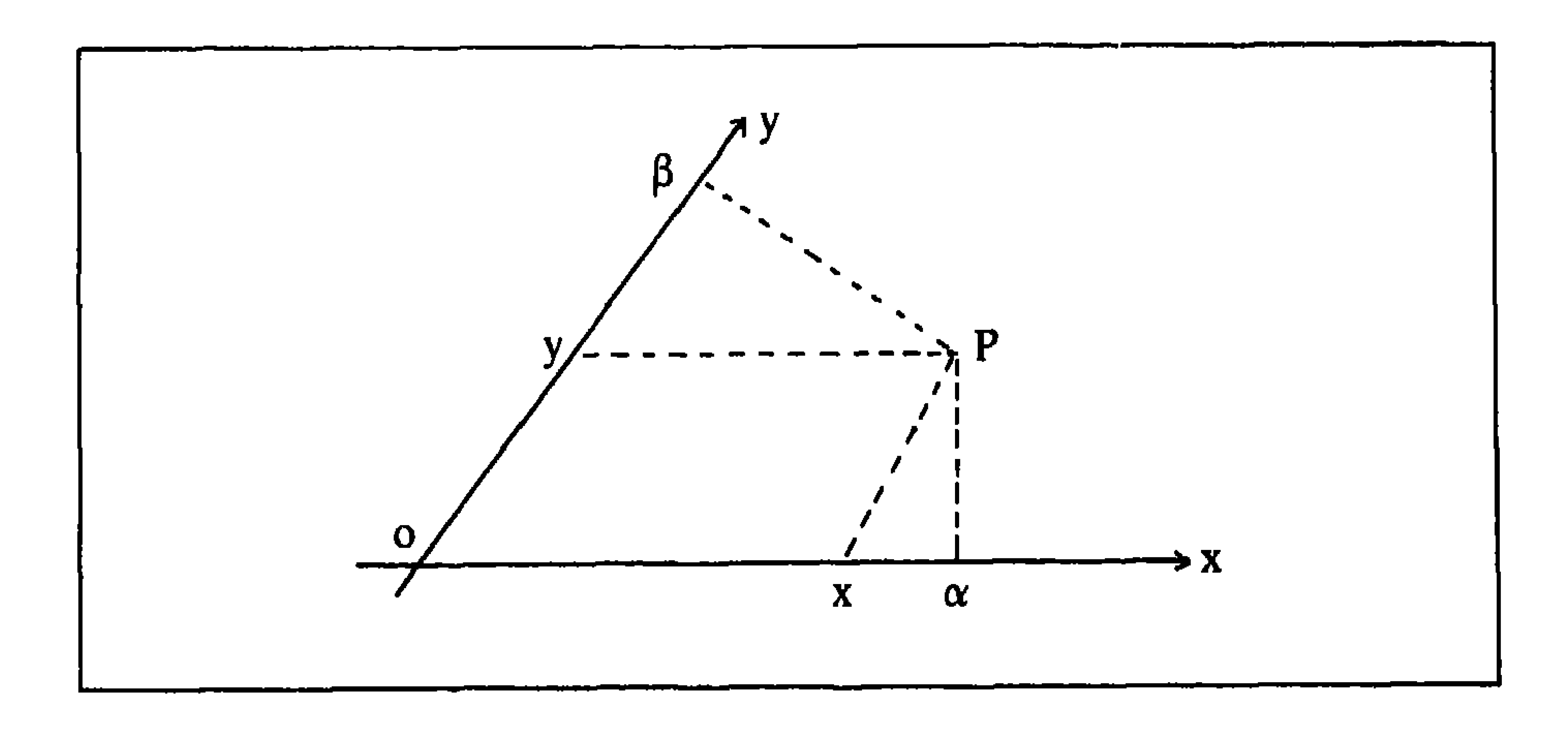
هو مجموعة العناصر الثابتة التي نستخدمها لتعيين نقطة ومعرفة إحداثيات هذه النقطة بالنسبة للنظام الاحداثي المنتقى. فالنظام الاحداثي في حالة الفضاء ذي البعد الواحد هو مستقيم مار من النقطة المراد تحديد موقعها. أما النظام الاحداثي في المستوى فقد يكون مستقيمين متقاطعين (الاحداثيات الديكارتية المائلة) أو مستقيم ونقطة (الاحداثيات القطبية).

وهكذا نحتاج من أجل تعيين نقطة في الفضاء إلى ثلاثة عناصر: **نظام إحداثي ــ طريقة لتحديد موقع النقطة ــ إحداثيات تلك النقطة.**

والمقصود هنا بالطريقة التي يتم بواسطتها تحديد موقع النقطة ما يأتي:

لو أخذنا النقطة P في مستو واخترنا النظام الاحداثي على أنه المحوران المتقاطعان ox و oy. كيف نحصل الآن على إحداثيات النقطة p؟

في الإحداثيات الديكارتية نرسم من P موازياً للمحورين oy, ox فيقطعان طولين جبريين من oy, ox، يمثلان إحداثيات النقطة P. ولقد كان بالإمكان اتباع طريقة أخرى للحصول على عددين يشيران إلى احداثيات النقطة P كأن نرسم عمودين من P على المحورين فنحصل على عددين آخرين هما أيضاً إحداثيا النقطة P كما يبين الشكل:



● **نظام إحداثيات عطالي:**

هو أي نظام من المحاور الاحداثية التي تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لمحاور إحداثيات ثابتة تسمى عادة **النظام العطالي الابتدائي**.

لا بد أن نشير إلى أنه لا يوجد نظام إحداثي ثابت فكل الأنظمة الاحداثية متحركة وكلمة ثابت هنا تستخدم بمفهومها النسبي.

● **نظام إحداثي يساري:**

هو نظام إحداثي من المحاور ox, oy, oz الموجهة بحيث تكون الثلاثية ox, oy, oz **ثلاثية موجهة سلباً**.

انظر **ثلاثية إحداثية موجهة**.

● **نظام إحداثي يميني:**

هو نظام إحداثي مكون من المحاور ox, oy, oz الموجهة بحيث تكون الثلاثية ox, oy, oz **ثلاثية موجهة إيجاباً**.

انظر **ثلاثية إحداثية موجهة**.

● **ورق إحداثي:**

هو ورق مسطر بشكل أفقي وعمودي ليشكل مربعات صغيرة وكبيرة. ويستخدم هذا النوع من الورق لتحديد مواقع النقط ورسم المنحنيات بشكل دقيق.

● **إحداثيات مركتلية: انظر مركتلي.**

● **إحداثيات ديكارتية: انظر ديكارتي.**

● **هندسة إحداثية: انظر هندسة تحليلية.**

● **مستويات إحداثية: انظر ديكارتي.**

● **إحداثيات انحنائية: انظر انحنائي.**

● **إحداثيات اسطوانية: انظر اسطواني.**

● إحداثيات كروية:
انظر كروي.

● إحداثيات جيوديزية:
انظر جيوديزي.

● إحداثيات جغرافية:
انظر كروي ــ إحداثيات كروية.

● إحداثيات مائلة:
انظر ديكارتي.

● إحداثيات ديكارتية قائمة:
انظر «ديكـارتي».

● تحويل الاحداثيات:
انظر «انسحـاب»، «تحـويـل».

إحصاء **STATISTICS**

(1) بمعنى علم الإحصاء: مجموعة النظريات والطرق المتعلقة بتخطيط وتصميم تجارب الأبحاث لغرض الحصول على مشاهـدات (سحب عينات عشوائية) تنفع للتوصل إلى نتائج عامة باحتمالات أخطاء قابلة للقياس، كذلك فإن طرق تلخيص وتبويب البيانات هي جزء من علم الإحصاء ويسمى هذا الجزء إحصاء وصفيًّا.

(2) بمعنى إحصائيات: مجموعة بيانات تتعلق بأعداد أشياء معينة مثل أمور اجتماعية كعدد السكان وأعداد الوفيات أو أمور مالية مثل كمية النقد المتداول أو الاستثمارات.

● إحصاءة:

لتكن $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ عينة عشوائية من توزيع احتمالي $f(x;\theta)$ حيث θ وسيط أو متجـه وسـطاء التـوزيـع. أيـة دالـة حقيقيـة أو متجهيـة القيمـة

$U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ لا تعتمد في قيمتها على أي وسيط مجهول أو أية كمية مجهولة تسمى إحصاءة. مثلاً: وسط العينة $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ هو إحصاءة، كذلك تباين العينة $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - X)^2$.

وغالباً ما تستخدم الإحصاءة كمقدر للوسيط θ أو كإحصاءة اختبار لفرض يتعلق بالوسيط θ.

انظر «مقدّر»، وانظر «اختبار وفرض».

● **إحصاءة كافية:**

لتكن $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ عينة عشوائية مسحوبة من توزيع احتمالي $f(x;\theta)$ حيث θ وسيط في الفضاء Ω ولتكن $T(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ إحصاءة. نقول ان T **إحصاءة كافية** لعائلة التوزيعات $\{f(x;\theta); \theta \in \Omega\}$ (أو للوسيط θ) إذا وفقط إذا كان التوزيع الاحتمالي الشرطي $f(x_1, x_2, \ldots, x_n | T = t)$ للمتغيرات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ بمعلومية $T = t$ لا يعتمد بتاتاً على θ. وهذا يعني أنه إذا علمت قيمة الإحصاءة الكافية T فإن العينة لا تحتوي على أية معلومات إضافية عن الوسيط θ.

ومن السهولة التعرف على إحصاءة كافية باستخدام مبرهنة نيمان وفيشر العاملية: T إحصاءة كافية للوسيط θ إذا وفقط إذا كان:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta) = g(T;\theta)\, h(x, x, \ldots, x_n)$$

حيث g تعتمد على $x_1, x_2, \ldots, x_n$ فقط من خلال T و h لا تعتمد بتاتاً على إحصاءة اختبار.

انظر «اختبار وفرض».

إحصاءة U-STATISTIC

لتكن $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع إحصائي يعتمد على الوسيط θ (قد تكون θ متجهاً) ولتكن $g(\theta)$ دالة قابلة للتقدير، درجتها m

و $f(x_1, x_2, ..., x_m)$ نواة متناظرة للدالة $g(\theta)$ نعرف إحصاءة بأنها أية إحصاءة يمكن كتابتها بالصيغة:

$$U(x_1, x_2, ..., x_n) = [1/\binom{n}{m}] \sum_c f_s(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_m})$$

حيث $\sum_c$ يمثل التجميع على كل الـ $\binom{n}{m}$ توافيق المؤلفة من الأعداد $\{1, 2, ..., n\}$ مأخوذة m كل مرة. ومن تعريف U يتضح أنها إحصاءة متناظرة. وغير متحيزة بالنسبة للدالة القابلة للتقدير $g(\theta)$ كذلك فإن $Var(u) \leqslant var(\phi)$ حيث ϕ أي مقدر غير متحيز للدالة $g(\theta)$. مثال: ليكن μ وسطاً متغيراً عشوائياً X. إن $g(\theta) = \mu$ هي دالة قابلة للتقدير درجتها 1 لأن $E(X_i) = g(\theta)$ حيث X_i أحد أعضاء العينة $x_1, x_2, ..., x_n$. كذلك فإن كل X_i هي نواة للدالة $g(\theta)$ وبهذا تكون إحصاءة U:

$$U(x_1, x_2, ..., x_n) = [1/\binom{n}{1}] \sum_i x_i = \frac{1}{n} \sum x_i = \overline{X}$$

وإذا كانت $g(\theta) = \sigma^2$ هي تباين توزيع X فإن إحدى نواتها المتناظرة $f(x_{i_1}, x_{i_2}) = ½ (x_{i_1} - x_{i_2})$ حيث $i_1 \neq i_2$ وتكون إحصاءة U:

$$U(x, x, ..., x) = [1/\binom{n}{2}] \sum_{i_1 < i_2} ½ (x_{i_1} - x_{i_2})$$

$$= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{X})^2$$

انظر قابل للتقدير.

Z, FISHER'S — إحصاءة Z لفيشر

انظر: فيشر.

STATISTICAL — إحصائي

---

(1) يتعلق بعلم الإحصاء.

(2) شخص متخصص بعلم الإحصاء.

● استقلال إحصائي:

انظر استقلال: استقلال المتغيرات العشوائية وانظر حدث:

● تحكم إحصائي:

انظر تحكم.

● معنوية إحصائية:

انظر معنوية.

إحصائي — STATISTICAL

● استقلال إحصائي:

انظر: استقلال وحدث.

● تحكم إحصائي:

انظر تحكم.

● فرض إحصائي:

انظر فرض.

● معنوية إحصائية:

انظر معنوية.

احمس — AHAMES (RHYND OR RHIND) PAPYRUS

● درج أحمس رايند من ورق البردى:

ويعتقد بأنه أقدم كتاب في الرياضيات، كتب بين سنتي 1800 و 2000 قبل الميلاد ونسخه الكاتب المصري أحمس حوالي العام 1650 قبل الميلاد وفي 1858 ميلادية اشتراه تاجر الأثريات الاسكتلندي الكسندر هنري رايند (1833-1863) من إحدى المدن المصرية النائية وصار هذا الدرج اليوم يحمل اسم رايند أيضاً لأن العالم عرفه عن طريقه.

اختبار TEST

- **إحصاءة اختبار:**

إحصاءة يبنى عليها الاختبار الإحصائي.

انظر فرض.

- **اختبار الفرض:**

انظر فرض.

- **اختبارات التقارب:**

انظر متسلسلة.

اختزال REDUCTION

هو عملية تغيير من شكل إلى شكل آخر أنسب أو أبسط وذلك بواسطة تجميع الحدود المتشابهة في عبارة جبرية، أو رفع طرفي معادلة إلى قوة مناسبة، أو تبسيط الكسور، أو إجراء التعويضات المناسبة، إلخ.

- **اختزال تصاعدي:**

تحويل عدد تعييني إلى عدد تعييني آخر ذي رتبة أعلى. مثل تحويل السنتمترات إلى أمتار والأمتار إلى كيلومترات.

- **اختزال تنازلي:**

تحويل عدد تعييني إلى عدد تعييني آخر برتبة أدنى. مثل تحويل الكيلومترات إلى أمتار والأمتار إلى سنتيمترات.

- **صيغ الاختزال في المكاملة:**

انظر مكاملة.

- **صيغ الاختزال في المثلثات:**

انظر علم المثلثات.

● اختزال كسر اعتيادي إلى كسر عشري:

هو إلحاق فاصلة عشرية وأصفار إلى صورة الكسر الاعتيادي، ثم قسمة الصورة على المخرج. مثل $0.25 = \frac{1.00}{4} = \frac{1}{4}$.

● اختزال كسر اعتيادي إلى أبسط صورة:

وهي عملية قسمة صورة ومخرج الكسر على جميع عواملهما المشتركة بحيث لا يبقى أي عامل مشترك بينهما فيما عدا الواحد.

● اختزال جذور المعادلة:

إنقاص جذور المعادلة.

اختصار: CANCELLATION

انظر يختصر.

اختلاف المنظر PARALLAX

● اختلاف المنظر الجيوديزي لنجم:

هو الزاوية المستوية التي رأسها النجم والمقابلة لنصف قطر الكرة الأرضية.

اختلاف مركزي ECCENTRICITY

● الاختلاف المركزي للقطوع المكافئة والناقصة والزائدة:

انظر مخروط.

اختلاف منظري PARALLATIC

● زاوية الاختلاف المنظري لنجم:

هي الزاوية بين القوسين لدائرتين عظميين أولاهما تمر من النجم والسمت والأخرى تمر من النجم والقطب. انظر ساعة ـ زاوية ساعية ودائرة ساعية.

اختيار CHOICE

الاختيار هو أحد البدائل المنتخبة بواسطة أحد اللاعبين أو المعينة بوسيلة عشوائية وذلك لنقلة في لعبة في مباراة.

انظر مباراة، نقلة، لعبة.

● **موضوعة الاختيار:**

إذا كان لدينا عائلة من المجموعات فإنه يوجد طريقة نختار من خلالها عنصراً من كل مجموعة ونعتبره «عنصراً خاصاً» في مجموعته. وبشكل آخر إذا كان لدينا عائلة A من المجموعات فإنه توجد دالة f على A بحيث يكون f(s) عنصراً في S وذلك لكل مجموعة S في A.

انظر مرتب ـ مجموعة حسنة الترتيب، زورن ـ تمهيدية زورن.

ويقال لموضوعة الاختيار أيضاً موضوعة تسيرملو.

● **موضوعة الاختيار المنتهية:**

هي موضوعة الاختيار في الحالة الخاصة عندما تكون عائلة المجموعات عائلة منتهية.

اختياري

● **افتراض اختياري:**

هو افتراض مبني على رغبة قائلة دونما انتباه إلى اتساقه (أو عدم اتساقه) مع قوانين الطبيعة أو مع بعض المبادىء الرياضية المقبولة.

● **ثابت اختياري:**

انظر ثابت.

● **ε اختياري:**

نقول ان قضية ما صحيحة لقيم ε اختياري إذا كانت هـذه القضية صحيحة إذا أعطينا ε أي قيمة عددية موجبة. وتستعمل هذه اللغة الاصطلاحية بشكل خاص عندما تكون قيم ε صغيرة جداً.

● دالة اختيارية في حل المعادلات التفاضلية الجزئية:

هي رمز لدالة غير محددة وتحقق المعادلة التفاضلية بصرف النظر عن طبيعة هذه الدالة وماهيتها. مثلاً $z = xf(y)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $x(\frac{\partial z}{\partial x}) - z = 0$ بصرف النظر عن ماهية الدالة f.

● وسيط اختياري:

وتستعمل بنفس معنى «وسيط» ولكن إضافة كلمة «اختياري» تكون للتأكيد على أن هذا الوسيط يمكن أن يأخذ أي قيمة من قيم مجموعة معينة (مجموعة الأعداد الحقيقية مثلاً).

اخذ الفروق — DIFFERENCING

● أخذ فروق الدالة:

هو أخذ الفروق المتتالية للدالة.

انظر فرق ــ فروق منتهية.

اخذ القياس — MENSURATION

أي عملية قياس المقادير الهندسية مثل أطوال الخطوط ومساحات السطوح وحجم المجسمات.

ادنى — INFERIOR

(1) **النهاية الدنيا**: انظر متتالية ــ نقطة تراكم المتتالية.

(2) وتعرف **النهاية الدنيا** لدالة عند النقطة x_0 بأنها أصغر عدد L بحيث لكل $\epsilon > 0$ وجوار U للنقطة x_0 يوجد نقطة $x \neq x_0$ في U بحيث يكون $f(x) < L + \epsilon$ ويرمز لهذه النهاية بالرمز $\liminf_{x \to x_0} f(x)$ أو $\underline{\lim}_{x \to x_0} f(x)$.

وتساوي النهاية $\underline{\text{Lim}}_{x \to x_0} f(x)$ نهاية أكبـر حد أدنى للقيم $f(x)$ حيث $\epsilon > |x - x_0|$ عندما تؤول ϵ إلى الصفر. ويجوز أن تكون هذه النهاية $+\infty$ أو $-\infty$.

(3) وتعرف **النهاية الدنيا** لمتتالية من المجموعـات $\{U_1, U_2, ...\}$ بأنها المجموعة المكونة من النقاط التي تنتمي لجميع المجموعات U_i ما عدا مجموعة منتهية منها. وتساوي هذه النهاية المجموعة $\bigcap_{p=1}^{\infty} \bigcup_{n=p}^{\infty} U_n$ وتكتب على الشكل $\text{Lim inf}_{n \to \infty} U_n$ أو $\underline{\text{Lim}}_{n \to \infty} U_n$.

انظر أعلى ـ النهاية العليا.

وتعبير النهاية الدنيا مرادف لتعبير النهاية السفلى.

أذكوري — MENMONIC

هو ما يساعد على التذكر.

● **حيلة أذكورية:**

هو أي تخطيط مساعد لحفظ شيء ما وتذكره.

مثال:

لكي نتذكر أن:

(1) $\text{cosec}\,\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$.　　(2) $\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$.

وليس العكس نقول ان co^{-} موجودة إما في المخـرج (2) أو مضافـة إلى $\sec\alpha$.

آر — ARE

الآر هو وحدة لقياس المساحة في النظام المتري، وهو يساوي 100 متـر مربع أو 119.6 ياردة مربعة.

انظر هكتار.

● **قاعدة أربع الخطوات:**

هي قاعدة لإيجاد مشتق وتتضمن الخطوات الأربع التالية:

(1) إضافة الزيادة Δx إلى x في الدالة لنحصل على $f(x + \Delta x)$.

(2) نوجد الفرق $f(x + \Delta x) - f(x)$.

(3) نقسم الناتج على Δx لنحصل على $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ ثم نبسطه (مثلاً بنشر الصورة واختصار Δx).

(4) نأخذالنهاية عندما تقترب Δx من الصفر، أي نوجد:

$$\lim_{\Delta x \to o} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

مثال: لإيجاد مشتق الدالة $f(x) = x^2$ نجري الخطوات الأربع المذكورة أعلاه.

(1) $f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2$.

(2) $f(x + \Delta x) - f(x) = (x + \Delta x)^2 - x^2$.

(3)
$$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$
$$= 2x + \Delta x$$

(4)
$$\lim_{\Delta x \to o} (2x + \Delta x) = 2x = \frac{d\,x^2}{dx}$$

● **مسألة أربعة الألوان:**

هي مسألة تحديد فيما إذا كان بالإمكان تلوين خريطة مستوية باستخدام أربعة ألوان بحيث لا يكون لبلدين لهما حدود مشتركة نفس اللون.

والشيء المعروف حتى الآن هو أن المسألة محلولة إذا استخدمنا خمسة

ألوان وعلى أن ثلاثة ألوان غير كافية لحل المسألة. ويفترض دائمًا في هذه المسائل أن يكون كل بلد متصلاً أي أنه يمكننا الذهاب من نقطة إلى أخرى في البلد دون الخروج من البلد.

والجدير بالذكر هنا أنه يمكن حل مسألة الألوان على الطارة باستخدام عدد من الألوان ليس بأكثر من سبعة.

كما أنه لا يمكن تلوين خريطة على الطارة بأقل من سبعة ألوان.

ارتفاع ALTITUDE

● **ارتفاع شكل هندسي:**

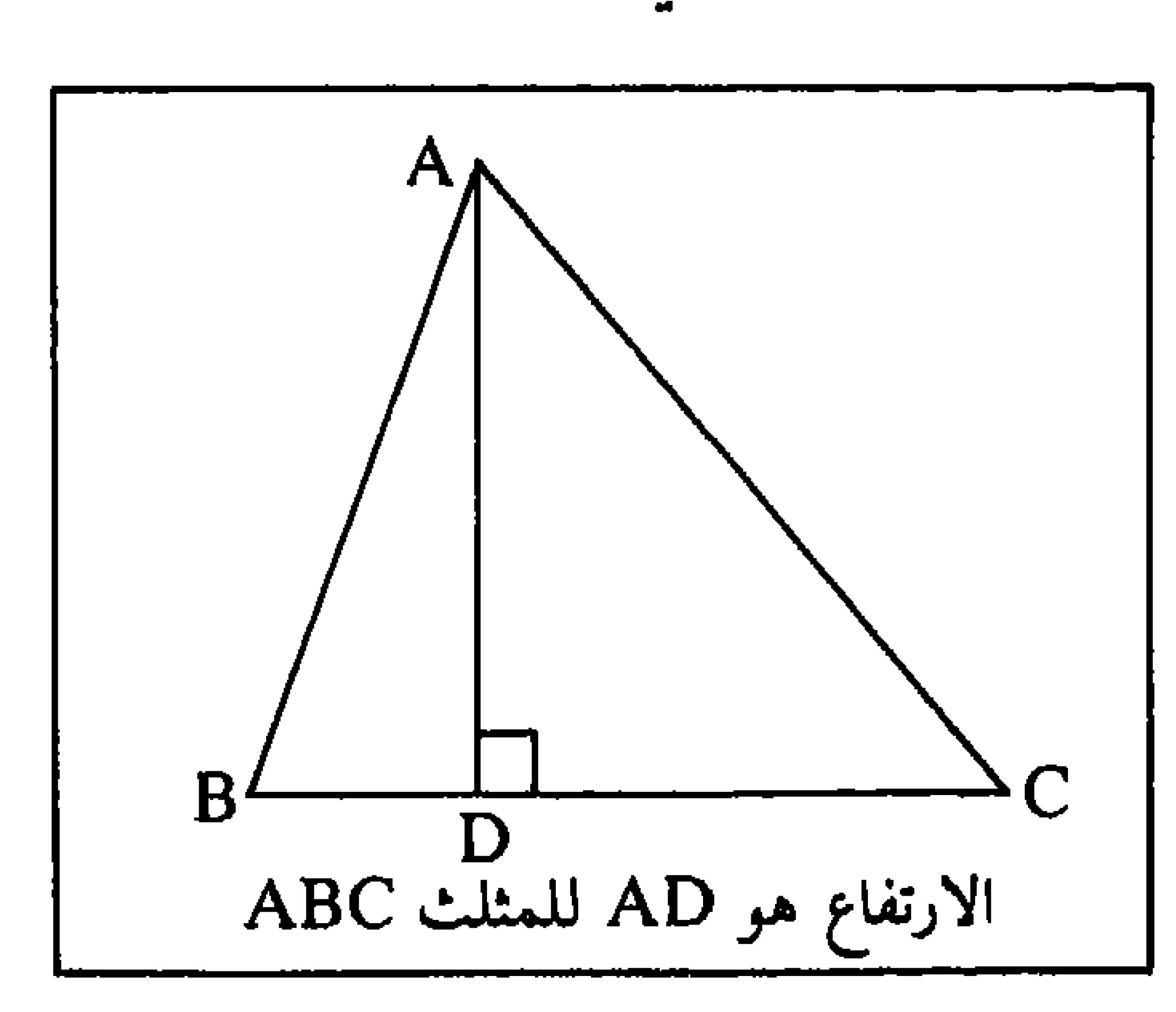
هو طول قطعة مستقيمة (أو القطعة المستقيمة ذاتها) نعرّفها بطريقة ما لتشير إلى ارتفاع الشكل، فارتفاع المثلث هو طول القطعة المستقيمة المعرفة على العمود النازل من رأس من رؤوس المثلث على الضلع المقابل.

انظر الشكل.

انظر **مخروط، اسطوانة، مكافئي، قطعة مكافئية، متوازي الأضلاع، متوازي السطوح، منشور، هرم، مستطيل، قطعة ــ قطعة كروية، شبه منحرف، مثلث، منطقة.**

● **ارتفاع نقطة سماوية:**

هو المسافة الزاوية فوق أو تحت أفق المراقب والتي نقيسها على الدائرة السماوية الكبرى (الدائرة الرأسية) التي تمر في النقطة والسمت ونظير السمت. إذا كانت النقطة فوق الأفق فإننا نعتبر الارتفاع موجباً وإذا كانت تحته فالارتفاع سالب.



الارتفاع هو AD للمثلث ABC

ارتفاع RISE

● الارتفاع بين نقطتين:

هو الفرق بين علو النقطتين.

انظر امتداد.

إرجاع REVERSION

● إرجاع متسلسلة:

عملية التعبير عن x كمتسلسلة في y بدل أن تكون y متسلسلة في x.

ارخميدس ARCHIMEDES (287-212 B.C.)

هو عالم إغريقي اشتغل بالهندسة والتحليل والفيزياء. وقد قام باستخدام طرق تعتمد على مفهوم النهايات الذي تبلور بعده بمئات السنين والذي يعتبر أساساً لظهور حسبان التفاضل والتكامل.

هذا ويعتقد أن أرخميدس هو أحد أعظم علماء الرياضيات عبر العصور.

● خاصة أرخميدية:

وهي إحدى خواص الأعداد الحقيقية والتي تنص بأنه إذا كان لدينا أي عددين موجبين a, b فإننا نستطيع أن نجد عدداً صحيحاً n بحيث يكون $a < nb$.

● طريقة الاستنفاذ: انظر استنفاذ.

● حلزون أرخميدس: انظر حلزون.

أرضي TERRESTRIAL

● مثلث أرضي:

هو مثلث كروي على سطح الأرض (باعتبار الأرض كرة) يكون القطب الشمالي أحد رؤوسه ويكون رأساه الآخران نقطتين تكون المسافة بينهما معلومة.

ERG أرغ

هو وحدة الشغل، أي الشغل المبذول من قوة مقدارها داين واحد عند انتقالها مسافة قدرها سنتيمتر واحد.

ARGAND (1768-1822) آرغند (جان روبير)

هو رياضي سويسري، من أوائل الذين نشروا عن التمثيل البيـاني للأعداد العقدية (1806).

انظر غاوس ـ مستوى غاوس، واليس.

● **رسم آرغند التخطيطي:**
محوران متعامدان، تُمثّل الأعداد الحقيقية على أحدهما بينما تُمَثّل على الآخر الأعداد التخيلية البحتة، وبذلك نحصل على نظام إحداثي لتمثيل الأعداد العقدية. ويسمى المحور الأول المحور الحقيقي والثاني المحور التخيلي.

NUMERALS ارقام

هي رموز تستخدم للدلالة على الأعداد وفق نظام معين كالأرقام العربية أو الرومانية.

● **أرقام عربية:**
هي الرموز: 9 ,8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0.

● **الأرقام الرومانية:** انظر روماني.

إزاحة

● **إزاحة متوازية:**

ليكن $\pi = x_t$، $o \leq t \leq 1$ منحنى أملس في منطو تفاضلي M. إذا أخذنا

$u_o \in TM$ بحيث يكون $\pi(u_o) = x_o$ فإن الرفع الأفقي الوحيدπ للمنحنى π والمار بالنقطة u_o له نقطة نهاية u_1 بحيث $\pi(u_1) = x_1$.

(انظر أفقي ــ رفع أفقي لمنحنى).

وإذا قمنا بتغيير النقطة u_o في الليف $\pi^{-1}(x_o)$ فإننا نحصل على تطبيق (في الحقيقة نحصل على تماثل) من الليف $\pi^{-1}(x_o)$ إلى الليف $\pi^{-1}(x_1)$. ونرمز لهذا التطبيق بالرمز τ أيضاً ونسميه بالإزاحة المتوازية على طول τ.

ملاحظة:

من الممكن تعريف الإزاحة المتوازية في أي رزمة ألياف رئيسية يكون M فضاء أساسها. ولكننا نركز على رزمة الإطارات على M والرزمة المشاركة لها TM لأهميتها وطبيعتها.

إزالة REMOVAL

- **إزالة حد المعادلة:**

تحويل المعادلة إلى شكل لا يحتوي هذا الحد بالذات.

انظر تدوير ــ تدوير المحاور.

وانظر انسحاب.

كذلك أنظر مختزل ــ معادلة تكعيبية مختزلة.

- **ازدواج:**

لنأخذ F و G فضاءي متجهات حقيقيين (أو عقديين). إذا أخذنا شكلا ثنائي الخطية B على FxG فإننا نقول بأن الفضاءين F و G قد ازدوجا أو شكلا ازدواجاً بالنسبة للشكل B. كما نقول أن الازدواج **يفصل** نقاط F إذا كان لكل $x \in F$، $x \neq o$ يوجد $y \in G$ بحيث $B(x, y) \neq o$. وبشكل مماثل نقول إن الازدواج **يفصل** نقاط G إذا كان لكل $y \in G$ $(y \neq o)$ يوجد $x \in F$ بحيث $B(x, y) \neq o$. أما إذا كان الازدواج يفصل نقاط F ونقاط G فإننا نسمي هذا الازدواج **منفصلاً** أو أن (F, G) هو **نظام ثنوي** بالنسبة إلى الشكل B.

والأس عدد يوضع في أعلى يمين الرمز مثل العدد n في x^n ويكون الأس عدداً صحيحاً أو منطقاً أو أصمًا.

(1) إذا كان الأس n عدداً صحيحاً موجباً، فإن: $x^n = x.x.x....x$

أي x مضروبة n من المرات في نفسها، فمثلاً: $3^1 = 3$ و $3^2 = 3 \times 3 = 9$ و $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ وهكذا.

(2) إذا كان الأس n مساوياً للصفر، فإن: $x^o = 1$

(3) إذا كان الأس n عدداً صحيحاً سالباً، فإن: $x^n = \frac{1}{x^{-n}}$

فمثلاً: $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ $\qquad 3^{-2} = (3^2)^{-1} = (9)^{-1} = \frac{1}{9}$

وفي الحالات الثلاث السابقة أي إذا كان الأس عدداً صحيحاً فإن القوانين التالية صحيحة حيث يفترض أن a و b عددان حقيقيان أو تخيليان و m و n عددان صحيحان.

(1) $a^n a^m = a^{n+m}$,

(2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq o,$

(3) $(a^m)^n = a^{mn},$

(4) $(ab)^n = a^n b^n,$

(5) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq o.$

(4) إذا كان الأس n عدداً منطقاً أي $n = \frac{p}{q}$ حيث p و q أعداداً صحيحة، فإن:

$$x^n = x^{p/q} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$$

حيث $x^{\frac{1}{q}} = +\sqrt[q]{x}$ إذا كان x موجباً

$$x^{\frac{1}{q}} = -\sqrt[q]{x}$$

إذا كان x سالباً، و q عدداً فردياً.

ومنه نستنتج أن:

$$x^{p/q} = (x^{\frac{1}{q}})^p = (x^p)^{\frac{1}{q}}$$

ونشير هنا إلى أن القوانين الخمسة التي ذكرناها سابقاً صالحة في هذه الحالة أيضاً إذا كان a و b عددين موجبين.

(5) إذا كان الأس n عدداً أصم فإن x^n تعرف بأنها الكمية المقربة التي نحصل عليها بأسس منطقة تقرب الأس الأصم فمثلاً $3^{\sqrt{2}}$ تمثل نهاية المتتالية.

$$3^{1.4}, 3^{1.41}, 3^{1.414}, \ldots$$

وبشكل عام، إذا اقتربت المتتالية $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ المكونة من أعداد منطقة من العدد الأصم a فإن c^a تمثل نهاية المتتالية $c^{a_1}, c^{a_2}, \ldots, c^{a_n}, \ldots$.

وتسري هنا أيضاً القوانين الخمسة سالفة الذكر إذا كان كل من a و b عدداً موجباً.

وإذا كان الرمز x عدداً عقدياً، فإننا نعرف:

$$x^m = e^{m(\log x)}$$

حيث نوجد الكمية في الطرف الأيمن بالتعويض عن t بالكمية $m(\log x)$ في متسلسلة تايلور:

$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \ldots + \frac{t^n}{n!} + \ldots$$

انظر **أسي ـ متتالية أسية**، وانظر كذلك **لوغاريتم ـ لوغاريتم العدد العقدي**.

وعموماً لا تسري القوانين الخمسة للأسس في هذه الحالة لأن x^m متعددة القيم. فمثلاً:

$$\left(\frac{2}{-3}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = i\sqrt{\frac{2}{3}}$$

لا تساوي : $\frac{2^{\frac{1}{2}}}{(-3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{i\ 3} = -i\sqrt{\frac{2}{3}}$

انظر دوموافر ـ مبرهنة دوموافر.

RADIX **اساس**

---

(1) جذر.

(2) عدد يستخدم أساساً لنظام عددي معين مثل العدد 10 يستخدم أساساً للنظام العشري.

(3) عدد يستخدم أساساً لنظام لوغاريتمي مثل العـدد $e = 2.71828$ يستخدم أساساً للوغاريتم الطبيعي.

كسر أساس:

هو مجموع كسور بالشكل التالي ... + $\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2} + \frac{c}{r^3} + \frac{d}{r^4}$ +

حيث r عدد صحيح ...,d,c,b,a,... أعداد صحيحة أقل من r.

- **أساس جدول الوفيات:**

انظر وفيات ـ جدول وفيات.

BASIS **أساس:**

إذا أخذنا عدداً من الشكل a^n فإن الكمية a تسمى الأساس كما تسمى الكمية n الأس.

- **أساس لطبولوجيا:**

إذا أخذنا فضاءً طبولوجياً T فإننا نقول إن العائلة B من المجموعات المفتوحة تشكل أساساً للطبولوجيا إذا كانت أي مجموعة مفتوحة في T هي اتحاد لعدد من عناصر B. أما الأساس الجزئي للطبولوجيا فهو عائلة S من المجموعات المفتوحة بحيث أنه لو أخذنا كل التقاطعات المنتهية $G_1 \cap G_2 \cap \ldots G_n$ $G_1, G_2.., G_n \epsilon S$ لحصلنا على أساس للطبولوجيا.

نقول أن العائلة N تشكل أساساً في جوار نقطة x (أو أنها تشكل أساساً محلياً عند x) إذا كانت x تنتمي إلى كل عنصر من عناصر N وإذا كانت كل مجموعة مفتوحة تحتوي x تحتوي على أحد عناصر N أيضاً. أما الأساس الجزئي في جوار x فهو عائلة S من المجموعات المفتوحة التي تشكل تقاطعاتها المنتهية أساساً في جوار x.

نقول أن الفضاء الطبولوجي T يحقق الموضوعة الأولى للعدية إذا كان لكل نقطة في T أساس محلي قابل للعد. أما إذا كان لطبولوجيا T أساس قابل للعد فإننا نقول بأن T يحقق الموضوعة الثانية للعدية. يحقق الفضاء المقاسي الموضوعة الثانية للعدية إذاً وفقط إذا كان قابلاً للفصل.

- **الأساس في الرياضيات المالية:**

هو عدد (يكون غالباً مبلغاً من المال) تحسب الفائدة على أساسه عن طريق حساب نسبة مئوية معينة منه.

- **أساس نظام لوغاريتمي:**

انظر لوغاريتم.

- **أساس نظام عددي:**

هو عدد الوحدات التي إذا وجدت في خانة معينة فيجب كتابتها 1 في الخانة الأعلى. أي أننا نقول إن العدد الصحيح الموجب K هو أساس لنظام عددي إذا كان لدينا رمز لكل من الأعداد $0, 1, 2, \ldots, K-1$ ولنقل أنها $d_o, d_i, \ldots, d_{k-1}$ على الترتيب. فإن العدد K نفسه يساوي $d_1\, d_0$ في هذا النظام لأن

$$d_1d_0 = d_1K + d_0 = 1.K + O = K$$

ونحسب أي عدد $d_3d_7d_1$ على سبيل المثال كما يلي:

$$d_3d_7d_1 = d_3K^2 + d_7K + d_1$$

وكذلك $d_3d_7d_1$. d_0 تحسب على أنها: $d_0 + d_3K^{-1} + d_7K^{-2} + d_1K^{-3}$

ولنأخذ مثلاً أوضح: إذا كان $K = 2$ فإننا نحصل على النظام العددي الثنائي والرموز التي نستعملها هي 0,1 ففي هذا النظام 10 تعني 2 وأي عدد، مثلاً 110100 يعني $2^5 + 2^4 + 2^2$.

انظر ثنائي عشري، نظام اثنا عشري.

وواضح أنه في حساباتنا اليومية نعرف أنه 23 تساوي $3 + 10 \times 2$ أي أننا نستعمل العدد 10 كأساس لحساباتنا.

● **أساس فضاء متجهات:**

(1) هو مجموعة من المتجهات المستقلة خطياً بحيث يكون أي متجه في الفضاء مساوياً لتوافق خطي لعدد منته من متجهات هذه المجموعة. ومن مرادفاتها أساس هامل.

انظر هامل.

(2) إذا كان الفضاء ذا بعدية لا منتهية، قابل للفصل وعليه معيار فإن الأساس يعني متتالية $\{x_1, x_1, \ldots\}$ من العناصر بحيث يكون كل متجه x في الفضاء مساوياً للمجموع $x = \sum_{i=1}^{\infty} a_i x_i$ وبشكل وحيد. (هذا يعني أن طول $x - \sum_{i=1}^{\infty} a_i x_i$ يؤول إلى الصفر عندما تزداد n بلا حدود وأنه إذا كان $x = \sum_{i=1}^{\infty} b_i x_i$ فلا بد أن يكون $a_i = b_i$ وذلك لكل i). إذا كانت متجهات الأساس متعامدة بعضها مع بعض (أي متعامدة بالتبادل) فإننا نقول إن هذا الأساس أساس متعامد. إذا كان طول كل متجه في الأساس وحدة قياس واحدة فإننا نقول إن الأساس معيّر. وإذا كان عدد المتجهات التي في الأساس منتهياً فإننا نقول إن بعدية الفضاء منتهية وتساوي هذه البعدية عدد متجهات الأساس (وهذا العدد لا يتغير بتغير الأساس). وإذا كان عدد المتجهات الأساس لا منته فإننا نقول إن بعدية الفضاء لا منتهية.

كمثال على فضاء متجهات منتهي البعدية نأخذ $R^2 = \{(x,y) \mid x,y \in R\}$ على حقل الأعداد الحقيقية. وتشكل المجموعة $\{(1,0), (0,1)\}$ أساساً لهذا الفضاء وهو بذلك ذو بعدية 2. كأمثلة على فضاءات لا منتهية البعدية. انظر الأمثلة المعطاة تحت **بناخ ــ** فضاء بناخ، مع الانتباه إلى أنه من الممكن أن يكون لدينا فضاء بناخ وقابل للفصل ومع ذلك ليس له أساس.

انظر داخلي ــ فضاء جداء داخلي.

● أساس ثنوي:

(1) ليكن V فضاء خطياً بعديته منتهية وله أساس $\{x_1, ..., x_n\}$ نقول أن المجموعة $\{f_1, ..., f_n\}$ (حيث إن كل f_i هو دالي خطي) هي أساس ثنوي إذا كان $f_k (\Sigma a_i x_i) = a_k$.

الأساس الثنوي هو أساس للفضاء المرافق الأول V^*. إذا اعتبرنا فضاء ثنوياً للفضاء V^* عن طريق اعتبار $x \epsilon V$ دالياً خطياً على V^* كما يلي: $x(f) = f(x)$ وذلك لكل x في V وكل f في V^* فإن الأساس $\{x_1, ..., x_n\}$ في هذه الحالة هو الأساس الثنوي للأساس $\{f_1, ..., f_n\}$.

(2) إذا كان β فضاء بناخ وكان له أساس $\{x_1, x_2, ...\}$ فإن المتتالية $\{f_1, f_2, ...\}$ المعرفة بواسطة:

$$f_k \left(\sum_1^\infty a_i x_i \right) = a_k$$

هي متتالية داليات خطية مستمرة. وتكون هذه المتتالية أساساً للفضاء المرافق الأول إذا وفقط إذا كانت انكماشية بمعنى أن $\lim_{n \to \infty} \|f\|_n = o$ وذلك لكل دالي f حيث تكون $\|f_n\|$ معيار f كدالي خطي مجاله المولّد الخطي للمجموعة $\{x_{n+1}, x_{n+2}, ...\}$، هذا ويتحقق هذا الشرط بالنسبة لكل الأسس في الفضاءات الانعكاسية. إذا كانت $\{x_\alpha\}$ مجموعة تامة متعامدة معيرة في فضاء جداء داخلي T فإن $\{f\alpha\}$ تكون مجموعة تامة متعامدة معيرة وذلك للفضاء المرافق الأول للفضاء T، علمًا بأن $f_\beta (\Sigma a_\alpha x_\alpha) a = \alpha_\beta$. وكما جاء في (1) نعتبر أن كلاً من الأساسين $\{f_\alpha\}, \{x_\alpha\}$ ثنوي للآخر.

انظر داخلي ــ فضاء جداء داخلي.

SUBBASE **اساس جزئي**

انظر أساس ــ أساس فضاء طبولوجي.

اساس طبيعي e

يدل الرمز e على الأساس الطبيعي للوغاريتمات ويساوي الكمية

$$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$= \lim_{n \to 0} (1 + n)^{\frac{1}{n}}$$

والقيمة العددية لـ e تساوي ...2.7182818284 وإذا تذكرنا أن

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

فإننا نستطيع إيجاد e بوضع $x = 1$ في المتطابقة المذكورة لنحصل على

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

وكان أويلر أول من برهن في عام 1737 على أن e عدد أصم كما برهن بعده هرميت في عام 1873 على أن e عدد متسام.

اساسي FUNDAMENTAL

- **الافتراض الأساسي:**

انظر افتراض.

- **التمهيدية الأساسية لحسبان التغير:**

إذا كانت α دالة مستمرة في $a \leq x \leq b$ وكان $\int_a^b \alpha(x)\, \phi(x)\, dx = 0$ لكل دالة ϕ مشتقها الأول مستمر في $a \leq x \leq b$ وبحيث $\phi(a) = \phi(b) = 0$ فإن $\alpha(x)$ تطابق الصفر لكل $\alpha \leq x \leq b$ أي أن $(x) \equiv 0$.

الزمرة الأساسية:

لنفرض أن S مجموعة بحيث يمكن وصل أية نقطتين فيها بممر (والممر في الفضاء الطبولوجي S يعرف بأنه الدالة المستمرة α من الفترة المغلقة $[o,1]$ إلى S)

وتعرف الزمرة الأساسية $\pi_1(S,p)$ بأنها زمرة الخارج لزمرة كل الممرات التي تنطبق نقط ابتدائها وانتهائها على النقطة p والتي تسمى بنقطة الأساس والزمرة الجزئية المكونة من جميع الممرات المتحاولة مع الممر المكون من النقطة الوحيدة p.

ويكون الممران f و g في نفس صنف التكافؤ في زمرة الخارج إذا كانا متحاولين.

ويعرف جداء الممرين f و g بأنه الممر الذي نحصل عليه بإلحاق g لنهاية f واما معكوس f فهو الممر الذي نحصل عليه بعكس الاتجاه المعطى لـ f.

وإذا احتوت الزمرة الأساسية فقط على العنصر المحايد فإن الفضاء S يكون بسيط الاتصال. والزمرة الأساسية للدائرة تكون زمرة دورية لا منتهية.

أما الزمرة الأساسية للطارة فهي زمرة تبديلية مولدة بعنصرين a و b. وتولد الزمرة الأساسية لسطح مغلق قابل للتوجيه جنسه p بعدد من العناصر a_i و b_i قدره 2_p تحقق العلاقة

$$a_1b_1a_1^{-1}b_1^{-1}a_2b_2a_2^{-1}b_2^{-1}\ldots a_pb_pa_p^{-1}b_p^{-1} = 1$$

وهذه الزمرة ليست تبديلية إلا إذا كان $p = 1$ وعندئذ يكون السطح طارة.

وللسطح المغلق غير القابل للتوجيه زمرة أساسية مولدة بعناصر a_i عددها q وتحقق العلاقة

$$a_1a_1a_2a_2\ldots a_qa_q = 1$$

وإذا كان $q = 1$ فإن الزمرة الأساسية تكون زمرة بمرتبة قدرها 2 ومولدة بعنصر وحيد (وفي هذه الحالة يكون السطح هو المستوى الإسقاطي) وتولد مبدلات الزمرة الأساسية زمرة متماثلة مع زمرة الشباه من بعد واحد (مبنية على الأعداد الصحيحة).

● **المبرهنة الأساسية للجبر:**

كل معادلة كثيرة الحدود ذات درجة $n \geq 1$ ومعاملاتها عقدية لها جذر واحد على الأقل يكون عقدياً.

● **المبرهنة الأساسية للحساب:**

وتنص على أن أي عدد صحيح موجب أكبر من 1 يكون إما عدداً أولياً أو يمكن التعبير عنه كجداء أعداد أولية.

● **المبرهنة الأساسية للحسبان:**

وهي تتعلق بالعلاقة بين المفاضلة والمكاملة وتنص على التالي:

(1) إذا كان $\int_a^b f(x)dx$ موجوداً وكانت هناك دالة F بحيث $F'(x) = f(x)$ لكل x في الفترة المغلقة [a,b] فإن

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

(2) إذا كان $\int_a^b f(x)dx$ موجوداً وكانت F معرفة بالتكامل $F(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ لكل x في الفترة المغلقة [a,b] فإن F تكون قابلة للمفاضلة عند x_o و $F'(x_o) = f(x_o)$ لكل $x_o \in [a,b]$ تكون عندها f مستمرة.

● **المعاملات الأساسية والأشكال التربيعية لسطح:**

انظر سطح.

أساسي:

● **مركز أساسي:**

المركز الأساسي لثلاث دوائر هو نقطة تقاطع المحاور الأساسية لكل دائرتين وتكون هذه النقطة واقعة في اللانهاية إذا وفقط إذا كانت مراكز الدوائر واقعة على خط مستقيم واحد.

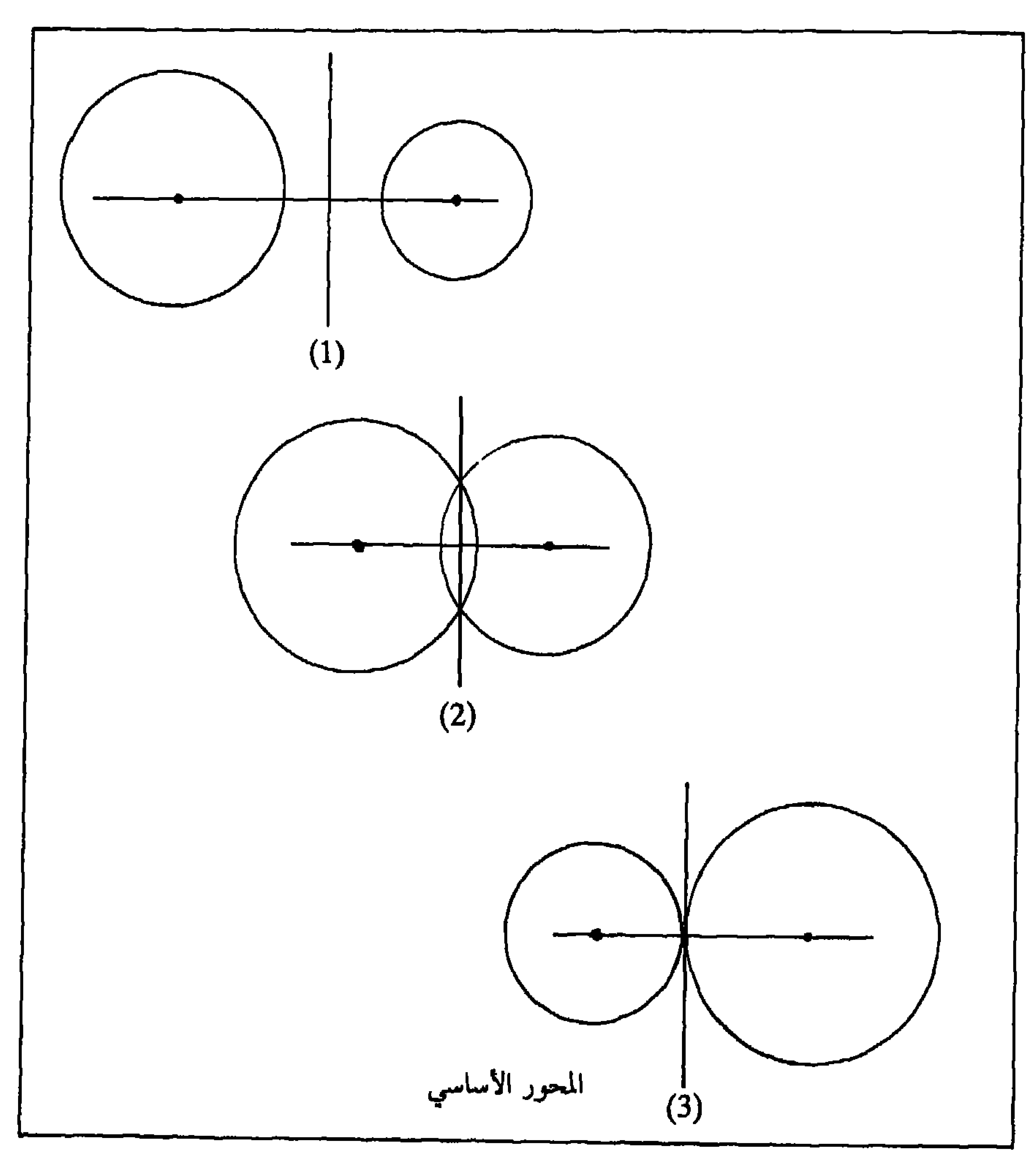
● **مركز أساسي للكرات:**

المركز الأساسي لأربع كرات هو نقطة تقاطع المستويات الأساسية الستة للكرات الأربع. ويكون المركز الأساسي في اللانهاية إذا وفقط إذا كانت مراكز الكرات الأربع في مستو واحد.

● **محور أساسي:**

المحور الأساسي لدائرتين هو المحل الهندسي للنقط المحققة للمعادلة الخطية الناتجة عن حذف الحدود التربيعية من معادلتي الدائرتين. وهو يمثل مستقيمًا عمودياً على المستقيم المار بمركزيهما. إذا تقاطعت الدائرتان فإن المحور يكون المستقيم المار بنقطتي التقاطع وإذا كانتا مماستين فهو المماس المشترك عند نقطة تماسهما. انظر الشكل. كما أن المحور الأساسي هو المحل الهندسي للنقط المتساوية القوة بالنسبة للدائرتين.

انظر **قوة ــ قوة نقطة بالنسبة لدائرة أو كرة.**



فإذا كانت معادلتا الدائرتين هما:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$$

فإن معادلة المحور الأساسي تعطى بالعلاقة

$$(a - \alpha)x + (b - \beta)y + c - \gamma = 0$$

- **محور أساسي لثلاث كرات:**

هو مستقيم تقاطع المستويات الأساسية للكرات الثلاث. ويكون هذا المستقيم في اللانهاية إذا وفقط إذا كانت مراكز الكرات على خط مستقيم واحد.

انظر **مستوى أساسي**.

- **مستو أساسي:**

المستوى الأساسي للكرتين هو بيان المعادلة الناتجة من حذف الحدود التربيعية في معادلتي الكرتين، فلو كانت معادلتا الكرتين هما:

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + \alpha n + \beta y + \sigma z + \delta = 0$$

فإن معادلة المستوي الأساسي هي:

$$(a - \alpha)x + (b - \beta)y + (c - \sigma)z + d - \delta = 0$$

والمستوى الأساسي هو المحل الهندسي للنقطة ذات القوى المتساوية بالنسبة للكرتين.

انظر **قوة**.

استبدال — REPLACEMENT

- **كلفة استبدال أداة:**

ثمن الأداة البديلة ناقصاً ثمن الخردة للأداة المستبدلة.

- **معاينة بالاستبدال:**

أنظر **عشوائي. معاينة عشوائية**.

REPLECEMENT استبدال

● معاينة بالاستبدال:

هي طريقة سحب عينات من مجتمع إحصائي يتم فيها إرجاع العنصر المسحوب إلى المجتمع قبل سحب العنصر الذي يليه.

انظر دون استبدال، عشوائي.

● عينة عشوائية بسيطة:

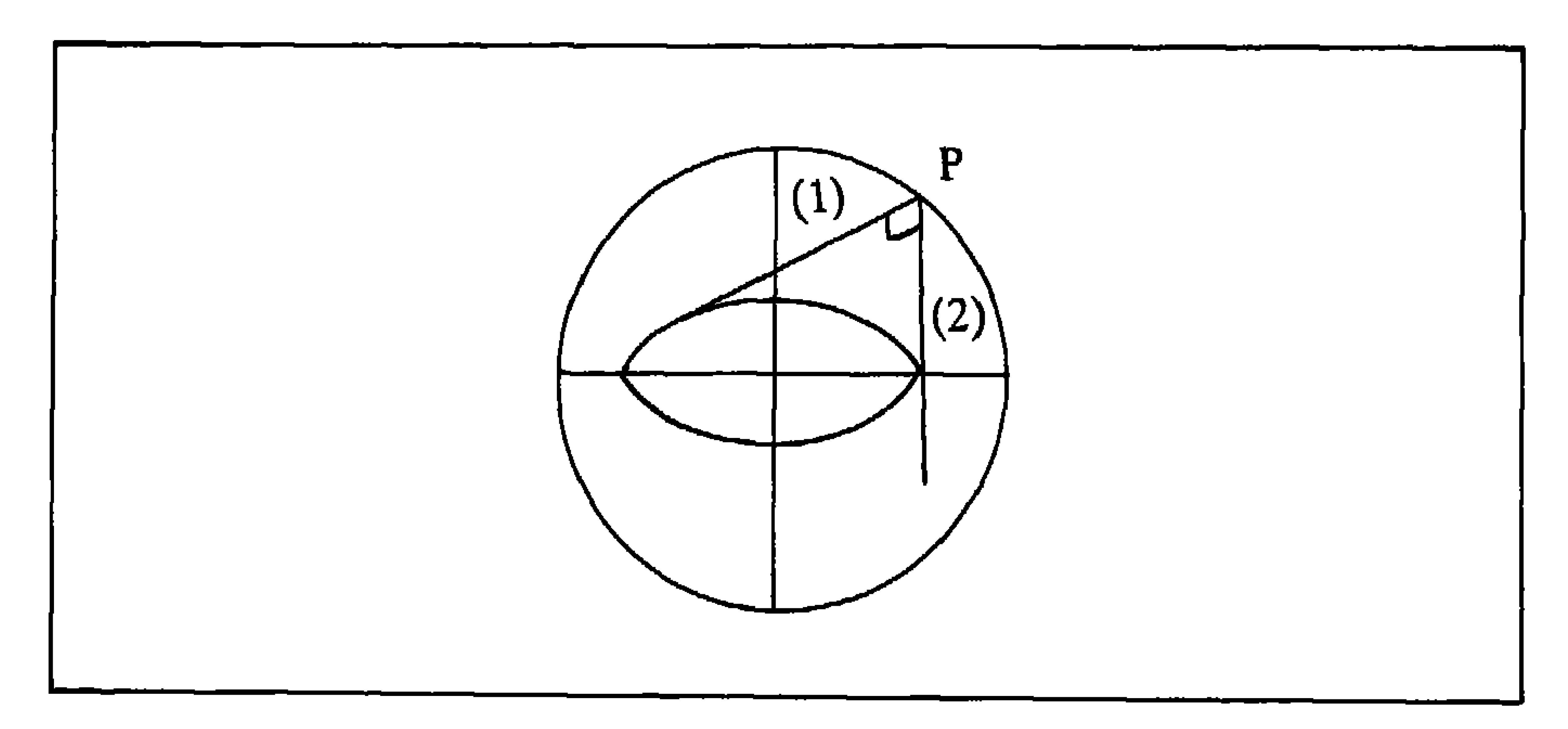
انظر عينة.

DIRECTOR استدلال

● دائرة استدلال قطع ناقص (أو قطع زائد):

هي المحل الهندسي لنقط تقاطع أزواج من المماسات المتعامدة للقطع.

في الشكل نرى دائرة استدلال لقطع ناقص ممثلة للمحل الهندسي للنقاط P والتي تنتج من تقاطع أزواج من المماسات المتعامدة للقطع مثل المماس (1) والمماس (2).



● مخروط الاستدلال لسطح مسطر:

هو مخروط يتشكل من خطوط مارة بنقطة ثابتة في الفضاء وموازية للمولدات المستطيلية للسطح المسطر المعطى.

● **استدلال إحصائي:**

عملية استخلاص معلومات ونتائج عن مميزات مجهولة في المجتمع الإحصائي بالاستناد إلى المعلومات المستقاة من عينة عشوائية مسحوبة من ذلك المجتمع. ويتميز الاستدلال الإحصائي بإمكانية احتساب مؤشر لمقدار الخطأ في النتائج المستخلصة. وبصورة عامة تقسم نظرية الاستدلال الإحصائي إلى **نظرية التقدير** و**نظرية اختبار الفرض**.

انظر تقدير، وانظر فرض.

● **استراتيجية:**

خطة متكاملة يختارها أحد اللاعبين في بداية المباراة بحيث تتضمن هذه الخطة كل الخطوات اللازم اتباعها لمقابلة تحركات اللاعب الآخر أو اللاعبين الآخرين في المباراة. وهناك نوعان من الاستراتيجيات البحتة والمختلطة (إحصائية).

الاستراتيجيةالبحتة هي استراتيجية لا تتضمن استخدام أداة عشوائية (مثل رمي قطعة نقود واتخاذ اختبار معين إذا كان الناتج صورة) بل يقوم اللاعب نفسه باختيار استراتيجية معينة من مجموعة استراتيجيات. أما الاستراتيجية المختلطة فهي قيام اللاعب باستخدام أداة عشوائية لاختيار استراتيجية بحتة من مجموعة استراتيجيات بحتة. ويمكن وصف الاستراتيجية البحتة بشكل متجه $(p_1, p_2, \ldots, p_k)$ حيث $p_i \geqslant 0$ هو احتمال اختيار اللاعب (طبقاً للأداة العشوائية) للاستراتيجية البحتة رقم 1 وحيث $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$.

ويتضح هنا أن الاستراتيجية البحتة هي حالة خاصة من الاستراتيجية المختلطة وذلك بجعل المتجه الاحتمالي بشكل $(0, 1, 0, \ldots 0)$ مثلاً، وهذا يعني أن اللاعب يختار الاستراتيجية رقم 2 باحتمال واحد (أي بالتأكيد). إذا كانت المباراة مستمرة، فإن الاستراتيجية المختلطة هي توزيع احتمالي معرف على الفترة $[0, 1]$. تسمى الاستراتيجية البحتة S_1 لأحد اللاعبين استراتيجية مسيطرة

بالنسبة لاستراتيجيته الأخرى S_2 إذا كان جزاء S_1 (لأجل أي استراتيجية يختارها اللاعب الخصم) يساوي أو أكبر من جزاء S_2، أما إذا كان جزاء S_1 أكبر من S_2 فتسمى S_1 **استراتيجية مسيطرة قطعاً**.

وبالنسبة لمباراة صفرية المجموع بلاعبين قيمتها V (انظر مباراة) تعرّف الاستراتيجية الأمثل (سواء بحتة أو مختلطة) بأنها أية استراتيجية تجعل توقع جزاء اللاعب المعظم (انظر لاعب) على الأقل V (أو تجعل توقع جزاء اللاعب المصغر على الأكثر V) بغض النظر عن الاستراتيجية التي يختارها اللاعب الخصم.

استطالة ELONGATION

(1) لنفرض أن جسمًا ما تعرض لتشوه معين وأن الزيادة في الطول ℓ المتجه يصل بين نقطتين في الجسم نتيجة لتعرض الجسم للتشوه تساوي $\Delta\ell$. فإن **الإستطالة** e للجسم تعرف بأنها:

$$e = \lim_{\ell \to 0} \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

وهذه النهاية تأخذ بشكل عام عدة قيم تعتمد على اتجاه المتجه في الجسم المتشوه.

(2) **وللاستطالة** معنى آخر يمكن التعبير عنه بالقول بأنها التغير في الطول في وحدة الطول لمتجه في وسط متشوه.

مُخرَج OUTPUT

هو كل المعلومات التي تخرج من الآلات بعد تغذيتها بمعطيات وتخرج هذه المعلومات إما مطبوعة أو على شاشة.

BRIDGING (SUBTRACTION) — استعارة (في الطرح)

إذا طرحنا رقمًا من خانة ما لعدد من الرقم المقابل لعدد آخر كان الرقم المطروح من الرقم المطروح منه، عندئذٍ تحدث الاستعارة. فعندما نطرح $\begin{array}{r}54\\ -\ 9\\ \hline\end{array}$ فإننا نضطر للاستعارة. بينما لا نضطر لذلك عندما نطرح $\begin{array}{r}64\\ -\ 3\\ \hline\end{array}$.

INDIRECT — غير مباشر

● **المفاضلة غير المباشرة:**

هي مفاضلة دالة الدالة باستخدام الصيغة $\frac{df(u)}{dx}=\frac{df(u)}{du}\cdot\frac{du}{dx}$.

وتسمى هذه الصيغة بقاعدة السلسلة.

انظر سلسلة.

● **البرهان غير المباشر:**

(1) انظر برهان ــ مباشر وغير مباشر.

(2) هو برهان قضية ما وذلك بالقيام أولاً بإثبات مبرهنة أخرى نستطيع منها استنتاج القضية المطلوب برهانها.

INDUCTIVE — استقرائي

● **الطرق الاستقرائية:**

هي الطرق التي نبني استنتاجاتنا فيها على معرفة عدة حالات معروفة، أي تلك الطرق التي تعتمد على الانتقال من الخاص إلى العام.

انظر رياضي ــ الاستقراء الرياضي.

لتكن لدينا المعادلة المتجهية (*) $x' = f(t, x)$ حيث x متجه مجهول من n مركبة f متجه من n مركبة. نقول بأن الحل $n = n(t)$ $(a < t < \infty)$ للمعادلة المتجهية (*) مستقر حسب **ليابونوف** عندما $t \to \infty$ إذا كان يوجد مقابل كل عدد $\varepsilon > o$ عدد آخر $\delta(\varepsilon, t_o) > o$، بحيث:

(1) إذا كان $x = x(t)$ حلاً للمعادلة (*) يحقق:

$$\| x(t_o) - n(t_o) \| < \delta$$

فإن هذا الحل يكون معرفاً في الفترة $t_o < t < \infty$.

(2) $\|x(t) - n(t)\| < \varepsilon$ عندما $t_o \leqslant t < \infty$ حيث t_o هي نقطة البدء. فإذا كان $\delta = \delta(\varepsilon)$ فإن الحل n(t) يسمى **حلاً مستقراً بانتظام**.

- **استقرار مقارب:**

نقل بأن الحل $n = n(t)$ $(a < t < \infty)$ (*) للمعادلة (*) مستقر تقاربياً (بشكل مقارب) عندما $t \to \infty$ إذا كان:

(1) n(t) مستقراً.

(2) يوجد مقابل كل $t_o \in (a, \infty)$ عدد $\Delta = \Delta(t_o)$ بحيث يتحقق $\lim_{t \to \infty} \|x(t) - n(t)\| \to o$ من أجل أي حل x(t) يحقق الشرط $\|x(t_o) - n(t_o)\| < \Delta$.

- **استقرار المعادلة المتجهية الخطية:**

نقول بأن المعادلة المتجهية الخطية $\frac{dx}{dt} = A(t)\, x$ مستقرة حسب ليابونوف إذا كانت جميع حلول هذه المعادلة مستقرة عندما $t \to \infty$ وتكون المعادلة الخطية مستقرة إذا كان أحد حلولها مستقراً وغير مستقرة إذا كان أحد حلولها غير مستقر.

ولدراسة استقرار حلول المعادلة الخطية يكفي عادة دراسة استقرار الحل الصفري $n(t) = o$ لهذه المعادلة فإذا كان هذا الحل مستقراً فالمعادلة مستقرة.

وقد ظهر في الآونة الأخيرة تعاريف متعددة للاستقرار إلا أن الاستقرار حسب ليابونوف يبقى هو الأساس في جميع الحالات.

ونشر إلى كل ما سبق يبقى صحيحاً من أجل الاستقرار المنتظم.

● **استقرار المعادلات الخطية ذات المعاملات الثابتة:**

لتكن لدينا المعادلة المتجهية $\frac{dx}{dt} = Ax$ حيث A هي مصفوفة ثابتة nXn.

تكون هذه المعادلة مستقرة إذا وفقط إذاكانت القيم الذاتية λ_i للمصفوفة A تحقق الشرط $Re\ \lambda_i \leqslant o$ $(i = 1,2,\ldots,n)$. فإذا كان $Re\ \lambda_i < 0$ $(i = 1,2,\ldots,n)$ فالمعادلة مستقرة بانتظام.

الاستقرار حسب بواسو — POISSON STABILITY

ليكن (X, R, π) نظاماً ديناميكياً حيث X فضاء مقاس ولتكن $x \epsilon X$ نقول إن النقطة x مستقرة إيجاباً حسب بواسو إذا انتمت x إلى مجموعة نهاياتها الموجبة $L^+(x)$. كما نقول إن x مستقرة (سلباً) حسب بواسو إذا كان $xL^-(x)$ حيث $L^-(x)$ هي مجموعة النهايات السالبة للنقطة X. وتكون X مستقرة حسب بواسو إذا كانت $xL^+(x) \cap L^-(x)$.

ويمكن البرهنة على أن الشروط التالية متكافئة:

(1) x مستقرة إيجاباً حسب بواسو.

(2) $Cl\ [C^+\ (x)] = L^+\ (x)$ حيث Cl ترمز للغلاقة و $C^+\ (x)$ ترمز للمدار (أو المسار) الموجب لـ x.

(3) $C(x) \subset L^+\ (x)$ حيث $C(x)$ ترمز لمدار النقطة x.

(4) لكل $\varepsilon > o$ يوجد عدد حقيقي $t \geqslant 1$ بحيث يكون $\pi(x,t) \in S(x,\varepsilon)$ حيث $S(x,\varepsilon)$ ترمز لكرة مركزها x ونصف قطرها ε.

مثال: تكون كل نقطة راقدة وكل نقطة دورية تقريباً مستقرة حسب بواسو.

الاستقرار حسب لاغرانج LAGRANGE STABILITY

ليكن (X, R, π) نظاماً ديناميكياً حيث X فضاء طبولوجي. نقول أن النقطة x مستقرة **إيجاباً حسب لاغرانج** إذا كان مدارها الموجب $C^+(x)$ مجموعة جزئية من مجموعة متراصة. وهذا الشرط يكافىء القول بأن غلاقه $C^+(x)$ تكون مجموعة متراصة. ونقول إن x مستقرة **سلباً حسب لاغرانج** إذا كان مدارها السالب $C^-(x)$ مجموعة جزئية من مجموعة متراصة.

وإذا كانت غلاقة مدار النقطة x متراصا فإن x تكون **مستقرة حسب لاغرانج**.

ومن الواضح أن كل نقطة راقدة وكل نقطة دورية وكل نقطة دورية تقريباً تكون مستقرة حسب لاغرانج.

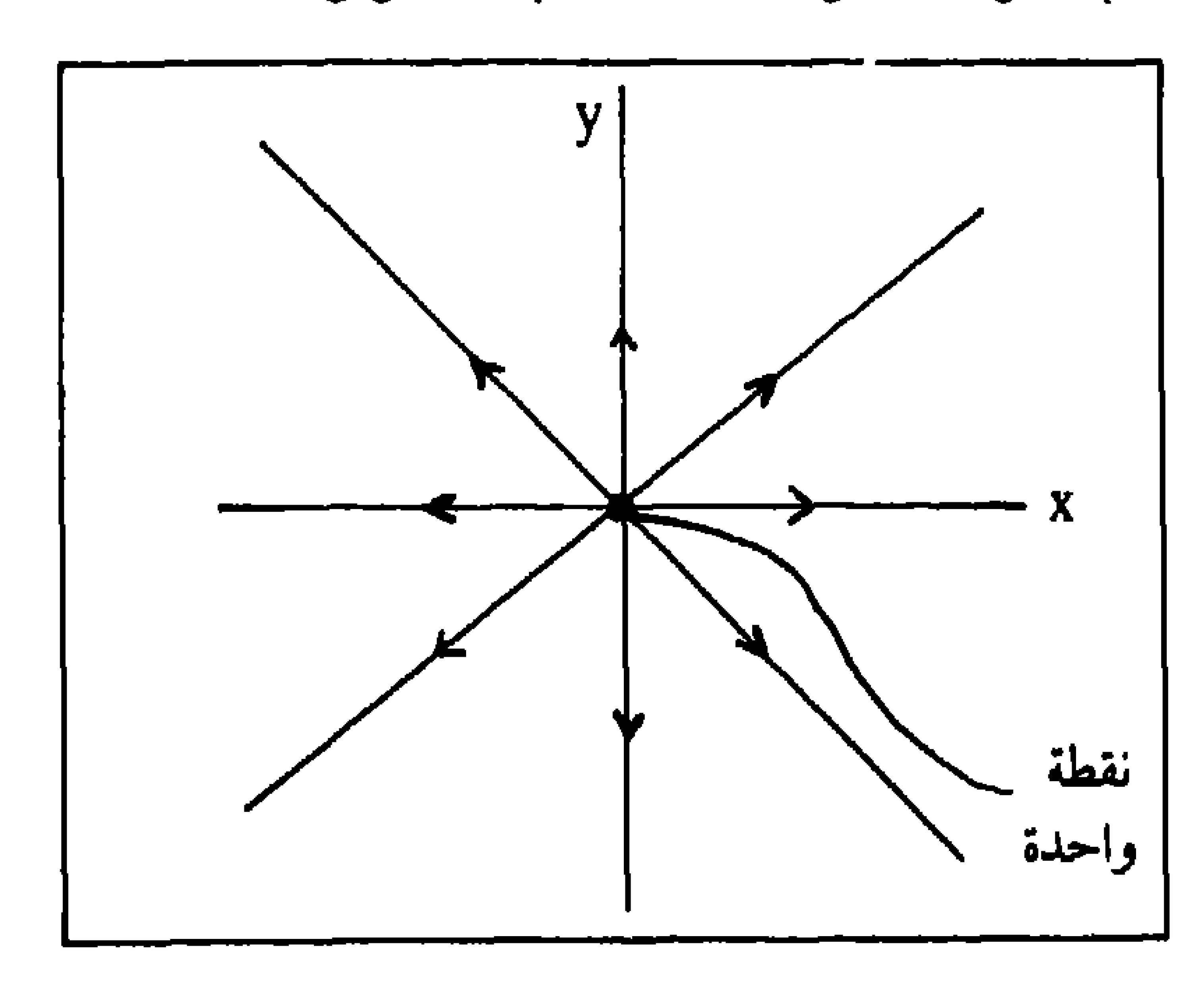
الاستقرار حسب ليابونوف LIAPUNOV STABILITY

ليكن (X, R, π) نظاماً ديناميكياً حيث x فضاء مقيس بمقاس d. نقول إن النقطة $x \in X$ **مستقرة إيجاباً حسب ليابونوف** إذا كان لكل $\epsilon > o$ يوجد $\delta > o$ بحيث يكون $d(\pi^t(x), \pi^t(y))$ لكل $t \in R^+$ حيثما يكون $d(x, y) \leqslant \delta$.

وإذا استبدلنا في التعريف السابق R^- بـ R^+ فإنه يقال أن x مستقرة سلباً حسب ليابونوف. وتكون x مستقرة حسب ليابونوف إذا كانت مستقرة إيجاباً وسلباً حسب ليابونوف.

ويمكن البرهنة بسهولة على أنه إذا كـانت x مستقرة (إيجـاباً) حسب

ليابونوف فإن مدارها C(x) يتمتع أيضاً بنفس الخاصية، ولهذا يقال أحياناً إن مدار النقطة (بدلاً من النقطة نفسها) هو المستقر إيجاباً حسب ليابونوف.



مثال: لتكن $X = R^2$
و $\pi((x,y), t) = (xe^t, ye^t)$،
نلاحظ هنا أن كل نقطة في x مستقرة سلباً حسب ليابونوف ولكنها غير مستقرة إيجاباً حسب ليابونوف.
وهذا النظام الديناميكي يمثل نظام المعادلات التفاضلية:

$$y^{\cdot} = y, \; x^{\cdot} = x$$

الاستقرار المداري ORBITAL STABILITY

ليكن (X, R, π) نظاماً ديناميكياً.

ولتكن M مجموعة جزئية من X. نقول إن M مستقرة مدارياً (إيجاباً) إذا كان لكل جوار U للمجموعة M يوجد جوار W للمجموعة M بحيث يكون $C^+(x) \subset U$ لكل $x \in W$. ويمكن إعطاء تعريف مشابه لاستقرار المدار السلبي. وتكون M مستقرة مدارياً إذا كانت مستقرة مدارياً سلباً وإيجاباً.

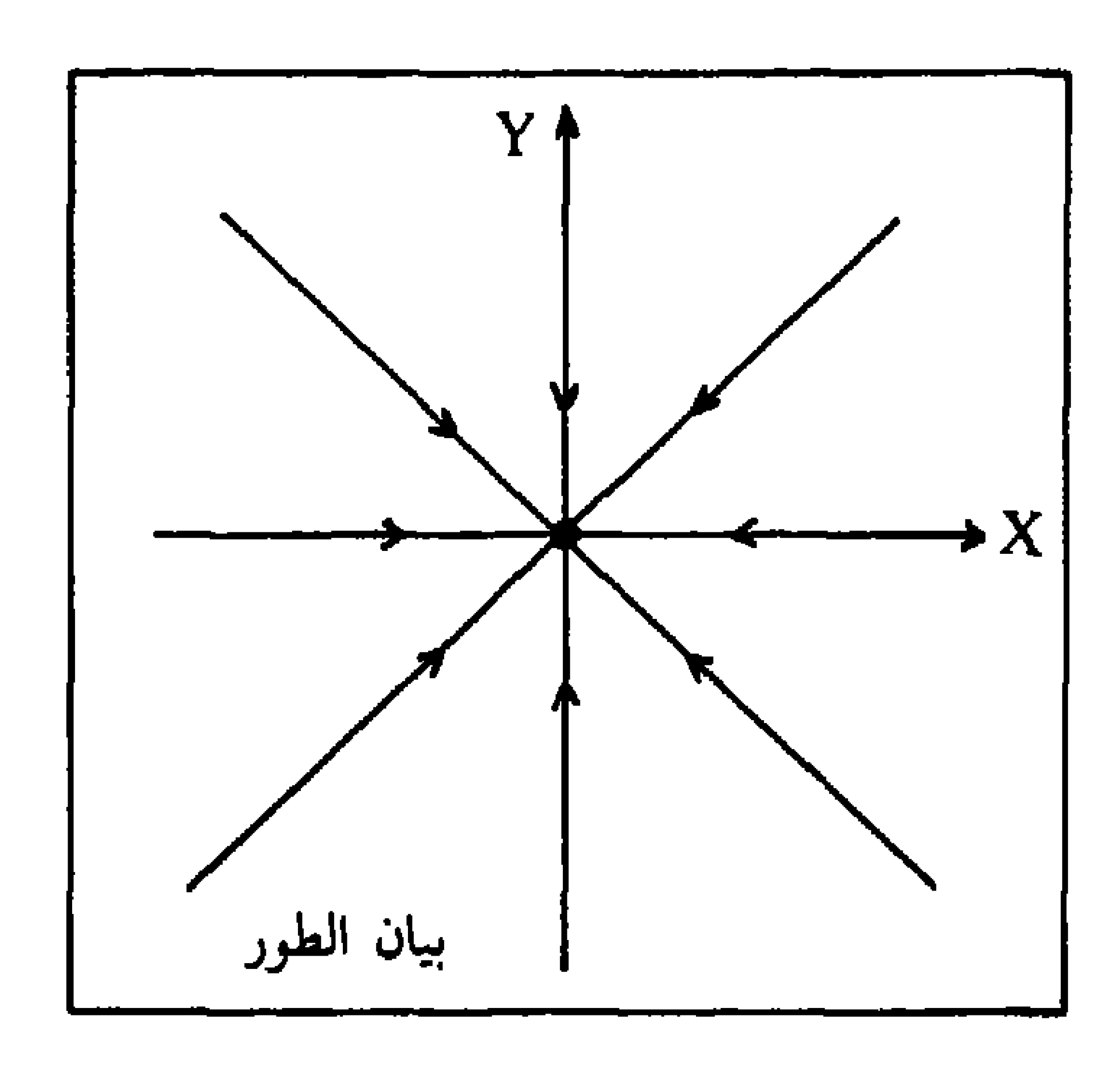
وإذا كانت M متراصة وكان X فضاء طبولوجيًا متراصًا محلياً فإن M تكون مستقرة مدارياً (إيجاباً) إذا وفقط إذا كان $D^+(M) = M$ حيث $D^+(M)$ هي مجموعة الإطالات الموجبة للمجموعة M.

انظر إطالات.

مثال: ليكن $x = R^2$ و $\pi((x,y),t) = (xe^{-t}, ye^{-t})$ ولتكن $M = \{(0,0)\}$. فإن M تكون مستقرة مدارياً (إيجاباً) ولكنها غير مستقرة مدارياً (سلباً).

والجدير بالذكر أن النظام الديناميكي المعرف أعلى يمثل نظام المعادلات التفاضلية:

$$\left.\begin{aligned} x^{\cdot} &= -x \\ y^{\cdot} &= -y \end{aligned}\right\}$$



INDEPENDENCE **استقلال**

● **الاستقلال الإحصائي (أو التصادفي):**

انظر حدث ـ الأحداث التابعة والمستقلة؛ وانظر كذلك مستقل ـ المتغيرات العشوائية المستقلة.

INTERPOLATION **استكمال**

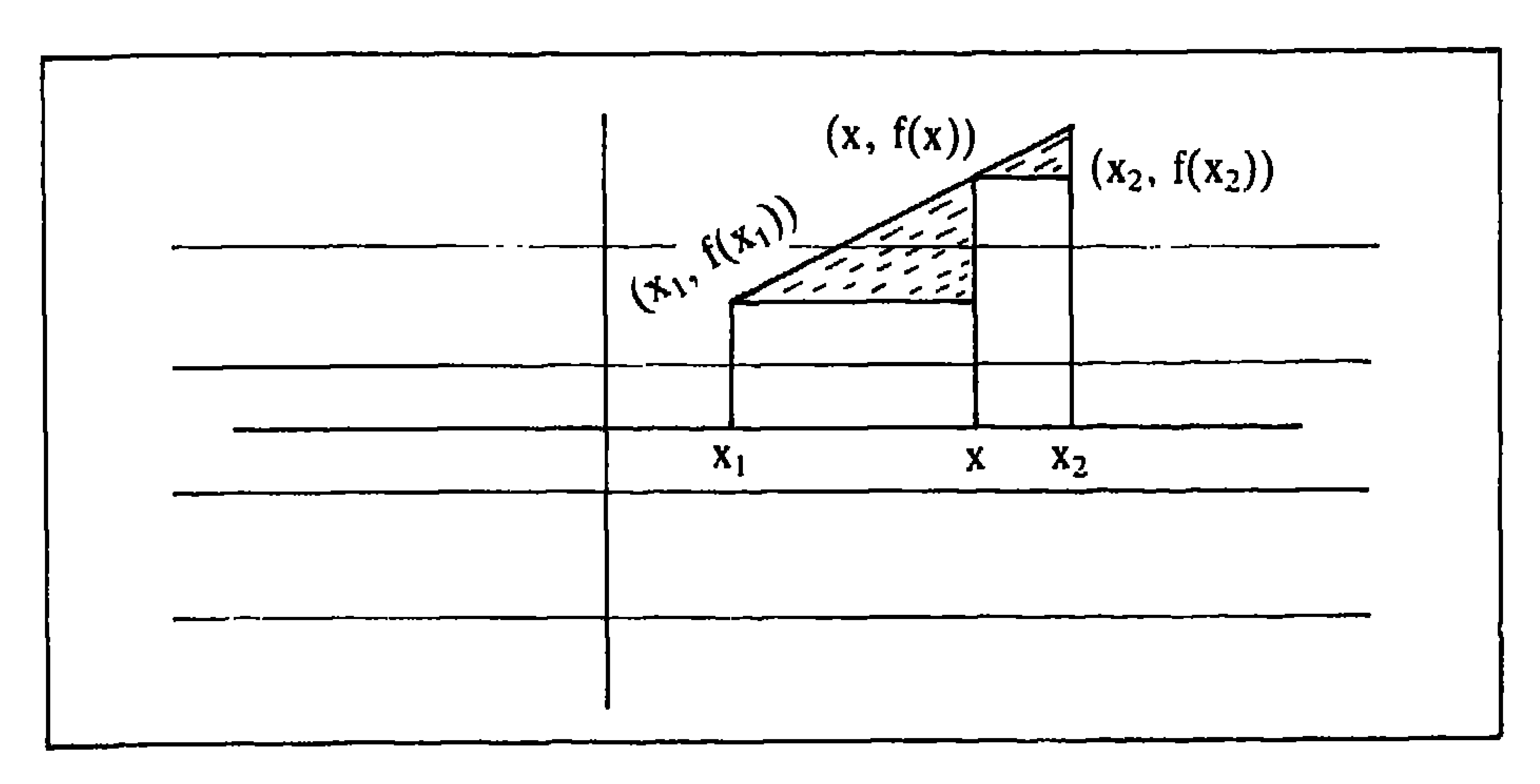
هي عملية إيجاد قيمة الدالة بين قيمتين معلومتين بطريقة لا تستخدم فيها قانون الدالة نفسها.

● **الاستكمال الخطي:**

إذا كانت الدالة هي f وكانت قيمة f معلومة عند x_2, x_1، فإن قانون الاستكمال الخطي هو:

$$(1)\ f(x) = f(x_1) + [f(x_2) - f(x_1)]\ \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

وهذا القانون مبني على فرض أنه لأية نقطة x بين x_1 و x_2 فإن $(x, f(x))$ تقع على المستقيم الواصل بين $(x_1, f(x_1))$ و $(x_2, f(x_2))$. وهذا الافتراض صحيح على وجه التقريب إذا افترضنا أن قيم العمد متقاربة وأن بيان الدالة f أملس (أي أن مماسه يتغير تغيراً مستمراً).



ويمكن استنباط القانون (1) من الشكل بطريقة التالية:

من تشابه المثلثين المظللين نجد أن:

$$\frac{f(x) - f(x_1)}{f(x_2) - f(x)} = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$$

ومنه نستنتج (1).

صيغ استكمال غريغوري ــ نيوتن وهرميت ولاغرانج:

انظر تحت هذه الأسماء.

استمرار   CONTINUATION

- **استمرار إشارة كثير حدود:**

إعادة نفس الإشارة الجبرية قبل الحدود المتتالية.

- **استمرار تحليلي لدالة تحليلية بمتغير عقدي (امتداد تحليلي):**

انظر تحليلي.

- **ترميز الاستمرار:**

هو ثلاث نقاط تأتي بعد الحدود. إذا كان عدد الحدود لا منته فالاستعمال الغالب هو أن نعطي عدداً قليلاً من هذه الحدود في بداية المجموعة ثم نضع ثلاث نقاط ثم الحد العام ثم ثلاث نقاط أخرى.

مثلاً: $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$

استمرارية CONTINUITY

الاستمرارية هي خاصة الاستمرار.

- **معادلة الاستمرارية:**

هي المعادلة الأساسية في ميكانيك السوائل التي تقول:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\nabla . \eta = 0$$

حيث أن ρ هو كثافة السائل و η متجه السرعة.

هناك معادلة أكثر تعميمًا تأخذ في الاعتبار المصادر والبالوعات حيث يتولد السائل ويفنى.

- **موضوعة الاستمرارية:**

أنظر موضوعة.

استناد REFERENCE

- **محور استناد:**

هو أحد محوري نظام الاحداثيات الديكارتي. وهو المحور القطبي في نظام الاحداثيات القطبي. وبصورة عامة نقصد بمحور الاستناد أي خط يساعد في تعيين مواقع النقاط في المستوى أو في الفضاء.

- **إطار الاستناد:**

انظر إطار.

- **زاوية استناد:**

هي زاوية حادة (في الربع الأول) نسبها المثلثية تساوي القيم المطلقة للنسب المثلثية لزاوية أخرى في ربع آخر حيث نسمي الزاوية الحادة زاوية استناد بالنسبة للزاوية الأخرى. وبهذا تكون $30°$ زاوية استناد لكل من الزاويتين $150°$ و $210°$.

استنتاجي DEDUCTIVE

● **الطريقة أو النظرية الاستنتاجية:**

هي بنية شكلية مبنية على مجموعتين أولهما المجموعة المكونة من موضوعات غير مبرهنة والثانية المجموعة المكونة من كائنات غير معرفة. وتعرف الحدود الجديدة بواسطة الكائنات غير المعرفة المعطاة لنا. أما المبرهنات والعبارات الجديدة فإنها تشتق من الموضوعات بالبرهان.

وتشكل المجموعة المكونة من كائنات لها جميع الخواص المذكورة في الموضوعات نموذجاً للنظرية الاستنتاجية.

استنتاجي APOSTERIORI

● **معرفة استنتاجية:**

هي المعرفة الآتية من الخبرة ويسميها البعض معرفة تجريبية.

استنفاذ EXHAUSTION

● **طريقة الاستنفاذ (في الهندسة):**

هي طريقة ربما كان أودوكس أول من اكتشفها ثم استخدمها بكفاءة كل من أرخميدس وأدوكسوس نفسه لإيجاد مساحات بعض الأشكال المستوية مثل الدائرة والقطع الناقص وأجزاء من القطع المكافىء وكذلك لإيجاد حجوم بعض المجسمات كالهرم والمخروط.

وتتلخص طريقة إيجاد المساحة بإيجاد متتالية متزايدة (أو متناقصة) من المجموعات والتي مساحاتها معروفة وأقل (أو أكبر) من المساحة المطلوبة ثم تبيان أن المساحة تقترب من مساحة المجموعة المعطاة لأن المنطقة بين حدود المجموعة المعطاة والمجموعة المقربة استنفذت.

● **طريقة الاستنفاذ (في المنطق):**

وهي طريقة تستخدم للبرهان حيث تكون لدينا قضية تحتمل مثلاً ثلاث

إجابات فقط. فإذا برهنا أن اثنتين منها غير قابلتين للوقوع، فإننا نكون قد برهنا بتأكيد الإجابة الثالثة بما نسميه طريقة استنفاذ جميع الإجابات الأخرى.

AMORTIZATION استهلاك

- **استهلاك الدين:**

هو تسديد الدين (بما فيه الفائدة) عن طريق دفعات دورية تكون عادة متساوية. وتستمر هذه الدفعات حتى يتم التسديد ولا يتجدد العقد بعد ذلك.

- **معادلة الاستهلاك:**

هي معادلة تربط بين مقدار الدين المراد استهلاكه ونسبة الفائدة ومقدار الدفعات الدورية.

EXTRAPOLATION استيفاء

يعرف الاستيفاء بأنه تقييم (أو تقريب) لقيمة دالة (أو كمية) من أجل قيمة ما للمتغير المستقل أصغر أو أكبر من كل قيم المتغير المستقل المستخدمة في التقييم (أو التقريب).

وبالإمكان استخدام Log 2 و Log 3 لإيجاد قيمة تقريبية للكمية Log 3.1 بالاستيفاء باستخدام القانون:

$$\text{Log } 3.1 = \text{Log } 3 + \frac{1}{10}(\text{Log } 3 - \text{Log } 2)$$

انظر استكمال.

CYLINDER اسطوانة

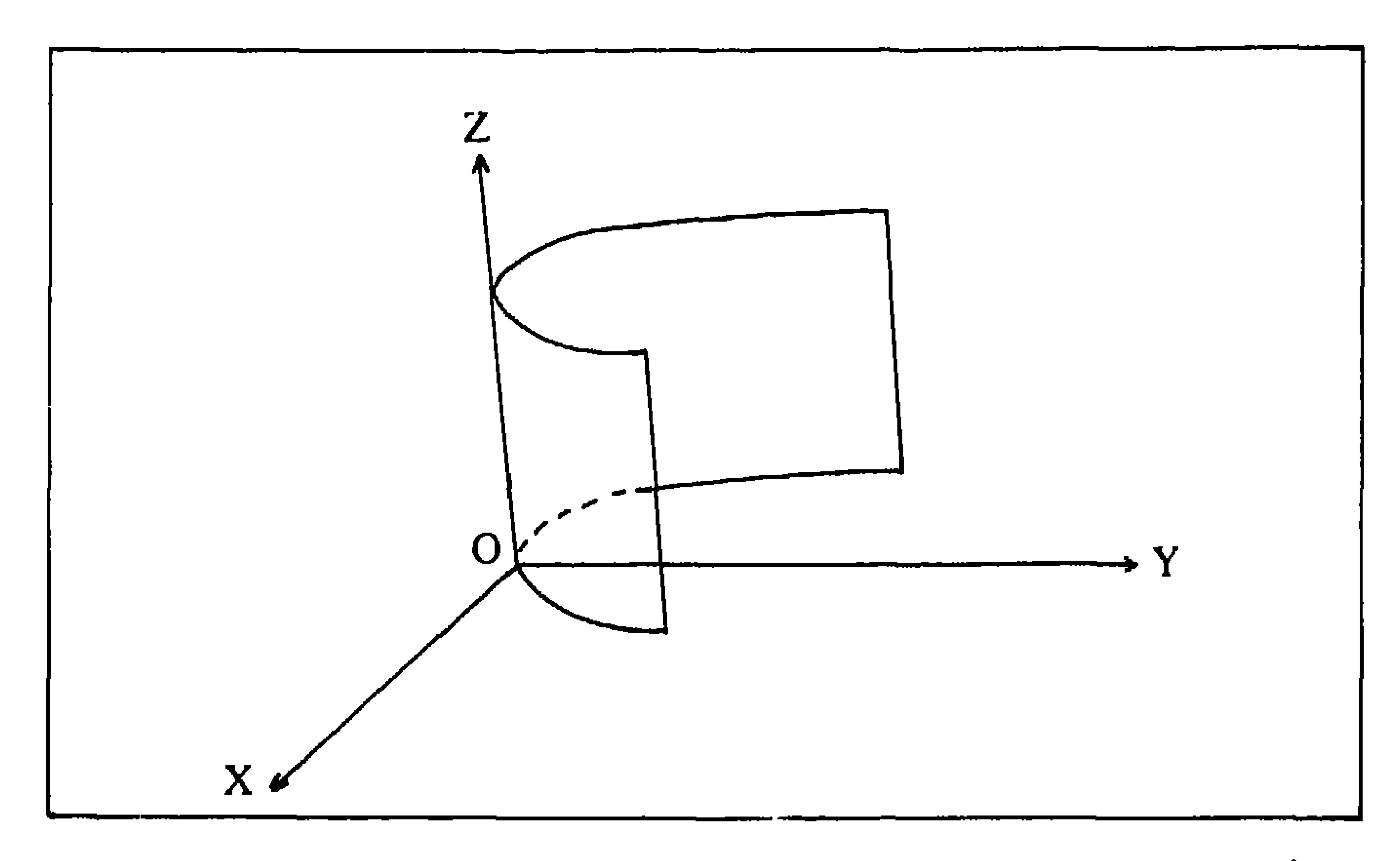
(1) هي سطح اسطواني.

انظر اسطواني.

(2) ليكن هناك منطقة مستوية محاطة بمنحنى بسيط مغلق C_1 ومنطقة

مستوية ثانية موازية للأولى ومحاطة بمنحنٍ بسيط مغلق C_2. نسمي المنطقتين المستويتين **بقاعدتي** الأسطوانة ونسمي كلاً من C_1 و C_2 **بدليل** الاسطوانـة. وليكن هناك قطع مستقيمة موازية لمستقيم معين L وتصل بين نقاط C_1 و C_2 المتقابلة. نسمي هذه القطع المستقيمة **عناصر** أو **مولدات** الأسطوانة. نعرف **الأسطوانة** بأنها السطح المغلق المتكون من القاعدتين المذكورتين أعلاه، ومن **السطح الجانبي** الناتج من اتحاد جميع مولدات الأسطوانة. إن ارتفاع الأسطوانة هو البعد العمودي بين قاعدتيها. ويساوي **حجم الأسطوانة** حاصة ضرب مساحة القاعدة في الارتفاع. كما تساوي **مساحتها الجانبية** (أي مساحة السطح الجانبي) حاصل ضرب طول أحد مولداتها في محيط **المقطع القائم** الناتج من تقاطع الأسطوانة مع مستو عمود على المولدات. وتسمى الأسطوانة **دائرية** أو **ناقصة** حسب كون دليلها دائرة أو قطعاً ناقصاً. وتعرف الأسطوانة الدائرية أحياناً بأنها أسطوانة مقاطعها مع المستويات العمودية على مولداتها تكون دوائر. كما تسمى الأسطوانة **قائمة** أو **مائلة** حسب كون قاعدتاها عموديتـان أو غير عموديتان على مولداتها. إن **محور** الأسطوانة هو خط تناظر الأسطوانة وهو الخط الواصل بين مركزي القاعدتين إذا وجدت مراكز للقواعد. **أما الأسـطوانة الدائرية القائمة (أو الأسطوانة الدورانية)** فهي أسطوانة دائريـة قاعـدتاهـا عموديتان على محورها. وتسمى هذه الأسطوانة دورانية لأنها السطح الناتج عن دوران مستـطيل حـول أحد أضـلاعه ويسـاوي حجمهـا $\pi a^2 h$ ومسـاحتهـا الجانبية $2\,ah$ حيث h هو ارتفاع الأسطوانة الدورانية و a نصف قطر قاعدتها. في بعض الأحيان نسمح بأن يكون دليل الأسطوانة منحنى غير مغلق مثل كونه قطعاً مكافئياً أو زائدياً حيث نسمي الأسطوانة حينـذاك **اسطوانـة مكافئيـة** أو **اسطوانة زائدية** على الترتيب. والشكل أدناه يوضح أسطوانة مكافئية دليلها هو المنحني $x^2 = 2py$ حيث يمثل p البعد بين محور z والبؤرة في أحد المقاطع العرضية للأسطوانة.

أما الأسطوانة المجسمة فتتكون من قاعدتين متوازيتين واتحاد جميع القطع المستقيمة الواصلة بينهما والتي تكون موازية إلى مستقيم معين l.



● أسطوانات دائرية قائمة متشابهة :

هي مجموعة اسطوانات دائرية قائمة تتساوى فيها نسبة نصف قطر القاعدة إلى مولد أي اسطوانة منها مع النسب المناظرة في الأسطوانات الأخرى.

CYLINDRICAL **اسطواني**

● إحداثيات اسطوانية :

هي إحداثيات ثلاثية البعدية تكتب بشكل (r, θ, z) حيث (r, θ) هي الاحداثيات القطبية في مستوى (x, y) الديكارتي و z هو الاحداثي الديكارتي العمود على مستوى (r, θ). وتسمى هذه الأحداثيات أسطوانية لأنها تـولد أسطوانة عند تثبيت قيمة r. فالمعادلة $r = c$ هي معادلة أسطوانة. وعند تثبيت قيمة θ نحصل على مستو PNO عمود على مستوى (r, θ) ويحتوي محور z. كما نحصل على مستو مـواز للمستوى (r, θ) عنـد تثبيت قيمة z. وتتقـاطع المستويات الثلاثة أعلاه في النقطة $P(r, \theta, z)$ أنظر الشكل. إن صيغ تحويل الاحداثيات الأسطوانية إلى احداثيات ديكارتية ،هي : $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = z$

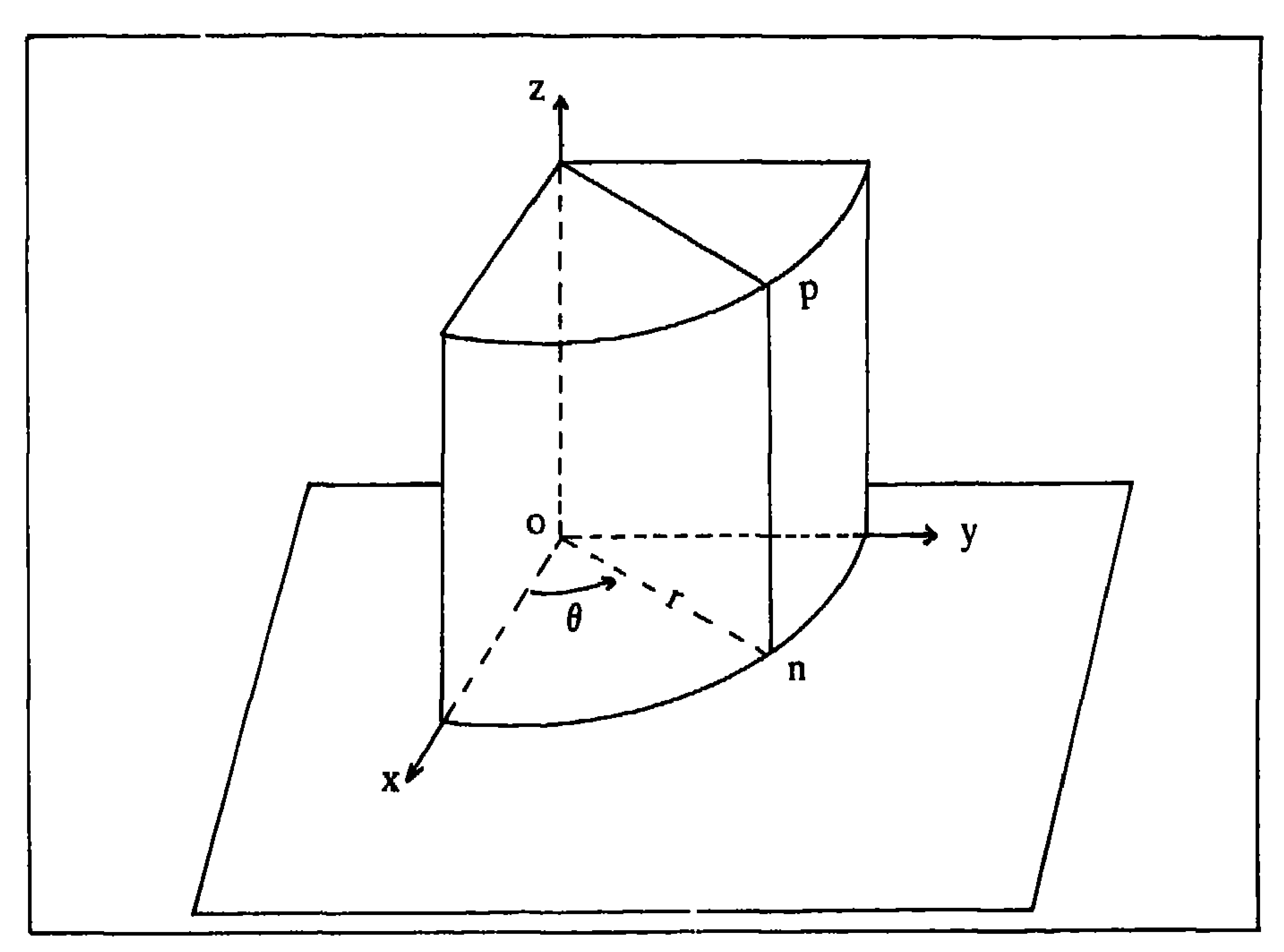
● دالة اسطوانية :

هي أحد حلول معادلة بسل التفاضلية. أو تعتبر أحياناً دالة بسل نفسها.

● **تطبيق أسطواني:**

ليكن S سطحاً كروياً لخط طول θ وخط عرض ϕ. إن التطبيق الأسطواني هو تطبيق مستمر واحد لواحد لنقاط S على مجموعة النقاط في المستوى (u, v) طبقاً للصيغ $u = \theta$ و $v = v(\phi)$ بشرط $v(0) = 0$ و $v(\phi) > 0$ لأجل $\phi > 0$. ويسمى هذا التطبيق تطبيقاً **اسطوانياً مركزياً** إذا كان $u = \theta$ و $v = \tan \phi$. ويسمى تطبيقاً متساوي الفُسح إذا كان $u = \theta$ و $v = \phi$.

انظر مركاتور: إسقاط مركاتور.



● **سطح اسطواني:**

هو السطح المتكون من جميع المستقيمات الموازية لمستقيم معين والتي تتقاطع مع منحنى مغلق أوغير مغلق. يسمى هذا المنحنى **دليل السطح** الأسطواني وتسمى المستقيمات المتوازية **مولدات السطح الأسطواني**. وإذا كان دليل السطح دائرة أو قطعاً زائدياً أومكافئياً أو ناقصياً نسمي ذلك السطح سطحاً أسطوانياً **زائدياً أو مكافئياً أو ناقصياً** على الترتيب. فمثلاً، تمثل المعادلة

$x^2 + y^2 = 1$ سطحاً أسطوانياً دائرياً وتمثل المعادلة $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ سطحاً أسطوانياً ناقصياً.

انظر أسطوانة.

اسفين WEDGE

- **اسفين ناقصي:**

ليكن P مستوياً وليكن L خطاً مستقيمًا لا يوازي P، وليكن هناك قطع ناقص في مستو مواز للمستقيم L ولا يحتوي على L.

نعرف **الاسفين الناقص** بأنه اتحاد جميع القطع المستقيمة الموازية للمستوى P والتي يقع أحد طرفي كل منها على L والطرف الآخر من كل منها على القطع الناقص.

- **اسفين كروي:**

انظر كروي.

إسقاط CASTING

- **إسقاط التسعات:**

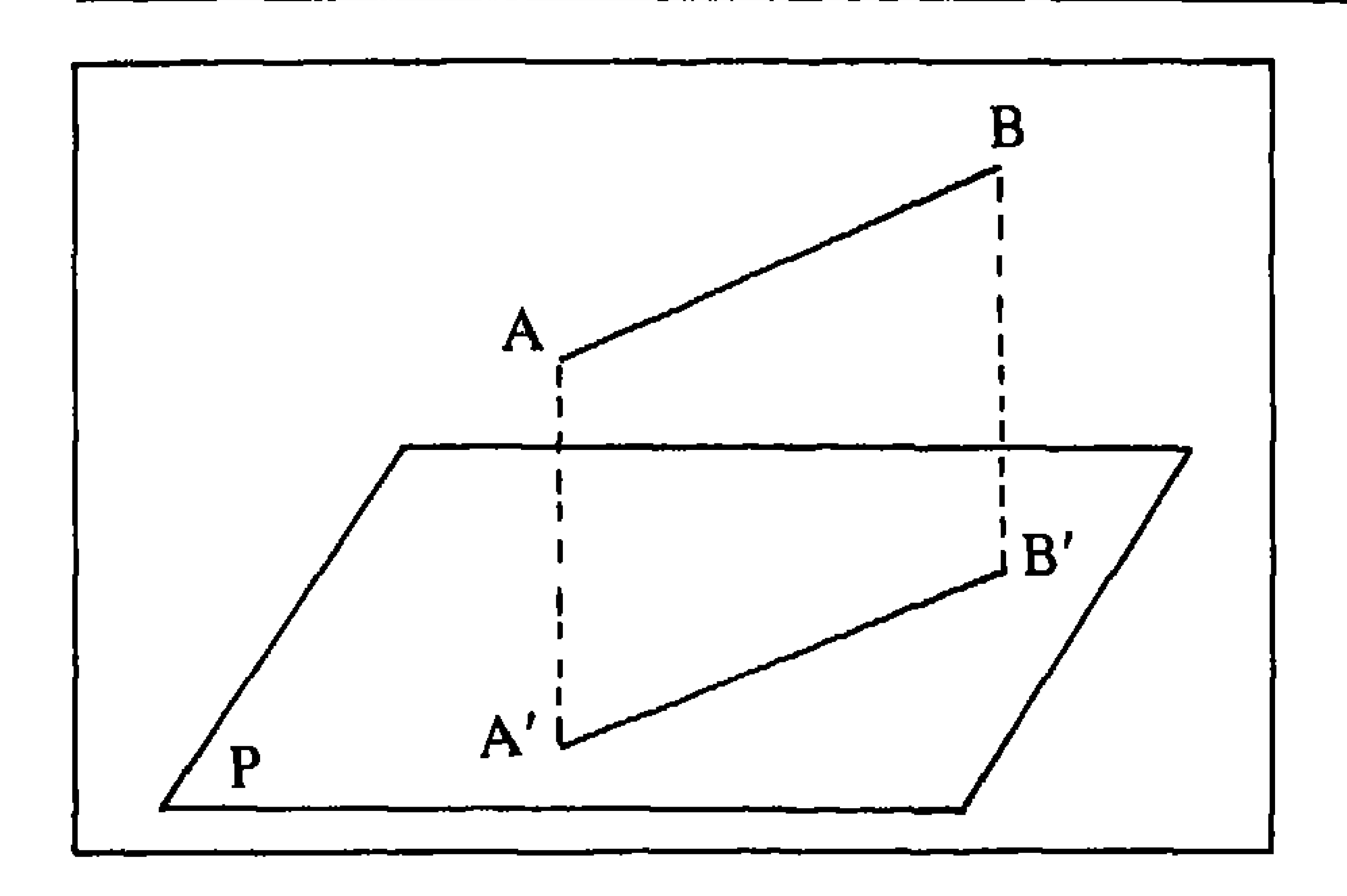
وهي طريقة تستعمل للتحقق من صحة الضرب (أو القسمة أحياناً) وهي تعتمد على أن فائض التسعات في حاصل الضرب يساوي فائض حاصل ضرب الفائض في الضارب والفائض في المضروب.

انظر فائض.

مثلاً لنتحقق من الضرب $832 \times 736 = 612352$ نجمع أرقام 612352 ونسقط تسعة كلما بلغ المجموع تسعة أو أكثر فنحصل على 1 وهو فائض حاصل الضرب. نجمع أرقام 832 ونسقط التسعات فنحصل على 4 وهو فائض الضارب ونكرر الشيء نفسه مع 736 فنحصل على 7 وهو فائض المضروب. نضرب

هذين الفائضين والنتيجة 28 وفائضه 1 وهو يساوي فائض حاصل الضرب ويكون الضرب بذلك صحيحاً. ويمكن استعمال هذه الطريقة أيضاً للتحقق من الجمع والطرح، لأن فائض التسعات في المجمع يساوي الفائض في مجموع فوائض الأعداد المضافة.

إسقاط



- **إسقاط عمودي:**

هو إسقاط متواز خاص تكون فيه مستقيمات الإسقاط عمودية على مستوى الإسقاط.

وهكذا فالإسقاط العمودي لنقطة A على مستو P هو A′ موقع العمود النازل من A على المستوى P، كما أن مسقط القطعة المستقيمة AB على P. أما مسقط المتجه فهو متجه آخر بدايته مسقط بداية المتجه الأصلي ونهايته هي مسقط نهاية المتجه الأصلي. ويبقى ذلك صحيحاً من أجل مسقط الخط المنكسر.

- **إسقاط فضاء متجهات:**

يتم إسقاط فضاء متجهات على نفسه بواسطة تحويل خطي P (أي جمعي ومتجانس) وجامد (أي P.P = P).

ولتسهيل استخدام الرموز، فإننا نسمي التحويل P إسقاطاً.

وهكذا إذا كان P إسقاطاً للفضاء T فإنه يوجد T فضاء متجهات M وفضاء آخر N بحيث نستطيع تمثيل أي عنصر من T بشكل مجموع عنصرين أحدهما من M والآخر من N.

ونسمي M عادة **فضاء المدى** للإسقاط P أما N فيسمى **فضاء الصفر**

للإسقاط P. ويتكون فضاء الصفر N من جميع المتجهات v التي تحقق العلاقة $P(v) = 0$ (هنا 0 هو المتجه الصفري).

ونقول هنا بأن P قد أسقط T على M عبر N.

إذا كان T هو فضاء بناخ فإن الإسقاط P يكون مستمراً إذاً وفقط إذا كان يوجد عدد موجب ε بحيث $\|x - y\| \geqq \varepsilon$.

حيث $\|x\| = \|y\| = 1$. و $y \in N, x \in M$.

وبصورة مكافئة نقول بأن P هو إسقاط مستمر إذا كان يوجد ثابت κ بحيث: $\|P(x)\| \leqslant \kappa \|x\|$ من أجل أي $x \in T$.

إذا كان T فضاء هيلبرت فإن الإسقاط P يكون عمودياً إذا كان:

$$\|P(x)\| \leqslant \|x\|$$

من أجل جميع المتجهات المنتمية إلى T، وعندئذٍ فإن الفضاءين M و N متعامدان وبالعكس.

نذكر هنا أن M و N متعامدان إذا كان: $< x, y > = 0$

من أجل أي $y \in N, x \in M$.

- **الإسقاط المتوازي:**

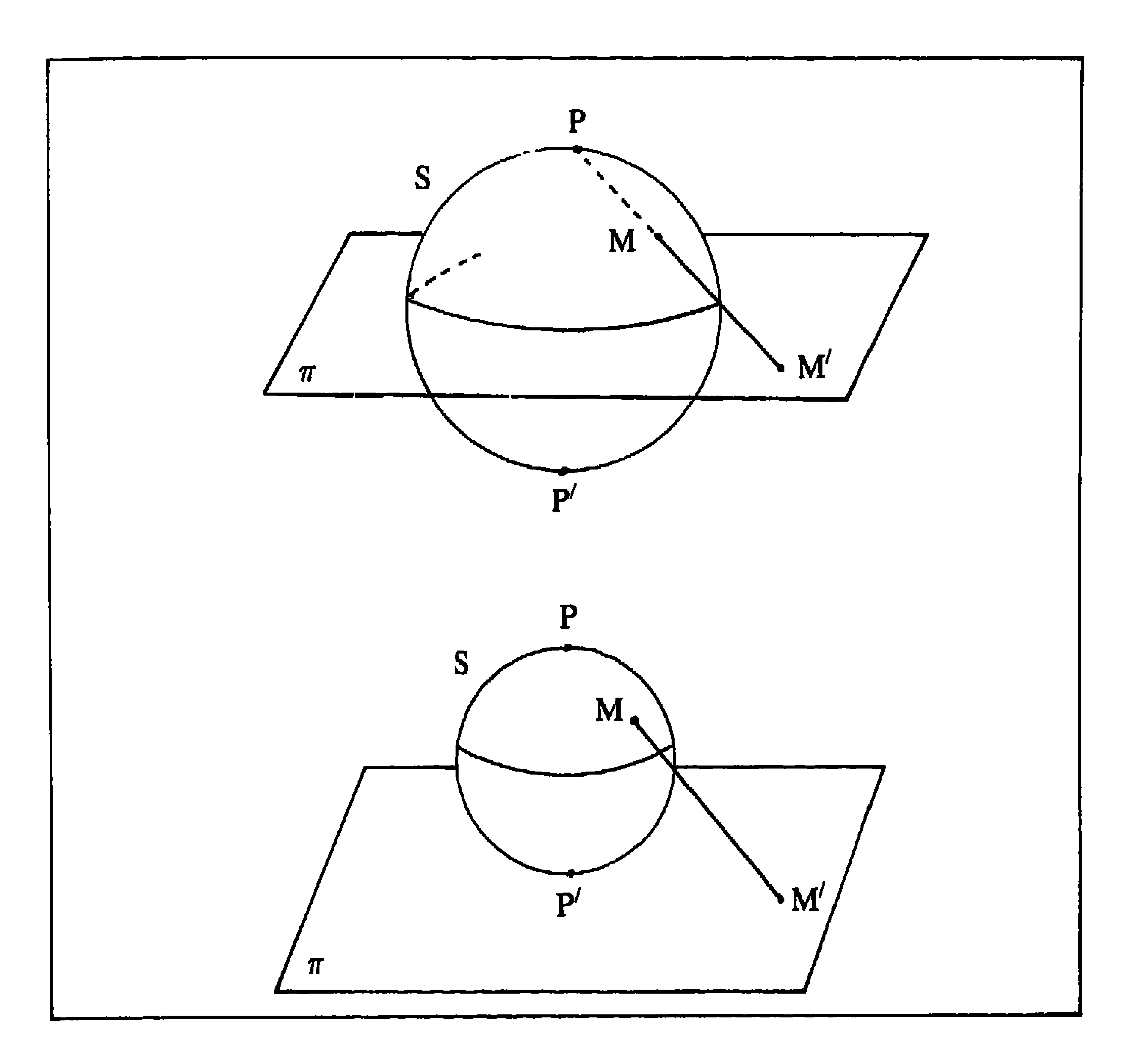
هو إسقاط مركزي خاص يقع فيه مركز الإسقاط في اللانهاية.

ويتم فيه الحصول على مساقط مجموعة من النقط على مستو وذلك برسم مستقيمات متوازية فيما بينها مارة من مجموعة النقط وتكون المساقط عندئذٍ هي نقطة تلاقي المستقيمات المتوازية مع مستوى الإسقاط.

- **إسقاط مجسادي لكرة على مستو:**

تتم عملية الإسقاط باختيار نقطة P تسمى القطب على الكرة S وباختيار مستوى الإسقاط π الذي يكون مماساً للكرة في القطب P′ المقابل للقطب P أو ماراً من مركز الكرة وعمودياً على PP′ أو عمودياً على PP′ فقط.

ويكون عندئذٍ مسقط النقطة M هو النقطة M′ الناتجة من تقاطع PM مع مستوى الإسقاط π (كما يبين الشكل).

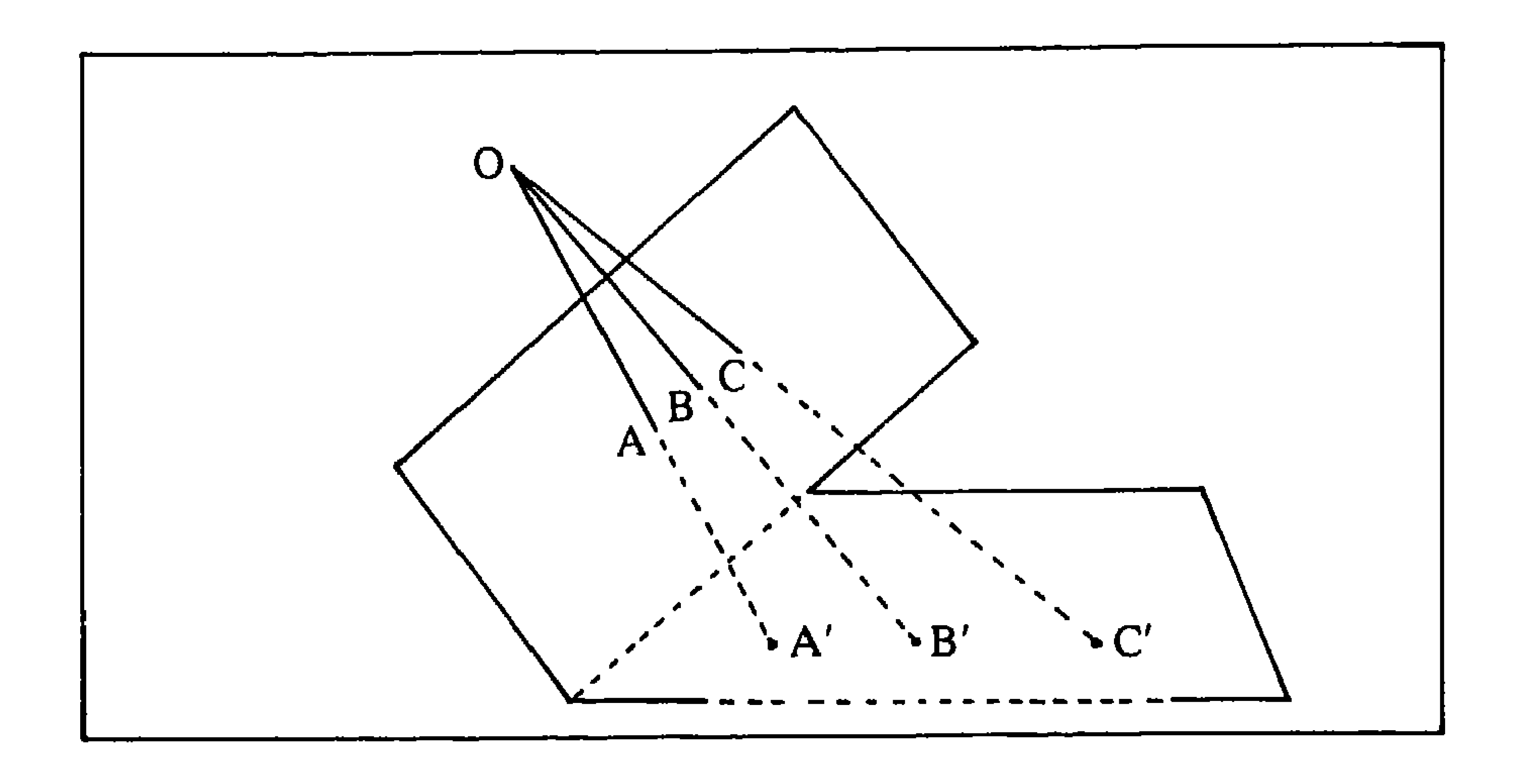


فإذا أضفنا نقطة اللانهاية إلى المستوى π يصبح التقابل بين نقط الكرة S والمستوى π واحدا لواحد.

ونشير هنا إلى أن هذا النوع من الإسقاط يحافظ على الزوايا ولذا فإنه كثيراً ما يستخدم في نظرية دوال المتغير العقدي وفي التطبيقات عند دراسة علوم الأرض.

● **إسقاط مركزي:**

هو طريقة للإسقاط باستخدام عنصرين هندسيين هما نقطة ثابتة تسمى **مركز الإسقاط** ومستو نسميه **مستوى الإسقاط**. ويتم الحصول على مساقط النقط A, B, C بوصل مركز الإسقاط المنتخب O إلى كل من هـذه النقط بمستقيمات تسمى **المستقيمات المسقطة**. حيث تتقاطع هذه المستقيمات مع مستوى الإسقاط في النقط A′, B′, C′ التي تسمى مساقط A, B, C.



PROJECTIVE **إسقاطي**

● **هندسة إسقاطية:**

الهندسة الإسقاطية هي دراسة خصائص التشكلات الهندسية التي لا تتغير (أي الخصائص) تحت تأثير الإسقاطات.

انظر البرتي، ويزارغ وبونسيليه.

● **مستوى إسقاطي:**

المستوى الإسقاطي هو مجموعة الثلاثيات $(x_1\ x_2\ x_3)$ ما عدا $(0, 0, 0)$ حيث x_1, x_2, x_3 أعداد حقيقية، وتعتبر الثلاثيتان (x_1, x_2, x_3) و (y_1, y_2, y_3) متساويتين (أي تعطيان النقطة ذاتها في المستوى) إذا كان هناك عددان حقيقيان a,b $ab \neq 0$ بحيث $ax_i = by_i$ $(i = 1,2,3)$، وإذا كانت $P(x_1, x_2, x_3)$ نقطة بحيث $x_3 \neq 0$ فإننا نستطيع اعتبار P نقطة في المستوى الإقليدي فصلها $\frac{x_i}{x_3}$ وترتيبها $\frac{x_2}{x_3}$.

أما إذا كان $x_3 = 0$ فإن النقطة تعتبر عند اللانهاية أو أنها نقطة مثالية.

انظر مثالي ــ نقطة مثالية.

ويحدد كل اتجاه في المستوى الإقليدي نقطة مثالية واحدة والمستوى الإسقاطي هو بذلك اتحاد المستوى الإقليدي مع هذه «الاتجاهات» أو النقاط

المثالية. أما من الناحية الطوبولوجية فإنه باستطاعتنا اعتبار المستوى الإسقاطي مكافئاً للقرص (أي لاتحاد الدائرة مع داخلها) وذلك إذا طابقنا كل نقطتين متقابلتين قطرياً. وهو مكافىء طوبولوجياً أيضاً لكرة عليها قبعة متصالبة.

انظر احداثي ـ إحداثيات متجانسة.

إسقاطية PROJECTIVITY

انظر إسقاطي ـ علاقة إسقاطية.

اسكولي (جيوليو) ASCOLI (1843-1896)

هو عالم تحليل إيطالي.

● مبرهنة اسكولي:

لتكن A مجموعة لا منتهية من الدوال التي تأخذ نفس المجموعة المغلقة المحدودة D في فضاء إقليدي ذي عدد منته من الأبعاد كمجال لها. (مثلاً قد يكون المجال المشترك هذا فترة مغلقة محدودة). وليكن مدى كل من هذه الدوال مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية. إذا كانت هذه الدوال متساوية الاستمرار وإذا كان هناك عدد M بحيث تكون $|f(x)| \leq M$ وذلك لكل f في A وكل x في D فإنه يكون هناك متتالية $\{f_n\}$ من عناصر من A مختلفة تتقارب بانتظام إلى دالة مستمرة.

والحقيقة أن هناك مبرهنة أقوى تنص على ما يلي:

لتكن A مجموعة من الدوال تأخذ نفس الفضاء المقاسي القابل للفصل X كمجال لها. ولتأخذ كل من هذه الدوال مداها في فضاء مقاسي Y. إذا كانت هذه الدوال متساوية الاستمرار وإذا كانت المجموعة $\{f(x): f \in A\}$ متراصة وذلك

لكل x في مجموعة جزئية كثيفة في X فإنه يكون هناك متتالية $\{f_n\}$ من عناصر من A مختلفة وتتقارب هذه المتتالية نقطة نقطة إلى دالة مستمرة، ويكون هذا التقارب منتظمًا على كل مجموعة جزئية متراصة في X.

EXPONENTIAL — اسي

- **التوزيع الأسي:**

انظر غاما ـ توزيع غاما.

- **الدالة الأسية:**

انظر دالة ـ الدالة الأسية.

- **المتسلسلة الأسية:**

هي نشر ماكلورين للدالة e^x حيث تتقارب المتسلسلة من e^x من أجل جميع قيم x الحقيقية.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$$

ويمكن استخدام هذه المتسلسلة لتعريف e^z إذا كان z عدداً عقدياً كالتالي: $z = y + iy$

فإن: $e^z = e^x e^{iy}$ $e^{iy} = \cos y + i \sin y$.

انظر أويلر ـ صيغة أويلر.

ويمكن التعبير عن الدوال المثلثية $\cos x$ و $\sin x$ بدوال أسية كالتالي:

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

حيث $i^2 = -1$.

ويمكن إثبات هذين القانونين باستخدام صيغة أويلر.

● **مشتق دالة أسية:**

مشتق الدالة e^x هو e^x كما أن مشتق $v = e^u$، حيث u هي دالـة في x هو $v' = e^u.u$.

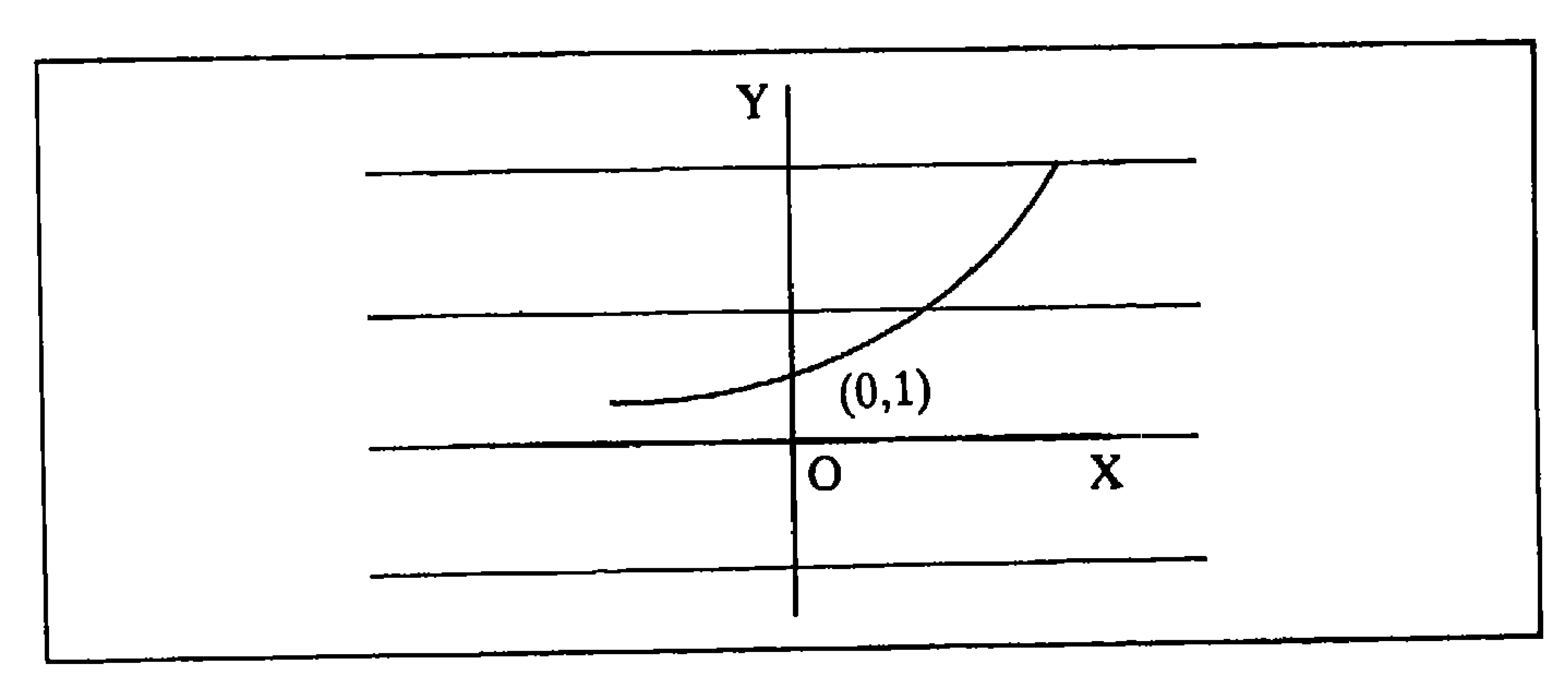
● **المعادلة الأسية:**

انظر معادلة ـ المعادلة الأسية.

● **المنحنى الأسي:**

هو المحل الهندسي في المستوى للدالة $y = a^x$ (أو بصورة أخرى للدالة $x= \log_a y$) ويمكن الحصول على هذا المنحنى بأخذ نظير المنحنى اللوغاريتمي $y = \log_a x$.

بالنسبة للمستقيم $y = x$ والمنحنى الأسي مقارب لمحور x السالب عندما تكون $a > 1$ كما في الشكل ومقطعه مع محور y يساوي الواحد.



إشارة **SIGN**

● **إشارة جبرية:**

الإشارة السالبة (−) أو الموجبة (+)

● **استمرار الإشارة في كثير الحدود:**

تكرار نفس الإشارة الجبرية قبل الحدود المتتالية.

● قاعدة ديكارت للإشارات:

انظر ديكارت.

● قانون الإشارات:

في الجمع والطرح إذا تشابهت إشارتان جبريتان متجاورتان فيمكن إحلال الإشارة الموجبة محلهما. وإذا اختلفت إشارتان جبريتان متجاورتان فيمكن إحلال الإشارة السالبة محلهما. مثلاً:

$$5 + (-2) = 5 - 2 = 3,\ 5 - (+2) = 5 - 2 = 3,\ 5 - (-2) = 5 + 2 = 7$$

أما قوانين الإشارات في الضرب والقسمة فتنص على أن إشارة حاصل ضرب أو قسمة عاملين تكون موجبة إذا تشابهت إشارتا العاملين وسالبة إذا اختلفت إشارتا العاملين، مثلاً:

$$5/(-2) = (-5)/2 = -2.5,\ (-5)(+2) = -10,\ (-5)(-2) = 10$$

انظر جداء ومجموع.

● إشارة التكديس:

انظر تكديس.

● إشارة التجميع:

انظر تجميع.

إشباع — SATURATE

لنأخذ R علاقة تكافؤ على مجموعة X ولتكن B مجموعة جزئية في X. نقول عن المجموعة الجزئية A أنها إشباع B إذا كانت A أصغر مجموعة جزئية مشبعة تحتوي على B. انظر مشبع.

اصبعية — MORRA

● الاصبعية:

هي مباراة بين لاعبين تتم على النحو التالي:

(1) يرفع اللاعبان يديهما بوقت واحد، بحيث تكون اليد التي رفعها كل لاعب مفتوحة على اصبع أو اصبعين أو ثلاث ويحاول أن يحزر عدد أصابع الخصم بأن يذكر 1 أو 2 أو 3.

(2) إذا أصاب أحد اللاعبين فله مبلغ من المال يتناسب مع مجموع الأصابع المرفوعة بينما يخسر اللاعب الآخر نفس المبلغ الذي ربحه الأول.

وهذه اللعبة هي مثال جيد على مباراة بين شخصين ذات مجموع صفري مع نقلات تابعة للخط.

انظر **نقلة**.

اصطلاح:

● **اصطلاح التجميع:**

هو اصطلاح وضعه ألبرت اينشتين، وينص على أنه إذا تكرر ظهور الدليل في أي حد مرة من فوق والأخرى من تحت فهذا يعني أن هذا الحد هو في الحقيقة مجموع كل الحدود الناتجة من حصول الدليل على كل القيم الممكنة.

مثلاً: إذا كان v فضاء متجهات بعديته n وكانت المجموعة $\{e_1, \ldots, e_n\}$ تشكل أساساً لهذا الفضاء فإن أي متجه u في هذا الفضاء يمكن كتابته حسب اصطلاح اينشتين كما يلي $u = a^i e_i$.

يلاحظ هنا أن الدليل قد ظهر مرتين وكان في الأولى دليلاً علوياً وفي الثانية دليلاً سفلياً وهذا يعني أن

$$u = \sum_{i=1}^{n} a^i e_i$$
$$= a^1 e_1 + a^2 e_2 + \ldots + a^n e_n$$

ومن الواضح طبيعياً أننا نستطيع كتابة $u = a^j e_j$، أي أننا نستطيع تغيير هذا النوع من الأدلة من دون أن نغير المعنى الرياضي. ولذا نسمي الدليل الذي يتكرر على هذه الصورة بأنه دليل شكلي أما الدليل الذي لا يتكرر فيسمى دليلاً حرا.

اصغر LOWEST

● **كسر بأصغر الحدود = كسر بأبسط صورة:**

هو الكسر الذي نقسم صورته ومخرجه على جميع العوامل المشتركة، وهكذا فالكسور

$$\frac{1}{x+1},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{3}$$

موضوعة بأبسط صورة بينما الكسور

$$\frac{x^2-4}{x+2},\ \frac{4}{8},\ \frac{3}{9}$$

ليست موضوعة بأبسط صورة.

● **مضاعف مشترك أصغر:**

انظر مضاعف.

اصغر LEAST

● **مخرج مشترك أصغر:** انظر مشترك ــ مخرج مشترك.

● **مضاعف مشترك أصغر:** انظر مضاعف ــ مضاعف مشترك.

● **حد علوي أصغر:** انظر حدّ.

● **طريقة أصغر المربعات:**

ليكن y متغيراً تابعاً يراد التعبير عنه بدلالة المتغيرات المستقلة $X_0, X_1, X_2, \ldots, X_p$ بشكل دالة

$$y = f(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_p; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p)$$

حيث $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p$ ثوابت مجهولة تسمى وسائط (وسطاء).

وطريقة أصغر المربعات، هي أسلوب لتقدير قيم هذه الوسطاء باستخدام المشاهدة y_i للمتغير y المقابلة للقيم $X_{i0}, X_{i1}, \ldots, X_{ip}$ لأجل $i = 1,2,\ldots,n$ $(n>p)$ حيث X_{ij} قيمة معينة للمتغيرّ X_j لأجل $j = 0,1,2,\ldots,p$. وطبقاً لطريقة أصغر

المربعات فإن قيم الوسطاء $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ هي تلك القيم $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ على التوالي التي تجعل مجموع المربعات

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{ip}; b_0, b_1, \dots, b_p))^2$$ أصغر ما يمكن.

وفي علم الإحصاء يكون y متغيراً عشوائياً يراد التعبير عن وسطه $E(y)$ بدلالة متغيرات $X_0, X_1, \dots, X_n$ (غير عشوائية) بشكل النموذج الخطي العام التالي:

$$E(y) = \beta_0 X_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p$$

وبمشاهدة القيم y_i المقابلة للقيم $X_{i0}, X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip}$ لأجل $i= 1,2,\dots,n$ نكتب النموذج الخطي العام بشكل:

$$E(y_i) = \beta_0 X_{i0} + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_p X_{ip}$$

أو باستخدام المصفوفات نكتبه بشكل $E(\vec{y}) = \vec{X}\vec{\beta}$ حيث

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} x_{10} & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ x_{20} & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n0} & x_{n1} & & x_{np} \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}$$

وغالباً ما تكون القيم $X_{io} = 1$ وطبقاً لطريقة أصغر المربعات فإن قيم المجاهيل $\beta_0,\beta_1,\dots,\beta_p$ هي $b_0,b_1,\dots,b_p$ التي تجعل مجموع المربعات

$$Q = \sum_{i=1}^{n} (y_i - b_0 X_{i0} - b_1 X_{i1} - b_2 X_{i2} - \dots - b_p X_{ip})^2$$

أصغر ما يمكن. وبمفاضلة Q جزئياً بالنسبة للمجاهيل $b_0,b_1,\dots,b_p$ ومساواة المشتقات إلى الصفر نحصل على ما يسمى **بالمعادلات الطبيعية**

$\vec{X}'\vec{X}\,\vec{b} = \vec{X}'\vec{y}$ حيث $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix}$. وبحل هذه المعادلات الطبيعية نحصل على الحل $\vec{b} = (\vec{X}'\vec{X})^{-1}\,\vec{X}'\vec{y}$ على افتراض أن $(\vec{X}'\vec{X})^{-1}$ موجود. ان $\vec{b}$ هو مقدّر غير متحيز، أي أن $E(\vec{b}) = \vec{\beta}$ وان تباين $\vec{b}$ هو $\sigma^2(\vec{X}'\vec{X})^{-1}$. كذلك فإن تباين $\vec{b}$ هو أصغر من أو يساوي أي تباين لأي مقدّر آخر في فئة المقدّرات الخطية غير المتحيّزة للمجهول $\vec{\beta}$.

إن أبسط حالة في النماذج الخطية هي النموذج الخطي البسيط $E(y) = \beta_0 + \beta_1 X$ حيث يعتمد y على متغير مستقل واحد X. وباستخدام المشاهدات y المقابلة للقيم X_i لأجل $1 = 1,2,...,n$ نكتب النموذج بشكل $E(y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i$ وباستخدام طريقة المربعات الصغرى نحصل على المعادلتين الطبيعيتين:

$$nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^{n} X_i + b_i \sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \beta_{i=1}^{n} X_i y_i$$

وبحل هاتين المعادلتين الطبيعيتين نحصل على مقدّر β_1 هو:

$$b_1 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \,/\, \beta_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

ومقدّر β_0 هو $b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{X}$ حيث X_i $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n}$ و $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i$. أنظر انكفاء.

اصغري **MINIMAL**

- **خط مستقيم أصغري:**
  هو منحنى أصغري بحيث يكون خطاً مستقيًا تخيلياً.

يمر خلال كل نقطة في الفضاء عدد لا منته من هذه الخطوط وتكون مركبات الاتجاه لكل منها كما يلي:

$$(1 - a^2)/2,\ i(1 + a^2)/2,\ a$$

بحيث يكون a عددا اختيارياً.

- **سطح أصغري:**

هو سطح يكون تقوسه الوسط مطابقاً للصفر. أو سطح يكون فيه التغير الأول لتكامل المساحة مطابقاً للصفر.

السطح الأصغري لا يصغر بالضرورة المساحة التي يولدها كفاف معطي، ولكن إذا كان هناك سطح أملس S ويُصْغِر المساحة فإن S يكون سطحاً أصغرياً.

- **سطح أصغري مضاعف:**

هو سطح أصغري وحيد الجانب. هو سطح أصغري S بحيث يمر خلال كل نقطة P من نقاطه ممر مغلق C على S ويحقق الشرط التالي: عندما تقطع نقطة متغيرة الممر C عائدة إلى P فإن الاتجاه الموجب للناظم ينعكس.

انظر **سطح ـ سطح هنبرغ**.

ويسمى هذا السطح أيضاً بالسطح وحيد الجانب.

- **سطوح أصغرية متشاركة:**

عندما تكون المنحنيات الأصغرية لسطح أصغري وسيطية فإن الدوال الإحداثية تكون من الشكل:

$$x = x_1(u) + x_2(v),\ y = y_1(u) + y_2(v),\ z = z_1(u) + z_2(v)$$

وتكون المعادلات المتعلقة من الشكل:

$$x = e^{i\alpha}x_1(u) + e^{-i\alpha}x_2(v)$$

$$y = e^{i\alpha}y_1(u) + e^{-i\alpha}y_2(v)$$

$$z = e^{i\alpha}z_1(u) + e^{-i\alpha}z_2(v)$$

وتعرف هذه المعادلات عائلة من السطوح الأصغرية المسماة بالسطوح الأصغرية المشاركة ذات الوسيط.

● سطوح أصغرية مقترنة:

نقول عن سطحين أصغريين إنهما مقترنان إذا كانا متشاركين والفرق بين وسيطيهما $\pi/2$. (انظر أدناه).

● معادلة أصغرية:

انظر جبري ـ عدد جبري، مميز ـ المعادلة المميزة لمصفوفة.

● منحنى أصغري:

هو منحنى بحيث يكون العنصر الخطي

$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + \dots + dx_n^2$ مطابقاً للصفر.

إذا كان المقيس إقليدياً فإن المنحنى يختزل إلى نقطة أو إن واحدة من دواله الإحداثية تكون تخيلية. أنظر أعلاه خط مستقيم أصغري. ويسمى المنحنى الأصغري أيضاً بالمنحنى المتخاصص أو المنحنى الذي طوله صفر.

اصغري MINIMUM

انظر قيمة صغرى.

اصغري MINIMAL

● المجموعة الأصغرية:

نقول أن المجموعة $M \subset X$ في النظام الديناميكي (X,R,π) **مجموعة أصغرية** إذا كانت M مجموعة غير خالية، مغلقة ولا متغيرة وأصغرية بالنسبة لهذه الخواص، (أي أنها لا تحتوي على أية مجموعة فعلية مغلقة ولامتغيرة).

وتحتوي كل مجموعة مغلقة ومتراصة ولا متغيرة على مجموعة أصغرية.

وتكون المجموعة $M \subset X$ أصغرية إذا وفقط إذا كانت غلاقة مدار كل نقطة مساوياً M (أي $Cl(C(x)) = M$ لكل $x \in M$).

وإذا كان داخل المجموعة الأصغرية غير خال فإنه يساوي المجموعة

نفسها (أي أن $Int(M) = M$ إذا كانت M مجموعة أصغرية و $Int(M) \neq \phi$، ويكون مدار كل نقطة دورية أو راقدة مجموعة أصغرية.

اصغري الأعظم MINIMAX

● **قيمة أصغري الأعظم:**

نفس النقطة السرجية.

انظر سرجي.

● **مبرهنة أصغري الأعظم:**

(1) انظر كورانت.

(2) وهي المبرهنة الأساسية لنظرية المباراة. لتكن $\|a_{ij}\|$ مصفوفة جزاء (أنظر جزاء) مباراة منتهية وصفرية المجموع بلاعبين حيث $i = 1,2,..,m$ و $j = 1,2,...,n$ ولنفرض أن اللاعب المعظم (انظر لاعب) يستخدم الاستراتيجية المختلطة $X = (X_1, X_2, ..., X_m)$ وأن اللاعب المصغر يستخدم الاستراتيجية المختلطة $Y = (Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ (انظر استراتيجية). نعرف التوقع الرياضي للجزاء بأنه $V_{X,Y} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} X_i y_j$

ومن الممكن إثبات أن $\max_X (\min_Y V_{X,Y}) \leq \min_Y (\max_X V_{X,Y})$ بصورة عامة.

وبالنسبة لمباراة منتهية صفرية المجموع بلاعبين تنص **مبرهنة أصغري الأعظم** أن $\max_X (\min_Y V_{X,Y}) = \min_Y (\max_X V_{X,Y}) = V$

ويمكن تعميم هذه المبرهنة لتشمل مباراة مستمرة وصفرية المجموع بلاعبين وبدالة جزاء مستمرة. كذلك يمكن تعميمها لتشمل مبارايات أخرى بشروط معينة. وبصورة خاصة إذا كانت (Y_o, Y_o) نقطة سرجية لمباراة صفرية المجموع بلاعبين فإن V هي قيمة دالة الجزاء عند (X_o, Y_o).

انظر مباراة وانظر سرجي.

BRACHISTOCHRONE — أصغري الزمن

● مسألة أصغري الزمن:

في حسبان التغيرات هي مسألة إيجاد معادلة المسار بين نقطتين والذي إذا سار عليه أي جسيم من إحدى هاتين النقطتين وتحت تأثير قوة الجاذبية فقط فإنه يصل النقطة الأخرى بأقل وقت ممكن. لقد طرح هذه المسألة جون برنولي عام 1696 متحدياً بها علماء الرياضيات في أوروبا. الزمن الذي يحتاجه الجسيم ليسقط على الممر $y = f(x)$ من نقطة $(x_1,0)$ إلى نقطة (x_2,y_2) هو

$$t = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{1 + (\acute{y})^2}{y + a}}\, dx$$

حيث $a = \frac{v_0^2}{2g}$ و v_0 هي السرعة الابتدائية للجسيم و g هو التسارع تحت تأثير الجاذبية. حل المسألة إذن يحتاج إلى إيجاد قيمة y التي تصغر هذا التكامل.

انظر حسبان ــ حسبان التغيرات.

لقد وجد الحل الصحيح لهذه المسألة كل من نيوتن، لايبنيقز، لوبيتال، جيمس وجون برنولي. والحل هو أن الممر يجب أن يكون قطعة من قوس الدويري.

انظر دويري.

SURD — أصم

● عبارة صماء:

هي مجموع يحتوي في أحد حدوده على جذر غير منطق. وأحياناً يستعمل لفظ أصم بمعنى عدد غير منطق. وإذا تكونت الكمية الصماء من حد واحد فتسمى تربيعية أو تكعيبية أو رباعية الدرجة أو خماسية الدرجة حسب كون دليل

الجذر 2 أو 3 أو 4 أو 5، . . . وإذا لم تحتو الكمية الصماء على أي عامل أو حد منطق فتسمى **صماء كلية** مثل $\sqrt{2}$ أو $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

أما إذا احتوت الكمية على عامل أو حد منطق فتسمى **صماء مختلطة** مثل $3\sqrt{2}$ أو $\sqrt{2} + 3$. وتسمى **صماء بحتة** إذا كان كل حد من الكمية أصمًا مثل $\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$.

أما **الكمية الصماء ثنائية الحد** فتتكون من حدين أحدهما على الأقل أصم مثل: $\sqrt{3} + 2$. وتكون **الكميات الصماء ثنائية الحد المترافقة** على الشكل $(a\sqrt{b} + c\sqrt{d})$ و $(a\sqrt{b} - c\sqrt{d})$ حيث a و b و c و d كميات منطقة وعلى الأقل أحد الحدين $\sqrt{b}$ و $\sqrt{d}$ أصم.

وحاصل ضرب هاتين الكميتين المترافقتين هو كمية منطقة حيث

$$(a\sqrt{b} + c\sqrt{d})\,(a\sqrt{b} - c\sqrt{d}) = a^2b - c^2d$$

و**الكمية الصماء ثلاثية الحدود** تتكون من ثلاثة حدود اثنان منها على الأقل صمّاوَيْن بحيث لا يمكن التعبير عنهما بكمية صماء واحدة، مثل: $\sqrt{2} - 3 + \sqrt{3}$.

IRRATIONAL **اصم**

● **السطح الجبري الأصم:**

هو بيان دالة جبرية تظهر فيها المتغيرات بشكل غير قابل للاختزال تحت إشارة الجذر. فمثلاً المحلات الهندسية للدوال $z = \sqrt{y + x^2}$ و $z = x^{1/2} + xy$ تكون سطوحاً جبرية صماء.

● **المعادلة الصماء:**

انظر معادلة ــ المعادلة الصماء.

● **الأس الأصم:** انظر أس.

● **العدد الأصم:**

هو عدد حقيقي لا يمكن تمثيله أو التعبير عنه بدلالة عدد صحيح أو خارج قسمة أعداد صحيحة.

وتعرف الأعداد الصماء بأنها تلك الأعداد المعرفة بمجموعات (A,B) من **قطع ديدكند** بحيث ليس للمجموعة A حدٌّ أكبر وليس للمجموعة B حدٌّ أصغر. ويمكن أيضاً تمييز العدد الأصم بأنه عشري لا منته غير متكرر. وتنقسم الأعداد الصماء إلى نوعين:

(1) **الأعداد الصماء الجبرية**: هي الجذور الصماء لمعادلات كثيرات الحدود ذات المعاملات المنطقة.

(2) **الأعداد المتسامية**: من الأعداد المتسامية نورد الأعداد π, e والدوال الزائدية والمثلثية لأي عدد جبري لا صفري وأية قوة α^{β} حيث β,α أعداد جبرية و α لا تساوي الصفر أو الواحد و β ليس عدداً حقيقياً منطقاً.

انظر **غليفوند** ــ مبرهنة شنايدر ــ غليفوند.

وتعتبر الأعداد الجبرية (الصماء والمنطقة) أقل تعداداً من الأعداد المتسامية من وجهتين نوردهما فيما يلي:

(1) فالأعداد الجبرية قابلة للعد. أما الأعداد المتسامية فغير قابلة للعد.

(2) قياس الأعداد الجبرية يساوي الصفر بينما قياس الأعداد المتسامية على فترة يساوي طول الفترة.

انظر **ليوفيل** ــ عدد ليوفيل؛ وانظر كذلك **معتدل** ــ عدد معتدل.

الأصول — ASSETS

الأصول لفرد أو لشركة هي مجموع البضائع والأموال والموجودات القيمة لدى الفرد أو الشركة. وعكسها ديون.

● **أصول ثابتة**:

وهي الأصول التي تمثلها معدات وموجودات للاستعمال وليس للبيع مثلاً: مصانع، عمارات.

● المعادلات الأصيلة لمنحن فضائي:

تسمى المعادلتان (1) $\rho = f(s)$ و (2) $\tau = G(s)$ بالمعادلات الأصيلة لمنحنى فضائي.

حيث (1) تمثل نصف قطر التقوس كدالة في طول القوس s.

و (2) تمثل نصف قطر الفتل كدالة في طول القوس s).

ولقد سميت هذه المعادلات بالأصيلة لأنها تحدد المنحنى بشكل كامل في الفضاء. وأحياناً تسمى هذه المعادلات **بالمعادلات الطبيعية** للمنحنى.

● الخواص الأصيلة لمنحن:

هي تلك الخواص التي لا تتغير مع حدوث تغيير في نظام الإحداثيات. وعلى سبيل المثال فإن الخواص التالية للقطوع المخروطية تعتبر أصلية:

(أ) خاصية الاختلاف المركزي.

(ب) المسافات بين البؤر والأدلة (جمع دليل).

(ج) طول الوتر العمودي البؤري.

(د) طولالمحاور (بالنسبة للقطعين الناقص والزائد).

(هـ) خواص الانعكاس.

● الخواص الأصيلة للسطح:

هي الخواص التي تتعلق فقط بالسطح وليس لها أية علاقة مع الفضاء المحيط. وبشكل أدق فهي الخواص التي تحفظها **التحويلات المتقايسة**. ويمكن التعبير عن الخواص الأصيلة للسطح بدلالة المعاملات في الشكل التربيعي الأساسي الأول.

وأحياناً تسمى الخاصية الأصيلة للسطح بالخاصية المطلقة للسطح.

● إطار:

ليكن M منطوياً تفاضلياً و $x \in M$ يعرف الإطار عند x بأنه أي أساس مرتب لفضاء المماس T_xM وإذا كان M منطوياً ريمانياً فإن الإطار يسمى متعامداً معيراً إذا كانت مصفوفة المقاس بالنسبة لهذا الإطار هي مصفوفة محايدة.

إطار — FRAME

● إطار الإسناد:

(1) هو أية مجموعة من الخطوط أو المنحنيات في المستوى والتي بواسطتها يتحدد موضع كل نقطة في المستوى بطريقة وحيدة.

(2) هو أية مجموعة من المستويات أو السطوح والتي يتحدد بواسطتها موضع كل نقطة في الفضاء بطريقة وحيدة.

إطاقة (إحصاء) — TOLERANCE (STATISTIC)

● فترة اطاقة:

ليكن x متغيراً عشوائياً وذا توزيع احتمالي معين. تسمى الفترة (a,b) فترة اطاقة للمتغير العشوائي X بمعامل ثقة $(1 - \alpha)$ (حيث $0 < \alpha < 1$) إذا كان $\Pr(a \leqslant x \leqslant b) = 1 - \alpha$ إذا كان X يتبع التوزيع الطبيعي بوسط معلوم μ وتباين معلوم σ^2 فإن فترة الإطاقة بمعامل ثقة 0.90 مثلاً هي الفترة $(\mu - 1.645\,\sigma, \mu + 1.645\,\sigma)$. ولكن في كثير من التطبيقات العملية تكون قيم μ و σ^2 مجهولة وحينذاك نسحب عينة عشوائية من المجتمع ونحتسب وسط العينة X وتباين العينة s^2 وتكون فترة الاطاقة بالشكل: $(x - \kappa s, x + \kappa s)$ حيث أن κ عدد ثابت يحقق كون معامل الثقة للفترة يساوي $(1 - \alpha)$ وتختلف فترة الإطاقة عن فترة الثقة (أنظر ثقة: فترة ثقة). في أن فترة الثقة تخص وسيط التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي بينما تخص فترة الإطاقة المتغير العشوائي نفسه.

اطالات PROLONGATIONS

ليكن (X, R, π) نظاماً ديناميكياً ولتكن $x \in X$.
نعرف الآن مجموعة اطالات x الموجبة $D^+(x)$ والسالبة $D^-(x)$ وثنائية الجانب $D(x)$ كما يلي:

$$D^+(x) = \{y \in X | \exists \{x_i\} \subset X, \{t_i\} \subset R^+, x_i \to x, \pi(x_i, t_i) \to y\}$$

$$D^-(x) = \{y \in X | \exists \{x_i\} \subset X, \{t_i\} \subset R^-, x_i \to x, \pi(x_i, t_i) \to y\}$$

$$D(x) = D^+(x) \cup D^-(x)$$

وهناك قوانين مشابهة لكل من $D^-(x)$ و $D(x)$ وإذا كان $y \in D^+(x)$ فإن $x \in D^-(y)$ من الواضح من القانون الأخير أن $D^+(x)$ مجموعة مغلقة لا متغيرة إيجاباً ولكنها قد لا تكون لا متغيرة سلباً.

لتكن $\{x_i\}$ و $\{y_i\}$ شبكتين في X بحيث:

(1) $x_i \to x$ و $y_i \to y$،
(2) $y_i \in D^+(x_i)$ لكل i فإن $y \in D(x)$. أي أن العلاقة $D^+ = \{(x,y) | y \in D^+(x)\}$ مغلقة كمجموعة جزئية من الجداء XxX.

اطالات النهايات PROLONGATION LIMITS

ليكن (X, R, π) نظاماً ديناميكياً ولتكن $x \in X$. نعرف الآن مجموعة اطالات النهايات الموجبة $J^+(x)$ والسالبة $J^-(x)$ وثنائية الجانب $J(x)$.

$$J^+(x) = \{y \in X | \exists \{x_i\} \subset X, \{t_i\} \subset R^+, t_i \to +\infty \ \pi(x_i, t_i) \to y.\}$$

$$J^-(x) = \{y \in X | \exists \{x_i\} \subset X, \{t_i\} \subset R^-, t_i \to -\infty \ \pi(x_i, t_i) \to y\}$$

$$J(x) = J^+(x) \cup J^-(x)$$

ويمكن البرهنة على أن:

$$J^+(x) = \cap\{D^+(\pi(x,t))| t\in R^+\}$$

وإذا كان $y\in J^+(x)$ فإن $x\in J^-(y)$ لاحظ أيضاً أن $J^+(x)$ (وكذلك $J^-(x)$) مجموعة مغلقة لا متغيرة.

لتكن $\{x_i\}$, $\{y_i\}$ شبكتين في X، بحيث:

(1) $x_i\to x$ و $y_i\to y$،

(2) $y_i\in J^+(x_i)$ لكل i؛

فإننا نستنتج من هذه الفروض بأن $y\in J^+(x)$. أي أن العلاقة $J^+ = \{(x,y)|y\in J^+(x)\}$ مغلقة كمجموعة جزئية من الجداء XxX.

وإذا كان $J^+(x) = \phi$ لنقطة x فإن هذه النقطة تسمى **نقطة تشتت**.

انظر تشتت.

● **أطلس:**

إذا كانت M مجموعة فإن الأطلس على M هو عائلة من المخططات بحيث تغطي مجالات هذه المخططات M بكاملها وإذا كان x,y أي مخططين يتقاطع مجالاهما فإن تغيير الاحداثيات $y_\circ x^{-1}: R^n \to R^n$ يجب أن يكون تماثلاً تفاضلياً، لذا يقال للأطلس إنه أطلس تفاضلي أو من النمط C^∞ إذا كان كل تغيير احداثي $y_\circ x^{-1}$ من النمط C^∞.

مثلاً: لنأخذ M مجموعة النقاط على دائرة الوحدة S^1 في الفضاء الاقليدي R^2 ولنأخذ:

$$U = \{(\sin 2\pi s, \cos 2\pi s)| 0<s<1\}$$

$$U' = \{(\sin 2\pi s, \cos 2\pi s)| -½<s<½\}$$

ولنأخذ المخططين:

$$x: U \to R, x(\sin 2\pi s, \cos 2\pi s) = S$$

$$x': U' \to R, x'(\sin 2\pi s, \cos 2\pi s) = S$$

من الواضح أن اتحاد U و U' يغطي M. وبما أن $x' = x$ إذا كان $0<x<½$ وأن $x' = x-1$ إذا كان $½<x<1$ فإن التغيير الاحداثي:

$$x'_o x^{-1}: R \to R$$

يأخذ s إلى s إذا كانت s في الفترة $(0, ½)$ ويأخذ s إلى $(s-1)$ إذا كانت s في الفترة $(½, 1)$ وكل من هاتين الدالتين تماثلاً تفاضلياً.

إعادة الترتيب REARRANGEMENT

يقصد بها إعادة ترتيب الحدود في متسلسلة معينة.

انظر متسلسلة.

إعاقة DRAG

● **الإعاقة:**

لنفرض أن القوة $\vec{F}$ طبقت على جسم B وأعطته حركة ذات سرعة متجهة $\vec{v}$ فإن مركبة القوة في الاتجاه المضاد للحركة (أو $\vec{v}$) تسمى **الإعاقة**.

وفي المقذافية الخارجية يمكن إيجاد الإعاقة F_v مقربة بواسطة القانون:

$$F_v = \rho d^2 v^2 \kappa$$

حيث ρ كثافة الهواء، و d قطر القذيفة و v سرعة تحرك القذيفة و κ ثابت يسمى ثابت الإعاقة.

انظر رفع.

● **الإعاقة المحورية:**

في المقذافية الخارجية تسمى مركبة القوة الكلية المؤثرة على القذيفة والتي في الاتجاه المضاد لاتجاه المحور المتقدم للقذيفة بالإعاقة المحورية. ويمكن إيجاد الإعاقة المحورية F_a مقربة بواسطة القانون:

$$F_a = \rho d^2 v_a^2 K_a$$

حيث ρ كثافة الهواء و d قطر القذيفة و v_a مركبة السرعة في اتجاه محور

القذيفة و κ_a ثابت ويسمى κ_a بمعامل الإعاقة المحورية ويعتمد في الغالب على شكل القذيفة وكذلك على حجمها.

اعظمي MAXIMAL

- **عنصر أعظمي لمجموعة:**

إذا كانت المجموعة M مرتبة جزئياً فإن العنصر x يسمى عنصراً أعظمياً للمجموعة M إذا كان لا يوجد أي عنصر y من M يلي x. ويمكن تعريف الترتيب الجزئي بالنسبة لعائلة مجموعات بواسطة مفهوم الاحتواء والعنصر الأعظمي لعائلة المجموعات هي المجموعة غير المحتواة فعلياً في أية مجموعة أخرى.

مثال: المجموعة الجزئية الأعظمية المتصلة لمجموعة S هي مجموعة جزئية متصلة غير محتواه في أية مجموعة جزئية متصلة من S.

اعلى SUPERIOR

- **نهاية عليا:**

(1) للمتتالية: أنظر متتالية ــ نقطة تراكم للمتتالية.

(2) للدالة f: عند النقطة x_o (ويرمز لها بالرمز $\text{Lim sup}_{x\to x_o} f(x)$ أو $\overline{\text{Lim}}_{x\to x_o} f(x)$) هي أكبر عدد L بحيث إذا أعطي أي $\varepsilon > 0$ وجوار U للنقطة x_o فإنه توجد نقطة $x \neq x_o$ في U تحقق الشرط $f(x) > L - \varepsilon$.

وهذا الشرط ينطبق على حالة كون $L = +\infty$ إذا وضعنا $f(x) > \varepsilon$ بدلاً من $f(x) > L - \varepsilon$. وحتى تكون $L = -\infty$ فنشترط الشرط التالي: إذا أعطي $\varepsilon > 0$ فإنه يوجد جوار U للنقطة x_o تكون فيه $f(x) < -\varepsilon$.

وتساوي النهاية العليا للدالة f(x) عند النقطة x_o نهاية الحد الأصغري للدالة f(x) عندما يؤول ε إلى الصفر وبحيث يكون $|x - x_o| < \varepsilon$ و $x \neq x_o$، وقد تكون هذه النهاية $+\infty$ أو $-\infty$.

(3) لمتتالية مجموعات: $\{A_1, A_2, \ldots\}$ هي المجموعة التي تحتوي على جميع عناصر عدد لا منته من المجموعات A_n وتساوي هذه النهاية $\{U_n\}$ $\bigcap_{p=1}^{+\infty} \bigcup_{n=p}^{+\infty}$.

وتسمى النهاية العليا لمتتالية مجموعات أيضاً بالنهاية التامة.

انظر أدنى ـ نهاية دنيا.

HIGHER اعلى

● **المنحنى المستوي الأعلى:**

هو منحنى مستـو جبري درجته أعلى من 2. وأحياناً يطلق هذا الاسم على المنحنيات المتسامية.

INFORMATION اعلام

● **نظرية الاعلام:**

فرع من نظرية الاحتمال استحدثه شانون س. ي. عام 1948 يتعلق بدراسة احتمالات إرسال رسائل بدرجة من الدقة المقبولة وذلك عندما تكون مقاطع الاعلام المكونة للرسائل خاضعة لاحتمالات إرسالات فاشلة أو تحريف أو إضافات عرضية تسمى **ضجيجـاً**. إذا كانت لدينا K من الأجزاء الاعلامية ونريد إرسال واحـد منها فنسمي كل جزء **رسالة**. إن المتـسلم هو الشخص الذي يـتسـلم الرسالة والمرسل هو الشخص الذي يرسل الرسالة. القناة هي وسيلة اتصال بين المرسل والمتـسلم. رياضياً، يمكن وصف القناة بالمكـونات التالية:

أولاً، **مجموعة المدخل** وتحتوي على جميع العناصر التي يمكن أن يختار المرسل واحداً منها لكي يبعث رسالة للمتسلم طبقاً لشفرة متفق عليها.

وثانياً، **مجموعة المخرج** وتحتوي على جميع العناصر التي يمكن أن يلاحظ المتسلم أحدها.

ثالثاً، **قانون (دالة الاحتمال)** الشرطي $P(b|a)$ الذي يعين، لأجل قناة معينة، احتمال تسلم العنصر b إذا كان العنصر b قد أرسل فعلاً لأجل كل عنصر a في مجموعة المدخل وكل عنصر a في مجموعة المخرج. إذا كان هناك b من الرسائل المرجو إرسالها فإن الشفرة متتالية $a_1, a_2, \ldots, a_K$ تتكون من K من عناصر مجموعة المدخل ومن تجزئة $E_1, E_2, \ldots, E_K$ لمجموعة المخرج. فعند ملاحظة العنصر b يحدد المتسلم المجموعة E_j التي تحتوي على b ويستنتج من ذلك أن الرسالة j قد أرسلت. إذا كان $P(b|a_i)$ يمثل، لأجل شفرة معينة، الاحتمال الشرطي التسلم الرسالة b عندما يكون a_i (ممثلاً الرسالة i) قد أرسل فعلاً **فإن احتمال الخطأ** عند إرسال الرسالة i هو:

$$P_e(i) = \sum_{b \notin E_i} P(b|a_i)$$

أما القيمة العظمى لاحتمال الخطأ فهي:

$$\max P_e(i)$$

الأنتروبيا لمجموعة من الرسائل عُـلِـمَ احتمال إرسال كل رسالة منها هي عدد الأرقام الثنائية اللازمة لتشفير جميع المتتاليات الطويلة في الرسائل فيما عدا مجموعة رسائل احتمالها الكلي ضئيل جداً. وبصورة أدق، إذا كان x متغيراً عشوائياً يأخذ K من القيم المختلفة بالاحتمالات $p_1, p_2, \ldots, p_K$ فإن أنتروبيا x هي:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{K} p_i \operatorname{Log}_2 p_i$$

وإذا كانت $H(X)$ أنتروبيا X و $H(Y)$ أنتروبيا Y **فإن الأنتروبيا الشرطية** للمتغير X مع كون Y معلومة، هي:

$$H(X|Y) = H(X,Y) - H(Y)$$

وتمثل $H(X|Y)$ عدد الأرقام الثنائية الإضافية اللازمة لتعيين قيمة المتغير X بعد معرفة قيمة Y. ونعرف **الاعلام التبادلي** للمتغيرين العشواءيين X و Y بأنه:

$$R(X,Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

ويمثل $R(X,Y)$ عدد الأرقام الثنائية التي يمكن استخلاصها عن X بعد معرفة Y. إذا كانت A و B مجموعتي المدخل والمخرج على التوالي لقناة معينة، وإذا كان X و Y متغيري المدخل والمخرج على التوالي فإن سعة القناة هي $C = \max R(X,Y)$ حيث نحسب max على كل التوزيعات الاحتمالية المعرفة على مجموعة المدخل A. وبصورة تقريبية تنص المبرهنة الأساسية لنظرية الاعلام على الآتي: إذا كانت C سعة قناة معينة فإنه باستخدام هذه القناة عددا كبيرا N من المرات يمكن إرسال 2^{CN} تقريباً من الرسائل باحتمال خطأ ضئيل.

اعمال **FACTORIZATION**

- **الاعمال:**

هو عملية التحليل إلى عوامل.

- **اعمال تحويل:**

هو إيجاد تحويلين أو أكثر بحيث يكون تأثيرها إذا أثرت بالتتالي كتأثير التحويل المعطي.

وكمثال على ذلك أنظر تآلفي ــ تحويل تآلفي.

آغنيسي (ماريا غياتانا) **AGNESI, MARIA GEATANA**

أنظر ساحرة.

افتراض **ASSUMPTION**

انظر موضوعة.

- **افتراض تجريبي:**

انظر تجريبي ــ صيغة تجريبية، افتراض تجريبي، قانون تجريبي.

- **الافتراضات الأساسية لموضوع:**

وهي الافتراضات التي يبنى الموضوع عليها. ويعتبر افتراضا التبديلية

والتجميعية افتراضين أساسيين بالنسبة للجبرية. هذا وقد تختلف الافتراضات الأساسية لموضوع معين بين مؤلف وآخر.

PROPOSITIONAL — افتراضي

● **الدالة الافتراضية:**

هي دالة يكون مداها مكوناً من عائلة من القضايا أو العبارات. وتعرف **مجموعة الصدق** للدالة الافتراضية p بأنها مجموعة كل عناصر مجال p والتي تكون صورها قضايا صادقة.

فمثلاً التعبير $x<3$ يعرف دالة افتراضية تكون صادقة مثلاً إذا كانت $x = 2$ وتكون كاذبة إذا كانت $x = 4$ مثلاً. وبالتالي فإن مجموعة الصدق هي المجموعة المكونة من كل العناصر $x<3$. أما الدالة الافتراضية «يكون x مثلثاً متساوي الساقين إذا كان x مثلثاً قائم الزاوية» المعرفة على جميع المثلثات المستوية، فمجموعة الصدق لها تتكون من جميع المثلثات A الذي إما أن لا يكون قائم الزاوية أو أن يكون قائم الزاوية ومتساوي الساقين في آن واحد.

● **الدوال الافتراضية المتكافئة:**

هي دوال افتراضية لها نفس مجموعة الصدق. فمثلاً إذا كانت q, p دوال افتراضية على نفس المجال، فإن الدالتين الافتراضيتين $(\sim p\wedge\sim q)$ و $\sim(p\vee q)$ متكافئتان حيث لكل x فإن الدالة الافتراضية الأول تقول «العبارة $p(x)$ خاطئة وكذلك فالعبارة $q(x)$ خاطئة». أما الدالة الثانية فتقول «ليس صحيحاً القول بأن إحدى العبارتين $p(x)$ و $q(x)$ صائبة».

ODDS — افضلية

الدرجات أو الاحتمالات التي توضع في صالح تحقق حدث معين. فمثلاً إذا كان احتمال تحقق الحدث A هو ¼ فإن الأفضلية في صالح A هي واحد إلى ثلاثة والأفضلية ضد A هي 3 إلى واحد.

افق	HORIZON

• أفق المراقب على الأرض:

هي الدائرة الظاهرية لتقاطع الأرض كمستوى مع السماء. أو هي الدائرة الكبرى على الكرة السماوية والتي قطبها عند سمت المراقب.

انظر ساعة ـ زاوية الساعة ودائرة الساعة.

افقي	HORIZONTAL

هو كل ما هو مواز لسطح الأرض إذا اعتبرت كمستوى أي هي كل ما هو مواز لمستوى الأفق.

أفقي:

• **توزيع أفقي:**

إذا كان لدينا منطو تفاضلي M عليه صلة خطية ∇ فإننا نستطيع أن نعرف على رزمة مماسة TM توزيعاً H متمماً للتوزيع الرأسي V.

(انظر رأسي ـ توزيع رأسي)، وذلك كما يلي:

لنأخذ أي نقطة $x \in TM$ ولنفترض أن لدينا حقل متجهات Y بحيث $Ym = x$ و $\nabla_z Y_Z = 0$ وذلك لكل $z \in T_m M$. والآن بما أن $Y:M \to TM$ فإن تفاضلها Y_* يكون $Y_*:TM \to T(TM)$ حيث يأخذ متجهات المماس عند m إلى متجهات مماس عند x. وبذلك نستطيع أن نعرف $H(x) = Y_*(T_m M)$، من الواضح أن H(x) فضاء جزئي في $T_x(TM)$ وبعديته تساوي بعدية M. ويسمى التوزيع H المعرف أعلاه **بالتوزيع الأفقي**.

• **متجه أفقي:**

والمتجه الأفقي هو كل متجه ينتمي إلى التوزيع الأفقي.

انظر توزيع.

• **حقل متجهات أفقي:**

هو كل حقل متجهات ينتمي إلى التوزيع الأفقي.

● رفع أفقي لحقل متجهات X على M:

هو حقل متجهات X^* على TM بحيث يكون أفقياً ويحقق $\pi*(X_u) = X_{\pi u}$.

● رفع أفقي لمنحنى:

إذا كان $\tau = x_t$، $a \leq t \leq b$ منحنى أملس جزءاً جزءاً في M فإن رفعه الأفقي هو منحنى أفقي $\tau* = U_t$ في TM بحيث $\pi\Pi(U_t) = x_t$ $(a \leq t \leq b)$.

● منحنى أفقي:

هو كل منحنى تكون متجهات مماسه متجهات أفقية.

اقتصار

● اقتصار دالة:

لتكن $f:A \rightarrow C$ دالة من المجموعة A إلى المجموعة C ولتكن B مجموعة جزئية في A. نستطيع باستعمال f أن نحدث دالة $g:B \rightarrow C$ كما يلي: $g(x) = f(x)$ ونقول إن الدالة المحدثة g هي **اقتصار** f على B ونرمز لها عادة بالرمز $g = f|_B$.

اقتضاء IMPLICATION

للاقتضاء معنيان نوردهما فيما يلي:

(1) عبارة تنتج من عبارات أخرى معطاة.

فمثلاً العبارة $x^2 = 1$ تعتبر اقتضاء للعبارة $x = -1$.

(2) قضية ناتجة عن ربط قضيتين على النحو: «إذا... فإن...». وتسمى العبارة الأولى بالمقدم (أو الفرض) وتسمى الثانية بالتالي (أو النتيجة). ويكون الاقتضاء صائباً في جميع الأحوال فيما عدا عندما يكون المقدم صائباً والتالي خاطئاً.

مثال (1): الاقتضاءات التالية كلها صائبة.

(أ) إذا كان $2 \times 3 = 7$ فإن $2 \times 3 = 8$.

(ب) إذا كانت اليونان دولة عربية فإن ألمانيا دولة آسيوية.

(ج) إذا كان $2 \times 3 = 7$ فإن $2 \times 3 = 6$.

(د) إذا كان $2 \times 3 = 6$ فإن $3 \times 4 = 12$.

مثال (2): الاقتضاءات التالية كلها خاطئة.

(أ) إذا كان $2 \times 3 = 6$ فإن $3 \times 4 = 10$.

(ب) إذا كانت اليونان دولة أوروبية فإن الكويت دولة افريقية.

ويكتب الاقتضاء «إذا كان p فإن q» في العادة على الصورة $p \rightarrow q$ (أو $p \subset q$) وتقرأ p تقتضي q.

وفي أحيان أخرى؛ يقال إن p شرط **كاف** لـ q أو أن q شرط **لازم** لـ p

انظر عكس ـ عكس الاقتضاء، وتكافؤ ـ تكافؤ القضايا.

إقطاب POLARIZATION

● **اقطاب لمركب شحنتين:**

انظر كمون.

اقل LESS

انظر أكبر.

اقليدس EUCLID

هو العالم اليوناني المشهور والذي اشتغل في الهندسة والفلك ونظرية الأعداد والفيزياء.

ويعتبر كتابه «الأصول» من أكثر الكتب الرياضية شيوعاً.

● **خوارزمية وموضوعة ومصادرة اقليدس:**

انظر تحت هذه العناوين.

● الحلقة الاقليدية:

هي حلقة تبديلية R بحيث توجد دالة f مجالها R محذوفاً منها الصفر ومداها مجموعة من الأعداد الصحيحة اللاسالبة وبحيث تحقق الشرطين:

(1) إذا كان $xy \neq 0$ فإن $f(x,y) \geqslant f(x)$.

(2) مقابل أي عنصرين x و y في R حيث $x \neq 0$ يوجد عنصران $q, r \in R$ بحيث $y = qx + r$ ويكون إما $r = 0$ أو $f(r) < f(x)$.

ويوجد للحلقة الإقليدية عنصر الواحدة كما أنها حلقة مثالية رئيسية. والجدير بالملاحظة هنا أن حلقة كثيرات الحدود على حقل ما تكون حلقة اقليدية إذا كانت $f(p)$ هي درجة p.

● الخوارزمية الاقليدية:

انظر خوارزمية.

● الفضاء الاقليدي:

ولهذا التعبير استخدامان نوردهما فيما يلي:

(1) الفضاء الاقليدي العادي ذو البعدية 2 أو 3.

(2) فضاء كل نقطة فيه تتكون من n من الأعداد $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

وتعرف المسافة بين نقطتين فيه:

$$y = (y_1, y_2, \ldots, y_n),\ x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

بأنها العدد: $\rho(x,y) = [\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^2]^{1/2}$

ويسمى هذا بالفضاء الاقليدي ذي البعدية n ويقال إنه حقيقي إذا كانت الاحداثيات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ حقيقية **ويسمى عقدياً** إذا كانت الاحداثيات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عقدية.

● الفضاء الاقليدي محلياً:

هو فضاء طوبولوجي T له الخاصية التالية:

يوجد عدد صحيح n بحيث يكون لكل نقطة في T جوار متماثل باستمرار مع مجموعة مفتوحة في الفضاء الاقليدي ذي البعدية n وتكون بعدية T في هذه الحالة مساوية n.

ويمكن برهان أن كل زمرة طوبولوجية إقليدية محلياً متماثلة مع زمرة لي (المسألة الخامسة لهلبرت).

انظر منطو.

● **الهندسة الاقليدية:**

انظر هندسة ــ الهندسة الاقليدية.

GREATER THAN — اكبر من

نقول إن العدد الرئيسي a أكبر من العدد الرئيسي b إذا كانت مجموعة الوحدات B التي يمثلها العدد الرئيسي b تشكل جزءاً من مجموعة الوحدات A التي يمثلها a وأن لا يكون العكس صحيحاً.

وبصورة أخرى، نقول إن a>b إذا وجدت دالة متباينة f بين B ومجموعة جزئية C من A أي f:B→C وأن لا توجد أية دالة متباينة بين B وأية مجموعة جزئية من A. فمثلاً 5 أكبر من 3 لأن أية مجموعة مكونة من خمس وحدات تحتوي على مجموعة مكونة من ثلاث وحدات ولكن لا يمكن أن تحتوي مجموعة مكونة من ثلاث وحدات على مجموعة من خمس وحدات.

أما بالنسبة للأعـداد الترتيبيـة α و β والتي لها أنمـاط تراتبيـة مقابلة لمجموعات حسنة الترتيب فإنه يقال إن α أكبر من β إذا كان α≠β وكان بالإمكان وضع أية مجموعة ذات نمط تراتبي β في تقابل حافظ للترتيب مع قطعة ابتدائية من أية مجموعة ذات نمط تراتبي α.

ونقول أن العدد الحقيقي x أكبر من العدد الحقيقي y إذا وجد عدد حقيقي موجب z بحيث x = y + z. ويرمز لذلك بالرمز x>y أو y<x.

الكسندر، جايمس وادل ALEXANDER, JAMES WADDELL (1888-1971)

هو رياضي أميركي متخصص في الطوبولوجيا الجبرية وله أبحاث في نظريات: المتغيرات العقدية، الشباه، الحلقات والعقد.

● **مبرهنة الكسندر للأساس الجزئي:**

يكون الفضاء الطوبولوجي متراصاً إذا وفقط إذا كان للطوبولوجيا أساسٌ جزئي S له الخاصة التالية: كلما احتوى اتحاد مجموعة من عناصر S على X فلا بد أن يكون X محتوى داخل اتحاد عدد منته من عناصر تلك المجموعة.

● **التحام:**

ليكن X فضاء طوبولوجياً و A مجموعة جزئية فيه. يعرف التحام A بأنه المجموعة A^- المؤلفة من كل النقاط التي تلتحم في A. وتسمى A أيضاً **غلاقة A**.

انظر غلاقة يلتحم.

إلحاق ATTACHING

ليكن X و Y فضاءين طوبولوجيين منفصلين ولتكن A مجموعة مغلقة جزئية من X و $f:A\to Y$ دالة مستمرة. وليكن X + Y الاتحاد الحر بين X و Y.

(انظر اتحاد حر).

في X + Y دعنا نعرف علاقة تكافؤ R بالقول إن $(a,f(a))\in R$ لكل $a\in A$. وبالتالي فإننا نحصل على فضاء الخارج $(X + Y)/R$. وفي هذه الحالة نقول إن X ملحقة بـ Y بواسطة f ونرمز لذلك بالرمز XU_fY ويسمى f **بتطبيق الإلحاق**.

مثال (1): ليكن X فضاء طوبولوجياً ولتكن I الفترة [0,1] نحصل على المخروط TX وذلك بـإلحاق XxI لنقطة P_o بواسطة $f(Xx1) = P_o$. ويمكن الحصول على المخروط TX بإنشاء فضاء الخارج XxI/S حيث S علامة التكافؤ المعرفة على XxI بالقانون $((x,1),(x',1))\in S$ لكل $x,x'\in X$.

مثال (2): لتكن $J = [-1,1]$. نحصل على التعليق SX بإلحاق XxJ إلى $P^o U P^-$ بواسطة $f(Xx1) = P^o$ و $f(Xx(-1)) = P^-$.

انظر تعليق.

انسحاب TRANSLATION

● **انسحاب المحاور:**

هو تغيير إحداثيات النقاط إلى إحداثيات مسندة إلى محاور جديدة موازية للمحاور الأصلية. ويستخدم انسحاب المحاور لتغيير صيغ المعادلات وذلك للمساعدة في دراسة محلاتها الهندسية.

مثال: استخدام انسحاب المحاور حتى تقع نقطة الأصل الجديدة على منحنى معين مما يجعل معادلة المنحنى الجديدة عديمة الحد الثابت.

انسحاب وتدوير:

هو تحويل يتضمن انسحاب وتدوير المحاور. يستخدم لحذف الحدود xy و y,x في معادلة الدرجة الثانية العامة. وتكون صيغ هذا التحويل هي:

$$x = x' \cos\theta - y' \sin\theta + h,$$
$$y = x' \sin\theta + y' \cos\theta + k,$$

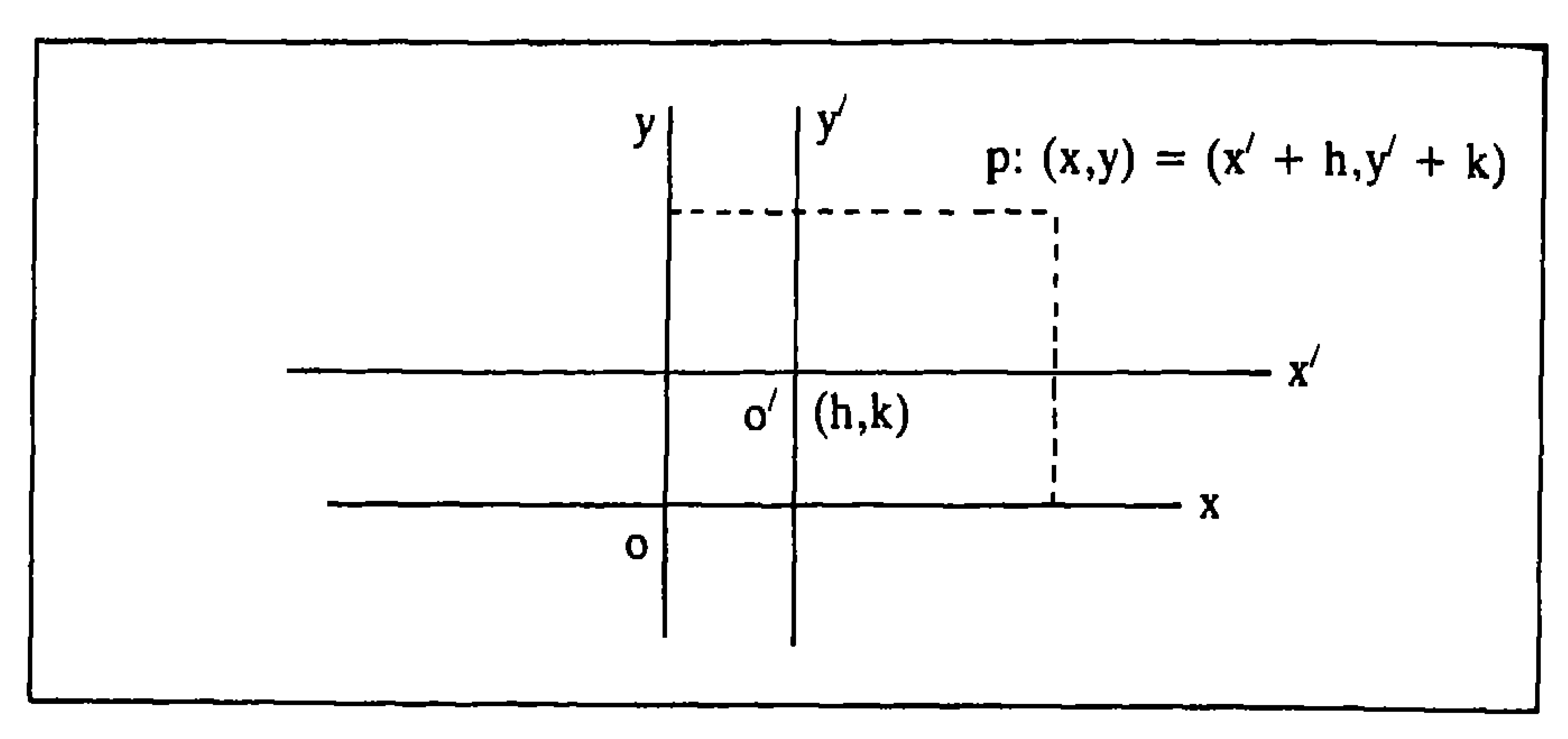
حيث (h,k) تمثل إحداثيات نقطة الأصل الجديدة نسبة إلى الإحداثيات الأصلية. أما θ فهي الزاوية التي يدورها محور x الموجب ليكون موازياً إلى محور x' الموجب الجديد.

● **سطح الانسحاب:**

انظر سطح.

● **صيغ الانسحاب:**

هي صيغ تعبر عن انسحاب المحاور بصورة تحليلية. وفي المستوى تكون هذه الصيغ $y = y' + k, x = x' + h$ حيث (h,k) هما احداثيا نقطة الأصل للمحاور الجديدة و حيث (x',y') احداثيا نقطة معينة p بالنسبة للمحاور الجديدة و (x,y) احداثيا p بالنسبة للمحاور الأصلية.



وفي الفضاء ثلاثي البعدية تكون هذه الصيغ

$$z = z' + \ell \quad y = y' + k \quad x = x' + h$$

حيث (h,k) هي إحداثيات نقطة الأصل للمحاور الجديدة z',y',x' وحيث (x',y',z') هي إحداثيات نقطة معينة P بالنسبة للمحاور الجديدة و (x,y,z) إحداثيات P بالنسبة للمحاور الأصلية.

الف **THOUSAND**

يساوي 1000.

الفا **ALPHA**

الحرف الأول في الأبجدية اليونانية، والحرف الصغير هو α والكبير A.

إلى اللانهاية **ADINFINITUM**

هي أن نستمر بدون انتهاء (وفقاً لقانون معين) ونرمز لذلك بثلاث نقط كما يلي... ونستعمل ذلك بشكل رئيسي في المتتاليات والمتسلسلات اللامنتهية وكذلك في عمليات الضرب اللامنتهي.

آلية مؤازرة **SERVOMECHANISM**

آلة للتضخيم تستخدم لتحقيق علاقة ما بين الإشارة الداخلة والإشارة الخارجة. مثلاً آلات جهاز قيادة السيارة، أجزاء الماكينات الحاسبة.

AMPERE أمبير

هو وحدة لقياس التيار الكهربائي، أما **الأمبير المطلق** فهو المعيار القانوني للتيار وذلك منذ العام 1950. والأمبير المطلق هو التيار في كل من سلكين طويلين متوازيين وتفعل على كل منهما قوة مقدارها 2.10^{-7} نيوتن بالمتر. أما قبل سنة 1950 فقد كان **الأمبير العالمي** هو المعيار القانوني للتيار. والأمبير العالمي هو التيار الذي إذا مر خلال المحلول المعياري لنترات الفضة فإنه يرسب الفضة بمعدل 0.001118 غرام بالثانية وكل أمبير عالمي يساوي 0.999835 أمبير مطلق.

انظر **كولومب، أوم**.

EXTENSION امتداد

ويعرف **الامتداد البسيط** F^* للحقل F بأنه امتداد يحتوي على عنصر c بحيث يكون F^* مجموعة كل عناصرها على شكل خارج القسمة $P(c)/q(c)$ حيث «p و q كثيرا حدود معاملاتها في F و $q(c) \neq o$. ويكون الامتداد البسيط منتهيا إذا وفقط إذا كان c جبرياً بالنسبة لـ F.

- **امتداد حقل:**

ويعتبر أي حقل F^* يحتوي على حقل F امتداداً للحقل F. وتعرف **درجة الامتداد** بأنها بعدية الحقل F^* باعتباره فضاء متجهات سلمياته في F.

انظر **متجه ــ فضاء المتجهات**.

ويقال ان الامتداد منته إذا كانت درجته منتهية.

أما **الامتداد الجبري** للحقل F فهو امتداد كل عناصره تحقق معادلات كثيرات الحدود معاملاتها في F.

كما يعرف **الامتداد الطبيعي** F^* لـ F بأنه امتداد يحقق إحدى الخواص المتكافئة التالية:

(1) يكون F مجموعة جزئية من F^* تتكون من عناصر x في F^* تحقق

$a(x) = x$ لكل التماثلات الذاتية على F^* والتي تحقق $a(y) = y$ عندما يكون $y \in F$.

(2) يكون F^* حقل غالوا لكثير حدود معاملاته في F.

(3) إذا كان P كثير حدود لا مختزل ومعاملاته في F وله صفر في F^* فإن كل أصفاره تكون في F^*.

انظر **قابل للفصل ــ** امتداد قابل للفصل لحقل.

RUN **امتداد**

الفرق بين فصلي نقطتين. ويسمى الفرق بين ترتيبي نقطتين ارتفاعاً. مثلاً الامتداد من النقطة $(2,3)$ إلى النقطة $(5,7)$ هو $3 = 2 - 5$، والارتفاع هو $4 = 3 - 7$. وبهذا يكون مربع المسافة بين نقطتين مساوياً لحاصل جمع مربع الامتداد ومربع الارتفاع بين تلك النقطتين.

ABSORBING **امتصاص**

● **حالة امتصاص:**

لتكن $[X_n]$ حيث $n = 1,2,...$ سلسلة ماركوف. نقول إن الحالة i هي **حالة امتصاص** إذا بقيت السلسلة على حالها عند الوصول إليها، أي:

$$p_{ii} = P_r(X_n = i \mid X_{n-1} = i) = 1$$

انظر **ماركوف ــ** عملية ماركوف.

OPTIMAL **أمثل**

● **استراتيجية مثلى:**

انظر استراتيجية.

أمثلية OPTIMALITY

● مبدأ الأمثلية:

هو الأسلوب الأمثل يستخدم في البرمجة الديناميكية ويتصف بأنه بغض النظر عن الحالة الابتدائية والقرار الابتدائي فإن القـرارات الباقيـة تشكل الأسلوب الأمثل بالنسبة للحالة المترتبة على القرار الابتدائي.

انظر برمجة ـ برمجة ديناميكية.

أمر COMMAND

هو واحد من التعليمات في لغة الحاسب تعطى ليقوم هذا الحاسب بعملية معينة.

أملس SMOOTH

● سطح أملس أو عنصر سطح أملس:

(1) سطح يوجد له مستو مماس عند نقطة بحيث يكون اتجاه الناظم دالة مستمرة لنقطة التماس.

(2) مجموعة تتكون من مدى تحويل T واحد لواحـد ومستمر يحقق الشروط:

(أ) يكون مجال التحويل T مجموعة مستوية مغلقة ومحدودة وتشكل حدودها منحنى بسيطاً مقوماً.

(ب) يمكن أن نكتب T بشكل معادلات وسيطية

$z = h(u,v),\ y = g(u,v),\ x = f(u,v)$

بحيث تكون جميع المشتقات الجزئية الأولى للدوال f و g و h مستمرة عند كل نقطة في مجموعة مفتوحة تحتوي على D.

(ج) لا توجد نقطة في D تكون فيها كل اليعقوبيات التالية أصفاراً:

$\partial(x,y)/\partial(u,v),\ \partial(z,x)/\partial(u,v),\ \partial(y,z)/\partial(u,v)$

إن حرف هذا السطح هو صورة حدود المجال D ويكون لهذا السطح الخاصية المذكورة في (1).

انبر (ألفرد) — ENNEPER ALFRED (1830-1885)

هو رياضي ألماني اشتغل في حقل الهندسة التفاضلية.

- **معادلات انبر:**

هي المعادلات التكاملية للدوال الاحداثية لسطح أصغري منسوباً لمنحنياته الأصغرية على أنها المنحنيات الوسيطية.

$$x = \frac{1}{2}\int(1 - u^2)\,\phi(u)\,du + \frac{1}{2}\int(1 - v^2)\,\psi(v)\,dv,$$

$$y = \frac{i}{2}\int(1 + u^2)\,\phi(u)\,du - \frac{i}{2}\int(1 + v^2)\,\psi(v)\,dv,$$

$$z = \int u\,\phi(u)\,du + \int v\,\psi(v)\,dv,$$

$\psi \quad \phi$

حيث ϕ و ψ دوال تحليلية اختيارية.

انظر فايرشتراس ـ معادلات فايرشتراس.

- **سطح انّبر:** انظر سطح.

انبساط

- **انبساط منحنى على مستوى:**

ليكن C منحنى أملس على سطح S. وتشكل المستويات المماسة على S عند نقاط C عائلة مستويات وحيدة الوسيط. ويكون غلاف هذه العائلة سطحا قابلا للانبساط Ś ومماساً للسطح S على طول المنحنى C. ويمكن تطبيق C وبشكل متقايس على المستوى. ونسمي صورة S' في المستوى تحت تأثير هذا التطبيق بانبساط C على المستوى.

انتشار — SPREADING

- **طريقة الانتشار لكمون معقد:**

انظر كمون.

انتظامية UNIFORMITY

● **محاولة انتظامية:**

نفس محاولة أو تجربة إحصائية. انظر احتمال؛ وانظر تجربة.

انتقال

● **دوال الانتقال:**

لنأخذ $\xi = (P,M,G,\Pi)$ رزمة ألياف رئيسية ولنأخذ $\{U_\alpha\}$ التغطية المفتوحة على M بحيث $\Pi^{-1}(U\alpha)$ مماثلاً للجداء $U_\alpha \times G$ ويأخذ هذا التماثل كل نقطة $u \in \Pi^{-1}(U_\alpha)$ إلى $(\Pi(u), \varphi_\alpha(w))$ بحيث $\varphi_\alpha(ua) = \varphi_\alpha(u)a$ وذلك لكل $a \in G$. إذا كانت $u \in \Pi^{-1}(U_\alpha \wedge U\beta)$ فإن $\varphi_\beta(u)(\varphi_\alpha(u))^{-1} = \varphi_\beta(ua)(\varphi_\alpha(ua))^{-1}$ وهذا يعني أن $\phi_\beta(u)(\varphi_\alpha(u))^{-1}$ يعتمد فقط على $\Pi(u)$ ولا يعتمد على u نفسها. الآن نستطيع أن نعرف التطبيق $\psi_{\beta\alpha} : U_\alpha \wedge U_\beta \to G$ بواسطة: $\psi_{\beta\alpha}(\Pi(u)) = \varphi_\beta(u)(\varphi_\alpha(u))^{-1}$.
وعائلة الدوال $\psi_{\beta\alpha}$ تسمى **دوال الانتقال** رزمة الألياف والمقابلة للتغطية $\{U\alpha\}$.
ومن السهل التأكد من أن $\psi_{\gamma\alpha}(x) = \psi_{\gamma\beta}(x).\psi_{\beta\alpha}(x)$ وذلك لكل x في $U_\alpha \cap U_\beta \cap U_\gamma$ كما أن العكس صحيح أي أنه إذا كان M منطوياً تفاضلياً عليه تغطية $\{U_\alpha\}$ وهناك زمرة لي G وعائلة تطبيقات $\psi_{\beta\alpha} : U_\alpha \cap U_\beta \to G$ وذلك لكل $U_\alpha \cap U_\beta \neq \Phi$ وتحقق الشرط $\psi_{\gamma\alpha}(x) = \psi_{\gamma\beta}(x)\, \psi_{\beta\alpha}(x)$ لكل x في $U_\alpha \cap U_\beta \cap U_\gamma$ فإننا نستطيع أن ننشىء رزمة ألياف رئيسية $\xi = (P,M,G,\Pi)$ وتكون $\psi_{\beta\alpha}$ دوال انتقالها.

انتهاء END

● **نقطة انتهاء:** انظر منحنى، وفترة.

انحراف (إحصاء) DEVIATION

التوقع الرياضي للفرق بين المتغير العشوائي وقيمة ثابتة معينة.

● **انحراف وسطي:**

هو التوقع الرياضي $E(|X - a|)$ حيث a هو الوسط $E(x)$ أو هو الأوسط.

ويكون $E(|X - a|)$ أصغر قيمة إذا كان a يساوي أوسط التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي x. انظر مطلق ـ عزم مطلق.

MEAN SQUARE DEVIATION **انحراف وسطي مربعي**

هو التوقع الرياضي $E(X - a)^2$ حيث a عدد ثابت. أي هو العزم الثاني للمتغير العشوائي X حول العدد a إذا كان $a = E(x)$ فإن الإنحراف الوسطي المربعي هو تباين X. انظر عزم ـ عزم التوزيع.

● **انحراف احتمالي:**

يساوي $0.6745\ \sigma$ حيث σ **هو الانحراف المعياري** للمتغير العشوائي X.
مرادف: خطأ احتمالي.

● **انحراف ربيعي:** نصف الفرق بين الربيع الثالث Q_3 والأول للتوزيع

$$\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)\ Q_1$$

● **انحراف معياري:**

هو $\sqrt{E(X - \mu)^2}$ أي الجذر الموجب للتباين هو μ يساوي التوقع الرياضي $E(x)$. انظر تباين.

BEND **انحناء**

● **نقطة انحناء:**

هي نقطة على منحنى في مستو بحيث يأخذ ترتيبها قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

CURVILINEAR **انحنائي**

● **إحداثيات انحنائية لنقطة على سطح:**

هي الاحداثيات الوسيطية u, v للنقطة على السطح:

$$x = x(u, v),\ y = y(u, v)$$

انظر وسيطي ـ معادلات وسيطية لسطح.

● احداثيات انحنائية لنقطة في الفضاء:

يمكن تعيين سطوح جملة ثلاثية من السطوح المتعامدة وذلك بواسطة ثلاثة وسطاء. الاحداثيات الانحنائية لنقطة في الفضاء هي قيم الوسطاء التي تمدد سطوح الجملة عند النقطة.

انظر متعامد ـ جملة ثلاثية من السطوح المتعامدة؛ وانظر متبائر ـ مخروطيات متبائرة.

● حركة انحنائية:

انظر حركة.

DEPRESSION **انخفاض**

● زاوية الانخفاض:

انظر زاوية ـ زاوية الانخفاض.

COMPATIBILITY **انسجام**

● معادلات الانسجام (في المرونة):

هي المعادلات التفاضلية التي تربط مركبات موتر الجهد الذي يضمن أن حالة الجهد ممكنة في جسم مستمر.

ALIENATION **انسلاخ**

● معامل الانسلاخ:

انظر ارتباط ـ ارتباط طبيعي.

FLOW **انسياب**

---

(1) مخطط انسيابي: أنظر مخطط.

(2) تستخدم كلمة انسياب أحياناً للتعبير عن زمرة تحويلية.
انظر زمرة تحويلية.

(3) وفي أغلب الأحيان تطلق كلمة انسياب على المرتب الثلاثي (X, T, Π) حيث X فضاء طوبولوجي و T إما الزمرة الجمعية للأعداد الحقيقية أو الأعداد الصحيحة و $\Pi: X \times T \rightarrow X$ دالة مشتركة الاستمرار، بحيث:

(1) $\Pi(x,0) = x$.

(2) $\Pi(\Pi(x,t),s) = \Pi(x,s+t)$.

وإذا كانت $T = R$ أي الأعداد الحقيقية فإن الانسياب يسمى **بالانسياب المستمر**. ولكن الاسم الأكثر شيوعاً في هذه الحالة هو **النظام الديناميكي**.

انظر نظام ديناميكي.

أما إذا كانت $T = Z$ أي الأعداد الصحيحة فإننا نطلق على الانسياب اسم **الانسياب المتقطع**.

ويمكن الحصول على الانسياب المتقطع من أي تماثل مستمر $f: X \rightarrow X$، حيث نعرف $\Pi(x,n) = f^n(x)$ لكل $x \in X$ و $n \in Z$ حيث $f^o(x) = x$ و f^{-n} الدالة المعاكسة لـ f^n و f^n هو تركيب الدالة f عدد من المرات مقداره n.

إنشاء CONSTRUCTION

(1) الإنشاء هو عملية رسم شكل وفقاً لشروط معينة.
انظر ينشيء.

(2) الإنشاء في برهان مبرهنة هو رسم الشكل كما تشير المبرهنة ثم إضافة أجزاء أخرى يتطلبها البرهان. تسمى النقاط والخطوط الإضافية **بنقاط الإنشاء وخطوط الإنشاء**.

COMPRESSION انضغاط

انظر توتر.

- **انضغاط بسيط أو انضغاط واحد البعدية:**

ويقصد به جهد واحد البعدية.

انظر جهد.

- **مقايس الانضغاط:**

انظر مقياس ـ مقياس الحل.

VANISHING انعدام

الاقتراب من قيمة الصفر، أو أن يصبح صفراً.

YAW انعراج

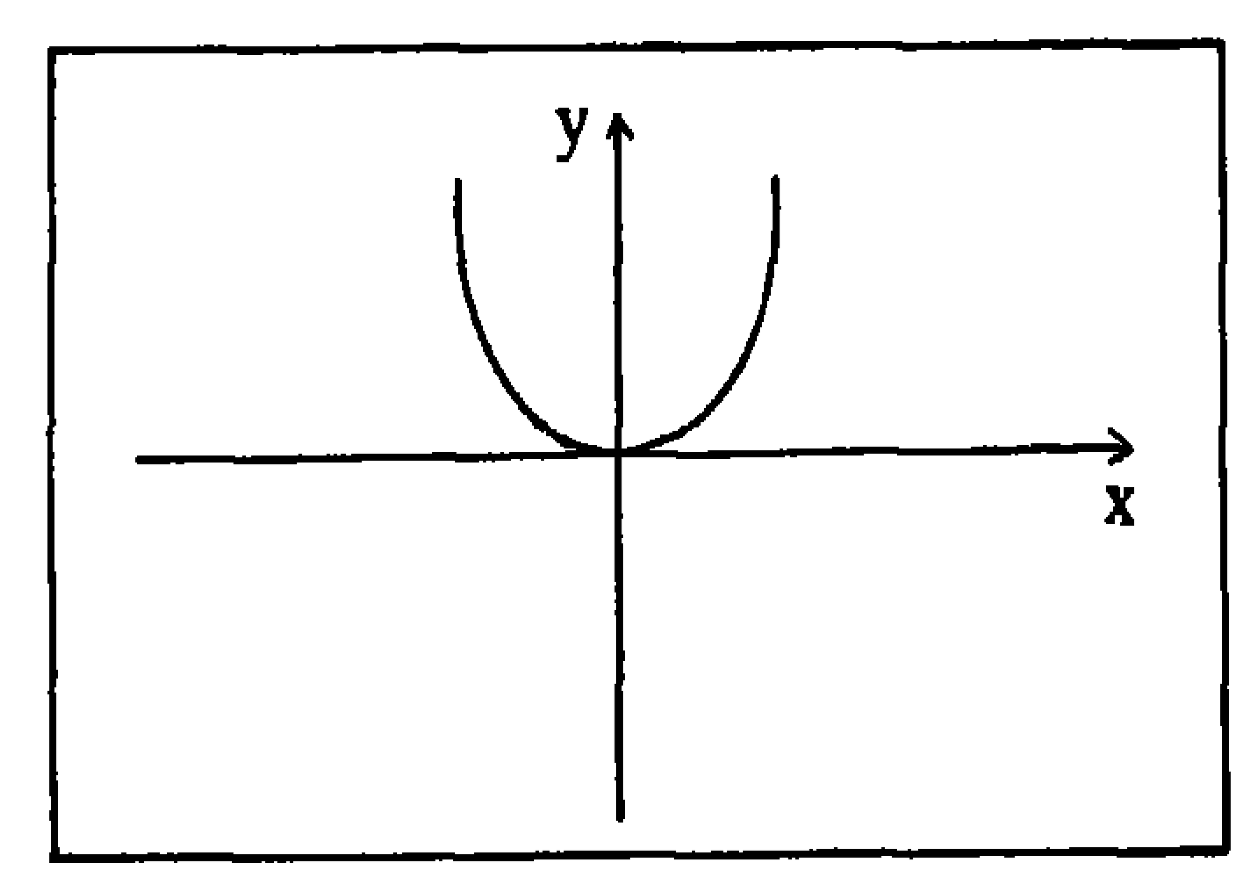
- **زاوية الانعراج:**

مصطلح يستخدم في علم القذافة الخارجية للدلالة على الزاوية الواقعة بين اتجاه محور القذيفة واتجاه متجه سرعة القذيفة.

INFLECTION انعطاف

- **نقطة الانعطاف:**

هي نقطة يتغير عندها المنحنى المستوى من التقعر إلى التحدب تجاه خط ثابت. وبصورة أوضح، فإن النقطة (x_1,y_1) على المنحنى $y = f(x)$ تكون **نقط انعطاف** للمنحنى إذا كان هناك فترة مفتوحة $a<x<b$ حول x بحيث يكون مشتق f متزايداً على أحد جانبي x ومتناقصاً على الجانب الآخر.



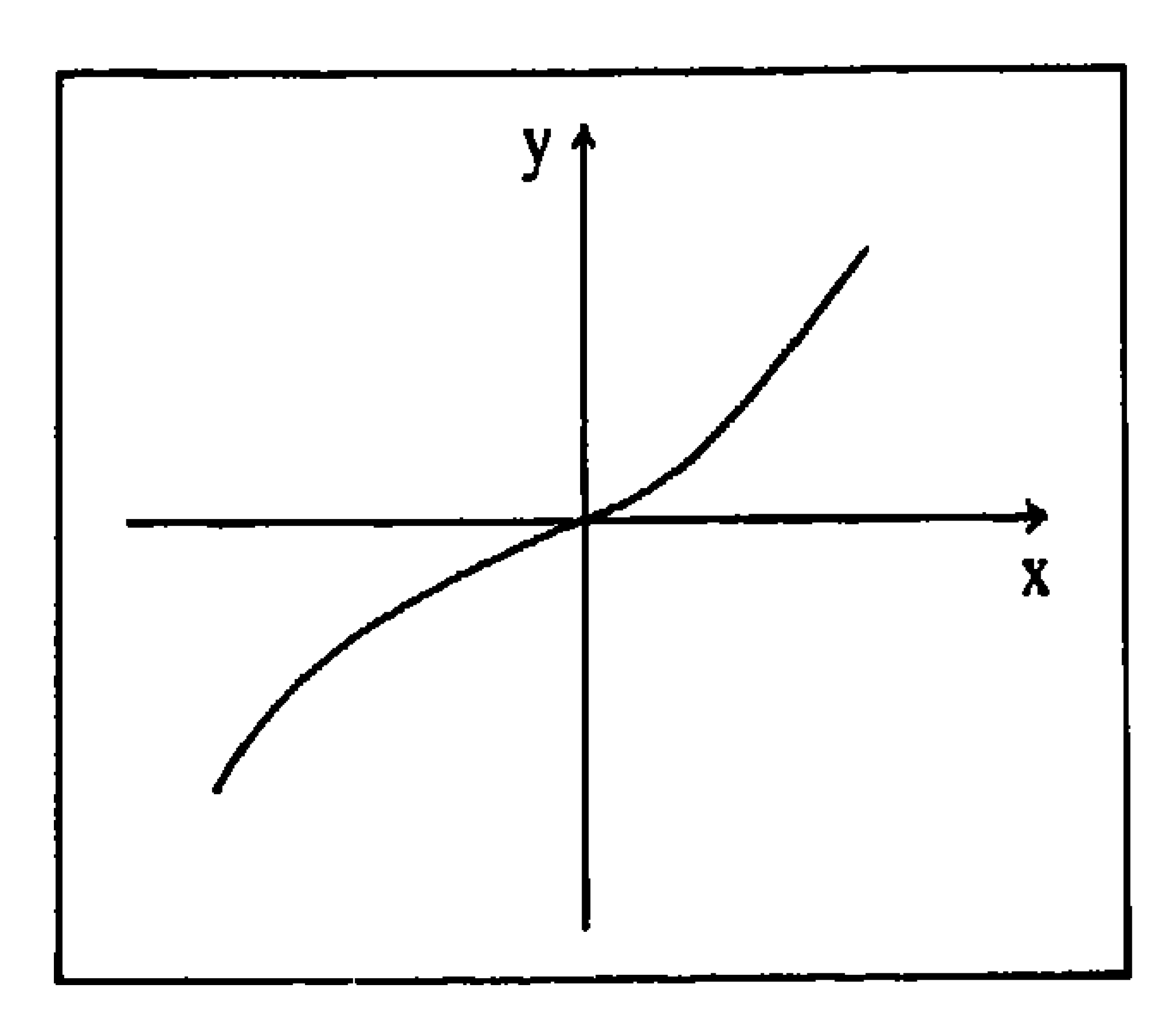
وإذا كانت (x_1,y_1) نقطة انعطاف للمنحنى $y = f(x)$ وكان $f''(x)$ مستمراً عند x فإن $f''(x_1) = 0$ وعكس هذه المبرهنة غير صحيح بوجه عام. فمثلاً المنحنى $y = x^4$ المبين في الشكل نجد أن $y''(0) = 0$ ولكن النقطة $(0,0)$ ليست نقطة انعطاف للمنحنى ولكنها نقطة قيمة صغرى.

أما المنحنى $y = x^4 + x$ فليس له نقطة انعطاف أو قيمة عظمى أو صغرى عند النقطة $(0,0)$ على الرغم من أن $f''(0) = 0$ والشرط اللازم والكافي لأن تكون النقطة (x_1, y_1) على المنحنى $y = f(x)$ **نقطة انعطاف** للمنحنى هو أن يغير المشتق الثاني إشارته عند x_1. وبعبارة أوضح، توجد فترة مفتوحة I حول x بحيث تكون إشارة المشتق الثاني لقيم x في I على يمين x_1 مختلفة عن إشارته لقيم x على يسار x_1.

مثال $y = x^3$.

نجد أن $y' = 3x^2$, $y'' = 6x$.

نلاحظ أن y'' على يسار نقطة الأصل (أي لقيم x السالبة) تكون سالبة وتكون موجبة على يمين نقطة الأصل (أي لقيم x الموجبة).



ولذا نستنتج أن النقطة $(0,0)$ نقطة انعطاف للمنحنى.

انظر الشكل $y = x^3$.

انعطافي INFLECTIONAL

● **المماس الانعطافي للمنحنى:**

هو مماس المنحنى عند نقطة انعطاف له. ومرتبة تماس هذا المماس تساوي 3.

انظر **تلامس ــ مرتبة التلامس**.

الانعكاس (في علم الفيزياء) يعني التغير في الاتجاه الذي تعانيه أشعة ضوئية أو موجة صوتية أو ما يعانيه إشعاع حراري عند الاصطدام بسطح والارتداد إلى نفس حيز الانبعاث. وللانعكاس قانونان:

(1) تقع الأشعة الساقطة والمنعكسة في مستو متعامد مع سطح السقوط.

(2) زاوية السقوط تساوي زاوية الانعكاس. ونعرف **زاوية السقوط** على أنها الزاوية التي يشكلها الشعاع الساقط مع الناظم عند نقطة السقوط. ونعرف **زاوية الانعكاس** على أنها الزاوية التي يشكلها الشعاع المنعكس مع الناظم.

● **انعكاس بالنسبة إلى خط مستقيم:**

هو أن يستبدل بكل نقطة في الشكل المنعكس نقطة تناظرها بالنسبة للمستقيم ويعرف الانعكاس بالنسبة إلى المحور ox بالتحويل $y' = -y, x' = x$ وكذلك يعرف الانعكاس بالنسبة إلى المحور oy بالتحويل $y' = y,\ x' = -x$.

● **انعكاس بالنسبة إلى نقطة الأصل:**

وهو يعني أن نعين لكل نقطة في الشكل المنعكس نقطة مناظرة لها بالنسبة إلى نقطة الأصل. والتحويل المؤدي إلى ذلك هو $y' = -y, x' = -x$. ويكافىء هذا الانعكاس تدويراً في المستوى حول نقطة الأصل مقداره $180°$.

● **انعكاس بالنسبة إلى مستو:**

هو أن يستبدل بكل نقطة في الشكل المنعكس نقطة مناظرة لها بالنسبة إلى المستوى. فانعكاس النقطة (x, y, x) بالنسبة للمستوى (x, y) هو النقطة $(x,y,-z)$.

● **خاصية الانعكاس للقطوع المخروطية:**

انظر قطع زائد، قطع مكافىء، قطع ناقص.

● فضاء بناخ انعكاسي:

ليكن B فضاء بناخ وليكن B^* و B^{**} الفضاءين المرافقين الأول والثاني على الترتيب (للفضاء B).

انظر مرافق.

وإذا كانت x_0 نقطة في الفضاء B فإن الدالة F المعرفة على B^* بالقانون $F(f) = f(x_0)$ تكون دالياً خطياً مستمراً ويكون الفضاء B انعكاسياً إذا كان كل دالي خطي معرفا على B^* من نفس النوع المذكور سالفاً. وهذا يعني أن B و B^{**} متكافئان حيث نطابق x_0 مع الدالة F المعرف بالقانون $F(f) = f(x_0)$. ونورد هنا مبرهنتين مهمتين على الخاصية الانعكاسية لفضاءات بناخ.

مبرهنة (1): يكون فضاء بناخ B انعكاسياً إذا وفقط إذا كانت المجموعة المكونة من العناصر x في B بحيث $\|x\| \leqslant 1$ ضعيفة التراص.

مبرهنة (2): يكون فضاء بناخ B انعكاسياً إذا وفقط إذا كان لكل دالي خطي ومستمر f عنصر $x_0 \neq 0$، بحيث:

$$f(x_0) = \|f\| \cdot \|x_0\|$$

ومن المعلوم أن فضاء هيلبرت هو فضاء انعكاسي.

ويجدر التنويه هنا على أنه يوجد فضاءات بناخ B لا انعكاسية على الرغم من أن B و B^{**} متقايسان.

● العلاقة الانعكاسية:

هي علاقة يرتبط فيها العنصر x مع نفسه. فمثلاً علاقة التساوي في الحساب تكون علاقة انعكاسية حيث $x = x$ دوماً. وتسمى العلاقة لا انعكاسية إذا لم يرتبط أي عنصر x مع نفسه بهذه العلاقة.

وتكون علاقة $>$ علاقة لا انعكاسية لأنه يستحيل أن يكون $x>x$ وتسمى العلاقة غير انعكاسية إذا كان هناك عنصر واحد على الأقل x لا يرتبط مع نفسه بهذه العلاقة.

مثال: لتكن العلاقة R «مقلوب ألـ».

هذه العلاقة غير انعكاسية لأن $\frac{1}{x} = x$ في حالتين فقط هما عندما يكون $x = -1, x = 1$. أما جميع الأعداد الأخرى فهي لا تساوي مقلوبها.

انعكاسية — REFLEXIVETY

هي خاصية كون الشيء انعكاسي.

انظر انعكاسي.

انقطاع — DISCONTINUITY

---

(1) **الانقطاع** هو خاصية عدم الاستمرار.

(2) **نقطة الانقطاع** هي نقطة في مجال الدالة تكون عندها الدالة غير مستمرة. وتسمى هذه النقطة أحياناً **بانقطاع الدالة**. وإذا لم تكن النقطة x في مجال الدالة فإنها تسمى انقطاعاً إذا كانت الدالة غير مستمرة عند x لدى قيمة معطاة لـ $f(x)$.

مثال (1): الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ لها انقطاع $x = 0$ ويمكن تصنيف نقط انقطاع الدالة ذات القيم الحقيقية على النحو التالي:

(1) انقطاع قابل للإزالة:

إذا استطعنا أن نجعل الدالة f مستمرة عند الانقطاع x وذلك بتغيير قيمة $f(x)$ فإن الانقطاع يسمى **قابلاً للإزالة** في هذه الحالة ويحدث هذا عندما تكون النهايتان من اليمين ومن اليسار للدالة معرفتين ومتساويتين.

مثال (2): $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ لها انقطاع قابل للإزالة عند النقطة $x = 0$ ولجعل الدالة f مستمرة عند النقطة 0 فإننا نعرف $f(0) = 0$.

نلاحظ أن $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = 0$.

انظر نهاية.

(2) **انقطاع غير قابل للإزالة:**

هو أي انقطاع للدالة لا يمكن إزالته. مثال على ذلك النقطة o في مثال (1) أعلاه.

(3) **انقطاع عادي (أو انقطاع القفزة):**

هو انقطاع تكون عنده نهايتا الدالة من اليمين ومن الشمال معرفتين ولكنهما غير متساويتين.

مثال (3): لنعتبر الدالة $f(x) = 1/(1 + 2^{1/x})$ فإن

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1 \text{ و } \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$$

ويسمى الفرق بين قيمتي النهاية للدالة أحياناً بقفزة الدالة. فقفزة الدالة f في مثال (3) عند النقطة o تساوي 1.

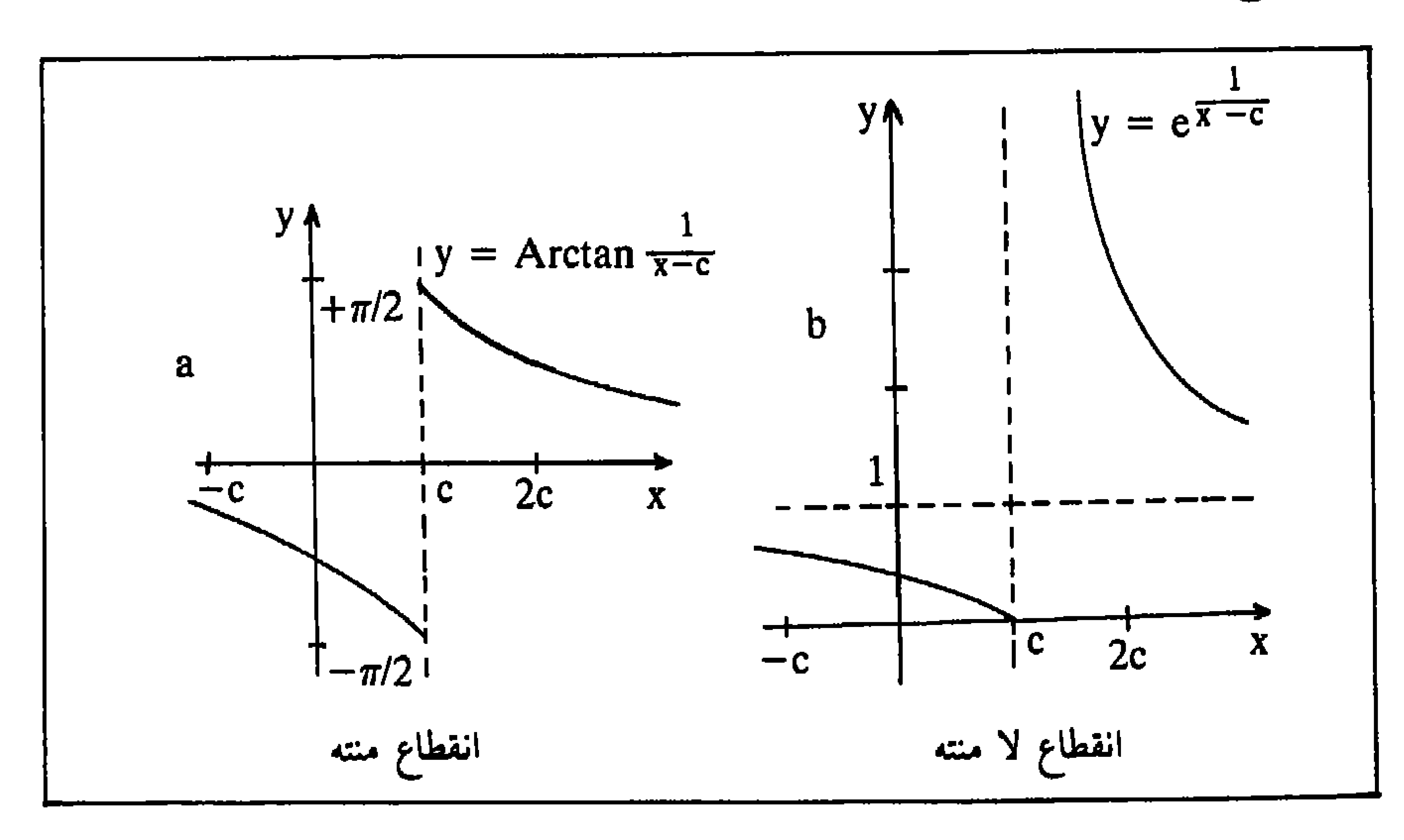
(4) **انقطاع منته:**

هو أي انقطاع بحيث يوجد فترة I تحتوي على نقطة الانقطاع وبحيث تكون الدالة محدودة على الفترة I.

مثال (4): الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ لها انقطاع منته عند النقطة $x = 0$.

(5) **انقطاع لا منته:**

هو انقطاع بحيث تكون الدالة غير محدودة على أية فترة تحتوي نقطة الانقطاع. انظر منفرد ــ نقطة منفردة لدالة تحليلية.



انقلاب TURNING

● **نقطة انقلاب:**

هي نقطة على المنحنى يبدأ عندها احداثي y بالتناقص بعد أن كان متزايداً أو بالعكس. وهي نقطة قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

إنكار DENIAL

هي كلمة مرادفة لكلمة نفي.

انظر نفي.

انكسار REFRACTION

(في الفيزياء) هو تغير اتجاه الأشعة (أشعة ضوء أو صوت أو حرارة) التي تعبر بصورة مائلة من خلال سطح يفصل وسطين تختلف فيهما سرعة الأشعة (مثل أشعة الضوء عند مرورها من الهواء إلى الماء). وقوانين الانكسار لأوساط متخاصصة هي:

(1) عند العبور إلى وسط أكثر كثافة تنكسر الأشعة مقتربة نحو خط عمود على السطح. وتنكسر بعيداً عن العمود عند العبور إلى وسط أقل كثافة.

(2) تقع الأشعة الساقطة والأشعة المنكسرة في مستو عمود على السطح.

(3) نسبة جيب زاوية السقوط إلى جيب زاوية الانكسار ثابتة لأي وسطين معينين (زاوية السقوط وزاوية الانكسار هما الزاويتان اللتان يكونهما الشعاع الساقط والشعاع المنكسر على التوالي مع العمود على السطح). فإذا كان الهواء هو أحد الوسطين فإن هذه النسبة تسمى **دليل الانكسار**.

والقانون الثالث يعرف **بقانون سنل**.

استعملت هذه الكلمة أولاً من قبل غالتون وبيرسون لوصف ظاهرة وراثية عن علاقة أطوال الأبناء وأطوال آبائهم. فوجدا أن طول الأبناء من أبوين طويلين يكون أقل من طول الأبوين وطول الأبناء من أبوين قصيرين يكون أكبر من طول الأبوين. أي أن طول الأبناء يرجع ينكفىء) أو يتجه نحو متوسط طول المجتمع البشري. فسميت هذه الظاهرة بالانكفاء. ثم أخذت هذه الكلمة معنى إحصائياً محدداً. ليكن y متغيراً عشوائياً يعتمد توقعه الرياضي على متغيرات أخرى X_1 و X_2 و ... X_K, تسمى مكفئات. إذا كانت المكفئات متغيرات عشوائية فإن انكفاء y على X_1 و X_2 و ... X_K, هو التوقع الرياضي المشروط $E(y|X_1, X_2, ..., X_K)$. وإذا كانت المكفئات متغيرات غير عشوائية (متغيرات رياضية) فإن انكفاء y على X_1 و X_2 و ... X, هو التوقع الرياضي $E(y)$. وفي كلتا الحالتين نرمز لهذا التوقيع (المشروط أو غيرالمشروط) بالدالة $f(x_1, x_2, ..., x_K)$ ونسميه **دالة الانكفاء**.

انظر تحت.

ويرى بعض المختصين أن الحالة الأولى (كون المكفئات متغيرات عشوائية فقط تعني الانكفاء. ولكن المصطلح يستعمل الآن بصورة شائعة للحالتين.

- **انكفاء انحنائي:**

  انظر دالة الانكفاء تحت.

- **انكفاء خطي:**

  انظر دالة الانكفاء.

- **انكفاء خطي بسيط:**

  انظر أصغر ـ طريقة أصغر المربعات.

- **انكفاء لا خطي:** انظر دالة الانكفاء.

- **انكفاء كثير الحدود:**

  انظر دالة الانكفاء.

● **انكفاء وسط مربعي:**

انظر دالة الانكفاء.

● **تحليل انكفائي:**

انظر دالة الانكفاء.

● **حرف الانكفاء (هندسة تفاضلية):**

يتكون السطح S المماس لمنحنى فضائي C عادة من شطرين. ويكون هذان الشطران متماسين على امتداد مما يكون حرفاً حاداً هناك يسمى حرف انكفاء السطح S.

● **خط الانكفاء:**

انظر دالة الانكفاء.

● **دالة الانكفاء:**

دالة انكفاء متغير عشوائي y على متغيرات عشوائية و x_1 و $x_2,...,x_k$ هي التوقع الرياضي المشروط $E(y|x_1, x_2, ..., x_K)$ أو $E(y)$ باعتباره دالة معتمدة على المتغيرات اللاعشوائية x و x و ..., x_K ولنكتب هذه الدالة بشكل $f(x_1, x_2, ..., x_K)$. ومن خواص الدالة f أن خطأ الوسط المربعي $E(y - g(x_1, x_2,..., x_K))^2$ يكون أصغر قيمة ممكنة عندما $g(x_1, ..., x_K) = f(x_1, x_2, ..., x_K)$. وبذلك تكون دالة الانكفاء أحسن دالة تمثل y باعتبار مبدأ خطأ الوسط المربعي. ويمكن استخدامها للتنبؤ بقيم y ولهذا السبب تسمى x_1 و x_2 و ... x_K, متنبئات لقيم y. ونسمي f دالة **انكفاء خطي** إذا أمكن كتابتها بشكل:

$$f(x_1, x_2, ..., x_K) = \beta_o X_o + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_K X_K$$

حيث β_o و β_1 و ... β_K, ثوابت تسمى **معاملات الانكفاء**. ونأخذ غالباً $x_0 = 1$ إذا كان $K = 1$ نسمي f دالة **انكفاء خطي بسيط** ونسمي رسمها البياني **خط الانكفاء**. أما إذا كان $K > 1$ فنسمي f دالة **انكفاء متعدد**. وعندما تظهر بعض المتغيرات بقوى صحيحة أكبر من واحد نسمي ذلك **انكفاء كثير الحدود**

أو بانكفاء انحنائي وهذه حالة خاصة من الانكفاء الخطي. وإذا كان من غير الممكن كتابة بشكل إنكفاء خطي فنسميها دالة إنكفاء لا خطي.

وغالباً ما يعبر عن الانكفاء الخطي بما يسمى نموذج الانكفاء الخطي:

$$y = \beta_0 X_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots \beta_K X_K + \epsilon$$

حيث ϵ هو متغير عشوائي توقعه الرياضي صفر. أي أن $y = f + \epsilon$ حيث f تمثل دالة الانكفاء الخطي.

ولتقدير قيم معاملات الانكفاء نأخذ n من المشاهدات لقيم تقابل قيمًا مختارة للمتغيرات $x_n, \ldots, x_2, x_1$ فنحصل على النموذج:

$$y_i = \beta_0 X_0 + \beta_1 X_{i_1} + \beta_2 X_{i_2} + \ldots + \beta_K X_{i_K} + \epsilon_i \,, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

وباستخدام المصفوفات يكتب نموذج الانكفاء الخطي بالشكل:

$$\vec{y} = \vec{X}\,\vec{B} + \vec{\epsilon}$$

حيث $\vec{y}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\epsilon}$ متجهات عمودية تتضمن قيم y_i و β_i و ϵ_i على التوالي و X_{nK} مصفوفة تحتوي قيم X_{ij}. وهناك عدة فرضيات تفرض على هذا النموذج أولها $E(\vec{\epsilon}) = 0$ و $Var(\vec{\epsilon}) = \sigma^2 \vec{I}$ أو $Var(\vec{\epsilon}) = \sigma^2 \vec{G}$ ، حيث $\vec{G}_{nn}$ مصفوفة بعناصر ثابتة معلومة. ولأجل إجراء اختبارات إحصائية غالباً ما نفترض أن المتجه $\vec{\epsilon}$ يتبع التوزيع الطبيعي. **التحليل الانكفائي** هو أحد فروع علم الإحصاء ويبحث في طرق تقدير (بنقطة وبفترة) معاملات الانكفاء المجهولة لإيجاد أحسن نموذج يوفق المشاهدات. كذلك يبحث التحليل الانكفائي في اختبار الفرضيات الاحصائية المتعلقة بمعاملات الانكفاء والنموذج الانكفائي بصورة عامة. وباستخدام طريقة المربعات الصغرى نجد تقدير $\vec{\beta}$ وذلك بأصفار مجموع المربعات:

$$(\vec{y} - \vec{X}\vec{\beta})'(\vec{y} - \vec{X}\vec{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} (y - \beta_0 X_{i0} - \beta_1 X_{i1} - \ldots - \beta_K X_{i_K})^2$$

وباشتقاق مجموع المربعات هذا بالنسبة إلى $\vec{\beta}$ نحصل على المعادلات الطبيعية:

$$\vec{X}' \vec{X} \vec{b} = \vec{X}' \vec{y}$$

حيث $\vec{b}$ تقدير $\vec{\beta}$. وبحل المعادلات الطبيعية نحصل على قيمة $\vec{b}$ وتصبح القيمة المقدرة لتوقع y هي:

$$\hat{y}_i = b_0 x_{i0} + b_1 x_{i1} + \ldots + b_K x_{iK}, \quad 1 = 1, 2, \ldots, n$$

● **اختبار معنوية الانكفاء:**

هو اختبار الفرضية $H: \beta_1 = \beta_2 = \ldots \beta_K = 0$ **نجزىء مجموع المربعات** الكلي $\Sigma(y_i - \bar{y})^2$ حيث $\bar{y}$ هو الوسط الحسابي لقيم y أي **مجموع مربعات الانكفاء** $\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2$ **ومجموع المربعات الراسبي** $\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2$. ونحسب نسبة F:

$$F = (\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2/k)/[\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2/(n - k - 1)]$$

حيث k يساوي **درجة حرية الانكفاء** و $(n - k - 1)$ يساوي **درجة حرية الراسب**. ونرفض الفرضية H_0 بمستوى معنوية α عندما تكون نسبة F أكبر من قيمة F الجدولية بدرجة حرية k و $(n - k - 1)$.

انكماش SHRINKING

● **انكماش المستوى:**

انظر شبه ـ تحويل الشبه؛ وانظر جهد.

انكماش RETRACT

ليكن T فضاء طوبولوجياً ولتكن X مجموعة جزئية من T إذا كان هناك دالة $f: T \rightarrow X$ بحيث تكون f مستمرة وغامرة وبحيث يكون $f(x) = x$ لكل $x \in X$ فإن X يسمى **انكماشاً** لـ T. ويمكن التعبير عن ذلك بالقول أن الدالة المحايدة على X لها امتداد مستمر إلى T.

وإذا كان X انكماشاً لـ T فإنه يوجد امتداد مستمر لـ T لكل دالة مستمرة على X.

(انظر تيتز ـ مبرهنة الامتداد لتيتز).

ويقال ان X **إنكماش مطلق** إذا تحقق ما يلي: لكل فضاء طبولوجي معتدل T تكون أية مجموعة مغلقة جزئية y في T انكماشاً لـ y إذا كانت T متماثلة (باستمرار) مع X.

ويكون أي قرص إنكماشاً مطلقاً. أما الدائرة فليست إنكماشاً مطلقاً.

آني SIMULTANEOUS

● **متباينات آنية:**

متباينتان أو أكثر تفرض بصورة آنية شروطاً على المتغيرات الداخلة فيها، وقد يكون لهذه المتباينات حلولٌ مشتركة أو لا يكون. فمثلاً حل المتباينات الآنية:

$$x^2 + y^2 < 1$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

هو جميع النقاط في المستوى الاحداثي الواقعة في الربع الأول داخل دائرة الوحدة.

● **معادلات آنية:**

معادلتان أو أكثر تفرض بصورة آنية شروطاً على المتغيرات الداخلة فيها وقد يكون لهذه المعادلات حلولٌ مشتركة أو لا يكون. فمثلاً الحل $(x,y) = (-1,2)$ يحقق المعادلتين $x + y = 1$, $x + 4y = 7$ وهو نقطة تقاطع المستقيمين اللذين يمثلان الرسمين البيانيين للمعادلتين.

● **معادلات آنية خطية:**

هي معادلات آنية من الدرجة الأولى في كل المتغيرات الداخلة فيها.
انظر اتساق ـ اتساق المعادلات الخطية.

VIBRATION اهتزاز

حركة دورية، أو دورية تقريباً. مرادفها: تذبذب.

أوريسون (بول صامويلوفيتش)

URYSOHN, PAUL SAMUILOVICH (1898-1924)

رياضي روسي اختص بالتحليل والطوبولوجيا.

● تمهيدية أوريسون:

إذا كانت B,A مجموعتين مغلقتين ومنفصلتين في فضاء طوبولوجي معتدل T، فإنه توجد دالة حقيقية f معرفة ومستمرة على T بحيث أن $0 \leqslant f(p) \leqslant 1$ لجميع قيم p، وأن $f(p) = 0$ لجميع قيم p في A و $f(p) = 1$ لجميع قيم p في B.

انظر مقاسي ــ فضاء مقاسي.

MEDIAN أوسط

● أوسط (إحصاء):

إذا كانت $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية وكانت $X_{(1)} < X_{(2)} \ldots < X_{(n)}$ الإحصاءات المرتبة للعينة فإن أوسط العينة M يساوي:

$M = X_{(\frac{n+1}{2})}$ لأجل n عدد فردي.

و $M = [X_{(\frac{n}{2})} + X_{(\frac{n+2}{2})}]/2$ لأجل n عدد زوجي.

أما إذا كان X متغيراً عشوائياً بدالة توزيع تراكمي $F_x(x)$ فإن أوسط التوزيع أو أوسط المجتمع هو القيمة m التي تحقق:

$$P(X<m) \leqslant 1/2,\ P(X \leqslant m) = F_x(m) \geqslant 1/2$$

وإذا كان التوزيع مستمراً فإن أوسط التوزيع هو القيمة m التي تحقق $F_x(m) = \frac{1}{2}$.

• **أوسط شبه المنحرف:**

المستقيم الواصل بين منتصفي الضلعين غير المتوازيين في شبه المنحرف.

• **أوسط المثلث:**

المستقيم الواصل بين أحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابل. وتتقاطع أوساط المثلث في نقطة واحدة تسمى **نقطة أوسطية أو مركزا متوسطا** للمثلث. وتبعد هذه النقطة عن رأس المثلث بقدر يبلغ ثلثي المسافة على امتداد الأوسط المار بذلك الرأس.

اوكتيليون — OCTILLION

هو العدد 10^{27} في فرنسا وأميركا. بينما هو العدد 10^{48} في انجلترا.

أوّل — TOTITIVE

أوّل العدد الصحيح الموجب n هو عدد صحيح موجب m بحيث $m \leq n$ وبحيث يكون m أولياً بالنسبة لـ n (أي أن العامل المشترك الوحيد بينهما هو 1).

مثال: إن كلاً من الأعداد 8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1، هو أول للعدد 9.

أولي — PRIME

هو عدد صحيح p مختلف عن ±1 والصفر ولا يقبل القسمة على أي عدد صحيح باستثناء ±1 و±p. ويوجد عدد لا منته من الأعداد الأولية. وحتى الآن لا يوجد أي قانون أو صيغة لاستخراج الأعداد الأولية. والأعداد التالية أعداد أولية: $\pm2,\pm3,\pm5,\pm7,\pm11,\pm13,\pm17,\pm23,\ldots$

وبصورة عامة فإن **الأولي** يعرف بأنه أي عنصر في مجال كامل لا يساوي الواحد ولا يمكن كتابته كحاصل ضرب عنصرين مختلفين عن الواحد.

انظر رئيسي ــ والمبرهنة الرئيسية للحساب؛ وانظر غولدباخ ــ مخمنة غولدباخ.

● **الاتجاه الأولي:**

هو خط ابتدائي موجه، أي خط ثابت على أساسه تعرف الاتجاهات (أو الزوايا). وفي العادة يكون هذا الخط هو الاتجاه الموجب لمحور x أو المحور القطبي.

● **العامل الأولي:**

هو كمية أولية (عدد أو كثير حدود) تقسم (بدون باقٍ) كمية معطاة. فمثلاً الأعداد 5،3،2 هي عوامل أولية للعدد 30. وكذلك فإن الكميات x و $(x + 1)$ و $(x - 1)$ هي عوامل أولية لكثير الحدود $x^5 - 2x^3 + x$.

● **مبرهنة العدد الأولي:**

لتكن $\pi(n)$ عدد الأعداد الأولية الموجبة التي هي أقل أو تساوي n. فإن $\pi(n)$ تكون مقاربة للكمية $\frac{n}{\log_e n}$ أي أن

$$\lim_{n\to\infty} [\pi(n) - \frac{n}{\log_e n}] = 1$$

ولقد خمن غاوس هذه المبرهنة سنة 1792 وبرهنها بعد ذلك سنة 1896 بشكل مستقل كل من هادامارد وبوسي.

وأول برهان لهذه المبرهنة بدون استخدام حساب التكامل أعطي بواسطة سيلبرغ سنة ١٩٤٨ وأردوس سنة 1949.

● **كثير الحدود الأولي:**

هو كثير حدود ليس له عوامل إلا نفسه والثوابت. فكثيرًا الحدود $x - 1$ و $x^2 + x + 1$ أوليان. ويسمى كثير الحدود الأولي **بكثير حدود غير قابل للاختزال.**

انظر **غير قابل للاختزال ــ** كثير حدود غير قابل للاختزال.

الأولي كرمز (/): هو الرمز «/» يوضع في اليمين الأعلى من الحرف. ولهذا الرمز عدة استخدامات ومعانٍ نوردها فيما يلي:

(1) يستخدم (/) ليرمز للمشتق الأول للدالة مثل y' و $f'(x)$. كما أن

y'' و $f''(x)$ تدل على المشتق الثاني للدوال y و f(x). وبصورة عامة فإن $f^{[n]}(x), y^{[n]}$ تدل على المشتق n للدوال y و f(x).

(2) ويستخدم « ′ » أحياناً على الحروف للرمز للثوابت. فمثلاً: x' يدل على قيمة معينة للمتغير x و (x', y') يدل على نقطة معينة احداثياتها x' و y' في النقطة المتغيرة (x,y).

(3) تستخدم أيضاً للدلالة على متغيرات مختلفة لها نفس الحروف مثل: $x, x', x'', \ldots$

(4) تستخدم أيضاً لترمز للقدم والبوصة. فمثلاً ″2′,3 تقرأ «قدمان وثلاث بوصات».

(5) يستخدم الرمز «/» كذلك للرمز عن الدقائق والثواني في القياسات الدائرية للزوايا مثل: $3^{\circ}\ 10'\ 30''$ والتي تقرأ 3 درجات و 10 دقائق و 30 ثانية.

- **أولي نسبياً:**

نقول إن العددين الصحيحين m و n عددان أوليان نسبياً إذا لم يوجد بينهما عامل مشترك بخلاف 1 و 1−. كما نقول إن كثيري حدود أوليان نسبياً إذا لم يوجد أي عامل مشترك باستثناء الثوابت.

- **التوائم الأولية:**

هي أزواج من الأعداد الأولية يكون الفرق بينها مساوياً 2، مثل (3,5) و (5,7) و (17,19) و . . . وغير معروف حتى الآن إن كان يوجد عدد لا منته من التوائم الأولية.

PRIMARY أولي

- **كمية أولية لا متناهية في الصغر (في الكبر):**

انظر معياري ــ كمية معيارية متناهية في الصغر (الكبر).

CYCLOTOMIC — أولي العدد

● كثير حدود أولي العدد:

هو كثير حدود من الشكل

$$x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \ldots + x + 1$$

حيث إن n عدد أولي. ونشير إلى أن كثير الحدود الأولي العدد يكون لا مختزلاً (في حقل الأعداد الحقيقية).

OHM, GEORG SIMON (1787-1854) — اوم (جورج سيمون)

هو عالم ألماني في الفيزياء.

● أوم:

هو وحدة مقاومة في علم الكهرباء ويساوي المقاومة التي يتعرض لها تيار كهربائي يمر عبر عمود من الزئبق كتلته 14.4521 غرام وطوله 106.300 سم، وله مقطع ثابت في درجة حرارة تساوي الصفر.

● قانون أوم:

تتناسب شدة التيار مع القوة المحركة الكهربائية مقسومة على المقاومة.

EULER, LEONHARD (1707-1783) — اويلر، ليونارد

رياضي سويسري موهوب يعد أغزر الرياضيين إنتاجاً عبر التاريخ.

● تحويل أويلر لمتسلسلة:

هو تحويل للمتسلسلات المتذبذبة يزيد معدل تقارب المتسلسلات المتقاربة وفي بعض الأحيان يعرّف مجاميع لمتسلسلات متباعدة. لنأخذ المتسلسلة

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \ldots$$

فإن تحويل أويلر يأخذ هذه المتسلسلة إلى

$$\frac{a_0}{2} + \frac{a_0 - a_1}{2^2} + \frac{a_0 - 2a_1 + a_2}{2^3} + \ldots = \Sigma \frac{\Delta^n a_0}{2^n}$$

حيث أن $\triangle^n a_0$ هو الفرق من المرتبة n للمتتالية $a_0, a_1, a_2, \ldots$ أي أن

$$\triangle^n a_0 = a_0 - \binom{n}{1}a_1 + \binom{n}{2}a_2 - \ldots + (-1)^n a_n$$

مثلاً: لو أخذنا المتسلسلة

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \ldots$$

فإن هذا التحويل يأخذها إلى

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.2^2} + \frac{1}{3.2^3} + \ldots$$

أما المتسلسلة

$$1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$$

فتتحول إلى

$$\tfrac{1}{2} + 0 + 0 + 0 + \ldots$$

- **ثابت أويلر (أو ثابت ماشيروني):**

وهذا الثابت هو

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \log n\right) = 0.5772157\ldots$$

ومن غير المعروف حتى الآن فيما إذا كان هذا الثابت عدداً أصمّاً.

- **دالة أويلر لعدد صحيح:**

إذا أخذنا عدداً صحيحاً n فإن هذه الدالة ϕ تعطي $\phi(n)$ وهو عدد الأعداد الصحيحة التي لا تزيد على n وتكون أولية نسبياً معه. إذا كان $n = a^p \phi^q c^r \ldots$ حيث إن $a,b,c,\ldots$ أعداد أولية مختلفة فإن $\phi(n)$ تكون

$$\phi(n) = n\left(1 - \frac{1}{a}\right)\left(1 - \frac{1}{b}\right)\left(1 - \frac{1}{c}\right)\ldots$$

ومن المعروف أن

$$\phi(1) = 1, \phi(2) = 1, \phi(3) = 2, \phi(4) = 2 \quad .$$

أما $\phi(12)$ فهو

$$\phi(12) = 12\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 4$$

كما تسمى هذه الدالة بدالة الأول وبالمؤشر.

● زوايا أويلر:

هي الزوايا الثلاث التي نختارها لتثبيت اتجاهات مجموعة محاور احداثيات قائمة في الفضاء بالاستناد إلى مجموعة قديمة. هذه الزوايا هي:

(1) الزاوية بين محوري Z القديم والجديد.

(2) الزاوية بين محور x الجديد وتقاطع مستويـي xy الجديد والقديم.

(3) الزاوية بين هذا التقاطع ومحور x القديم.

يسمى هذا التقاطع **بالخط العقدي** للتحويل.

كما يمكن تعريف زوايا أويلر بطرق أخرى، ومن أكثر هذه الطرق شيوعاً أن نأخذ الزاوية بين محوري z القديم والجديد والزاوية بين محور y القديم والناظم على مستوى محوري z القديم والجديد. والزاوية بين هذا الناظم ومحور y الجديد.

● صيغة أويلر:

هي الصيغة: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$، ويمكن اعتبارها تعريف e^{ix} إذا كان x عدداً حقيقياً. إذا عرفنا e^z على أنها

$$e^z = \sum_{0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$$

حيث إن z عدد عقدي، فإننا نستطيع إثبات صيغة أويلر باستعمال متسلسلة ماك لورين للدالتين $\cos x, \sin x$ من الحالات الخاصة المهمة عندما يكون $x = \pi, x = 2\pi$ حيث نحصل على

$$e^{\pi i} = -1 , e^{2\pi i} = 1$$

● صيغة مجموع أويلر ـ ماك لورين:

هي صيغة لتقريب تكامل محدد $\int_a^b f(x)\, dx$ حيث إن للدالة f مشتقات مستمرة من كل المرتبات حتى أعلى مرتبة مستعملة لكل نقاط [a,b]، كما أن $b.a = m$ عدد صحيح. وهذه الصيغة هي:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \tfrac{1}{2}[f(a) + f(b)] + \sum_{r=1}^{m} f(a + r)$$

$$- \sum_{r=1}^{n-1} \frac{Br}{(2r)!} [f^{[2r-1]}(b) - f^{[2r-1]}(a)$$

$$- f^{[2n]}(\theta m) \frac{m\,Bn}{(2n)!}$$

حيث θ هو أي عدد في الفترة المغلقة $[0,1]$ و B_n عدد برنولي.

انظر برنولي (جيمس) ــ أعداد برنولي (1).

• **مبرهنة أويلر على الدوال المتجانسة:**

إذا كانت f دالة متجانسة درجتها n في المتغيرات $x_1,x_2,\ldots,x_n$ فإنه يكون

$$nf = x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \ldots + x_n \frac{\partial f}{\partial x_n}$$

مثلاً: إذا كانت $f(x,y,z) = x^2 + xy + z^2$

فإننا نحصل على $2(x^2 + xy + z^2) = x(2x + y) + y(x) + z(2z)$

• **مبرهنة أويلر على كثيرات الوجوه:**

إذا كان لدينا أي كثير وجوه بسيط فإن $V - E + F = 2$ حيث V عدد الرؤوس، E عدد الحروف و F عدد الوجوه.

انظر مميز أويلر.

• **معادلة أويلر:**

(1) هي معادلة تفاضلية عادية من النمط:

$$a_0x^n \frac{d^ny}{dx^n} + a_1x^{n-1} \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}x \frac{dy}{dx} + a_ny = f(x)$$

حيث $a_0,\ldots,a_n$ ثوابت. لقد درس أويلر هذه المعادلات حوالي عام 1740 لكن الحل العام كان معروفاً لجون برنولي منذ عام 1700.

(2) (في حسبان التغيرات) معادلة أويلر هي المعادلة التفاضلية:

$$\frac{\partial f(x,y,y')}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f(x,y,y')}{\partial y'}\right) = 0$$

حيث $y' = \frac{dy}{dx}$، وهذه المعادلة هي الشرط اللازم للمتغير y حتى يُصْغِر التكامل $\int_a^b f(x,y,y').dx$

وبشكل عام فإن المعادلة

$$\frac{\partial f}{\partial y} + \sum_{r=1}^{n} (-1)^r \frac{d^r}{dx^r}\left\{\frac{\partial f}{\partial y^{(r)}}\right\} = 0$$

حيث $y^{(r)} = d^r y\ dx^r$ هي الشرط اللازم للمتغير y حتى يصغر التكامل

$$\int_a^b f(x,y,y',\ldots,y^{(n)})dx$$

أما معادلة أويلر للتكامل الثنائي $\iint_s f(x,y,z,z_x,z_y)dx\ dy$

فهي:

$$\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial z_x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial z_y}\right) = 0$$

حيث $z_x = \frac{\partial z(x,y)}{\partial x}, \ z_y = \frac{\partial z(x,y)}{\partial y}$

وتسمى هذه المعادلة أيضاً بمعادلة أويلر ــ لاغرانج.

انظر حسبان ــ حسبات التغيرات.

● **معادلة أويلر (هندسة تفاضلية):**

عندما تكون خطوط التقوس لسطح s وسيطية، تكون معادلة التقوس الناظمي $\frac{1}{R}$ باتجاه معين وعند نقطة معطاة كما يلي:

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2\theta}{\rho_1} + \frac{\sin^2\theta}{\rho_2}$$

حيث إن θ هي الزاوية بين الاتجاهين اللذين يقبلان $\frac{1}{\rho_2}$, $\frac{1}{\rho_1}$ كتقوسهما الناظمي. المعادلة أعلاه تسمى معادلة أويلر.

انظر تقوس ــ تقوس ناظمي لسطح؛ تقوس ــ تقوسات رئيسية لسطح عند نقطة.

● مميز أويلر لسطح:

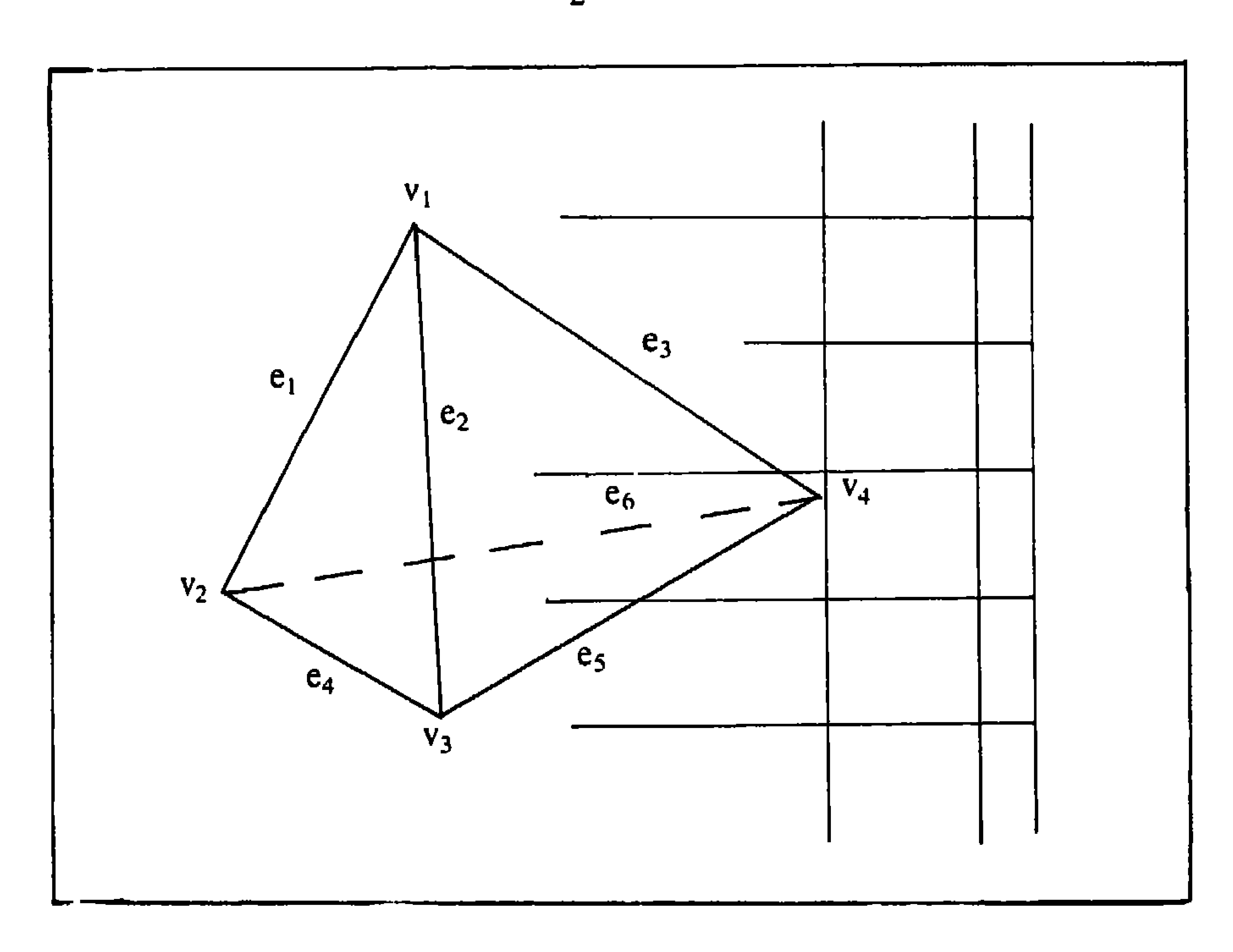
لنأخذ سطحاً ونقسمه إلى وجوه بواسطة رؤوس وحروف نأخذها عليه بحيث يكون كل وجه مكافىء طوبولوجيا لمضلع مستو. إذا كان v عدد الرؤوس و f عدد الوجـوه و e عدد الحروف فإن مميز أويلر للسطح يكون العدد:

$$X = v - e + f$$

والجدير بالذكر أن مميز أويلر سواء للمنحنى أو السطح لا يعتمد على طريقة التقسيم التي نتبعها. إذا كان لدينا سطح s فإن مميز أويلر لهذا السطح يساوي 2 إذا وفقط إذا كان s مكافئاً طوبولوجيا للكرة.

ونستطيع حساب ذلك لأن الكرة مكافئة طوبولوجي للهرم الـرباعي الوجوه. وبما أن لهذا الهرم 4 رؤوس و 6 حروف فإن مميز أويلر يساوي

$$\begin{aligned} X &= v - e + f \\ &= 4 - 6 + 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$



مميز أويلر للسطح يساوي 1 إذا وفقط إذا كان هذا السطح مكافئاً طوبولوجيا للمستوي الإسقاطي أو للقرص (الدائرة وداخلها). ويكون مميز أويلر للسطح 0 إذا وفقط إذا كان هذا السطح مكافئاً طوبولوجياً للأسطوانة، أو لشريط موبيوس أو قنينة كلاين.

انظر جنس ــ جنس سطح، **سطح**.

● **مميز أويلر لمعقد مبسطي K:**

هو العدد $x = \sum_{r=0}^{n} (-1)^r s(r)$

حيث s(r) هو عدد المبسطات K ذات البعدية r. أما n فهو بعدية k. كما أن مميز أويلر يساوي: $x = \sum_{r=0}^{n} (-1)^r B^r{}_m$

حيث أن $B^r{}_m$ هو عدد بتي ذو البعدية r مقياس m (m عدد أولي). كما أنه يساوي: $x = \sum_{0}^{n} (-1)^r B^r$

حيث B^r هو عدد بتي ذو البعدية n. يسمي البعض مميز أويلر بمميز «أويلر ــ بوانكاريه».

● **مميز أويلر لمنحنى:**

لنأخذ منحنى ونقسمه إلى قطع عن طريق نقاط نضعها عليه (تسمى رؤوساً) بحيث تكون كل قطعة مع نقطتي منتهاها مكافئة طوبولوجياً لقطعة مستقيمة مغلقة (أي يمكن تشويهها بشكل مستمر إلى فترة مغلقة). مميز أويلر للمنحنى يكون الفرق بين عدد الرؤوس وعدد القطع.

● **ميزان أويلر للرواسب:**

انظر راسب.

إيراتوستينس (من الاسكندرية) ERATOSTHENES (276-194)

هو فلكي ورياضي وجغرافي وفيلسوف يوناني.

● غربال إيراتوستينس:

هي طريقة تحديد كل الأعداد الأولية التي تكون أصغر من أو تساوي عدداً معيناً N. وتنص الطريقةعلى كتابة كل الأعداد من 2 إلى N ثم حذف جميع مضاعفات العدد 2 أكبر من 2. وبعد ذلك نحذف جميع مضاعفات العدد 3 والتي هي أكبر من 3. وبعد 3 نجد أن العدد 4 محذوف ولذا فإننا نأخذ العدد التالي وهو 5 ونحذف مضاعفاته التي هي أكبر منه ونستمر في هذه العملية حتى نصل إلى العدد $\sqrt{N}$. وفي هذه الحالة يتبقى فقط الأعداد الأولية في قائمتنا.

إيزنستين (فرديناند غوتهولد ماكس)

EISENSTEN, FERDINAND GOTTHOLD MAX (1823-1852)

هو رياضي ألماني عمل في حقلي الجبر والتحليل وفي نظرية الأعداد.

● اختبار اللا اختزالية لايزنستين:

لنفرض أن f هي كثيرة الحدود:

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_o$$

التي معاملاتها $a_i, i = 0, 1, 2, \ldots, n$ أعداد صحيحة. إذا كان هناك عدد أوليP يقسم كلاً من المعاملات $a_o, a_1, \ldots, a_{n-1}$ ولكنه لا يقسم a_n وكان p^2 لا يقسم a_o فإن f تكون غير قابلة للاختزال في حقل الأعداد الصماء.

أيسر LEFT

● محايد أيسر: انظر عنصر محايد أيسر.

● معاكس أيسر: انظر معاكس ــ معاكس عنصر.

● **منحنى يساري:**

إذا كان الفتل لمنحنى موجه C في نقطة منه P موجباً، وكانت النقطة المتغيرة P المتحركة بالاتجاه الموجب على C والمارة من النقطة P تعبر المستوى الملاصق في P من الوجه الموجب إلى الوجه السالب قلنا بأن المنحنى يساري.

انظر **قانوني**.

● **نظام احداثي يساري:**

انظر احداثيات ــ نظام احداثي يساري؛ وانظر **زاوية ثلاثية**.

ايسر — SINISTRORSUM (Latin) or SINISTRORSE

انظر يساري.

إيلينبرغ (صموئيل) — EILENBERG, SAMUEL (1913)

هو رياضي أميركي بولوني المولد، اشتغل في الطوبولوجيا والجبر وبخاصة نظرية الزمر. ولقد أسس مع الرياضي ماكلين **نظرية الطوائف**.

اينشتين

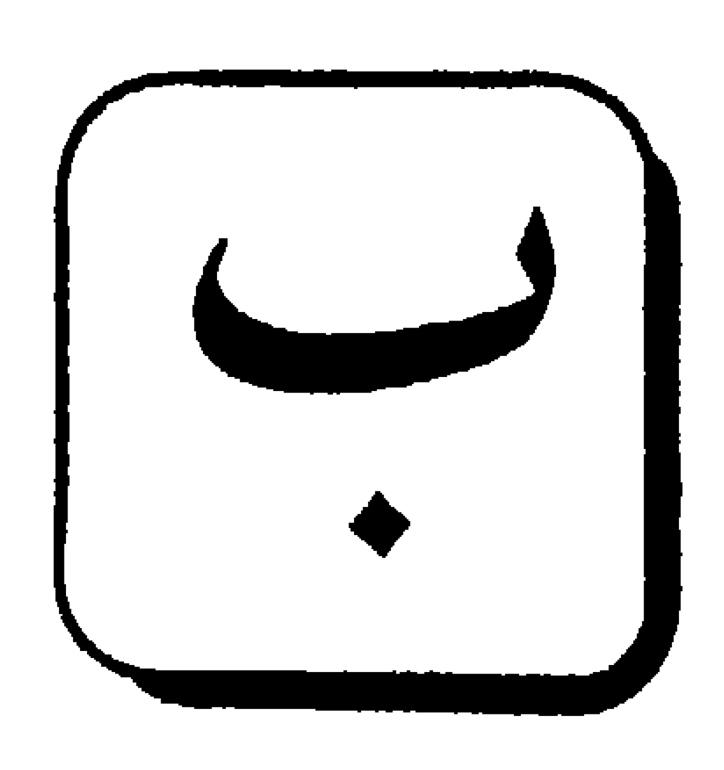
● **منطوي اينشتين:**

هو منطو ريماني (M,g) ويوجد تمدد ثابت λ بحيث $S = \lambda g$ حيث S هو موتر ريتشي.

انظر ريتشي ــ موتر ريتشي.

اينشتين (البرت) — EINSTEIN, ALBERT (1879-1955)

هو عالم ألماني عظيم في الفيزياء النظرية. أسس النظرية الخاصة والعامة للنسبية، مما أدى إلى ازدياد اهتمام الرياضيين في الهندسة الريمانية وتحليل الموترات.



باتفاق — **CONCORDANTLY**

● **موجهة باتفاق:**

انظر منطو، مبسط.

بابوس (من الاسكندرية) — **PAPPUS OF ALEXANDRIA**

هو عالم يوناني قديم.

● **مبرهنة بابوس:**

(1) إن مساحة سطح دوراني ناتج من تدوير منحن مستو حول مستقيم واقع في مستويه وغير قاطع له، يساوي جداء طول المنحنى المولد بمحيط الدائرة التي يرسمها المركز المتوسط للمنحنى الأصلي.

(2) إن حجم المجسم الدوراني الناتج من تدوير مجموعة مستوية حول مستقيم واقع في مستويها وغير قاطع لها يساوي مساحةالمساحة المولدة مضروباً بمحيط الدائرة التي يرسمها المركز المتوسط للمجموعة الأصلية.

بار سيفال دي شين (مارك انطوان) — **PARSEVAL DES CHENES, ANTOINE (1755-1836)**

هو عالم رياضي فرنسي أجبر على مغادرة فرنسا عندما كتب شعراً ينتقد فيه حكومة نابليون بونابرت.

● مبرهنة بارسيفال:

إذا كان $A(f, k) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx \, dx$

و $B(f,k) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx \, dx$

من أجل $\kappa = 0, 1, 2, \ldots$ عندئذٍ فإن:

$$\int_0^{2\pi} f(x) \; F(x) \; dx = \pi[\tfrac{1}{2}A(f,0)\,A(F,0) + \sum_{n=1}^{\infty} A(f,n)\,A(F,n) + B(f,n)\;B(F,n)]$$

حيث $B(F,\kappa), A(F,\kappa)$ هي أعداد معرفة بصورة مشابهة لـ $B(f,\kappa)\;A(f,\kappa)$.

أما الشروط التي يجب أن تحققها F,f فهي أن يكون $\int_0^{2\pi} f(x)dx$ و $\int_0^{2\pi} |f(x)|dx$ موجودين وكذلك بالنسبة للدالة F.

وتتحقق المبرهنة إذا كان F,f قابلين للقياس حسب ليبيغ على الفترة $[0,2\pi]$.

وتأخذ هذه المبرهنة الشكل $<\vec{u}, \vec{v}> = \sum_{\kappa=1}^{\infty} <\vec{u}, \vec{x}_\kappa><\vec{v}, \vec{x}_\kappa>$

من أجل نظام معير متعامد تام من المتجهات $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots$ في فضاء متجهات عدد أبعاده ∞ عرفنا عليه جداء داخلياً $<\vec{x}, \vec{y}>$ كفضاء هيلبرت مثلاً.

وللحالة الخاصة التي يكون فيها $f = F$ أهمية خاصة. كما أن الشكل الآخر لمبرهنة بارسيفال يأخذ الصورة:

$$\|u\|^2 = <\vec{u}, \vec{u}> = \sum_{\kappa=1}^{\infty} |<\vec{u}, \vec{x}_\kappa>|^2$$

انظر بسل ـ متباينة بسل؛ وانظر متجه ـ فضاء متجهات.

بارز SALIENT

● الزاوية البارزة:

انظر زاوية منعكسة.

● نقطة بارزة على منحنٍ:

هي نقطة يلتقي وينتهي فيها فرعان للمنحنى بحيث يكون لكل فرع مماس مختلف، مثلاً: نقطة الأصل هي نقطة بارزة لكل من المنحنيين:

$$y = x/(1 + e^{1/x}), \quad y = |x|$$

بارلي (ريموند ادوارد الان كريستوفر)

PALEY, RAYMOND EDWARD ALAN CHRISTOPHER (1907-1933)

هو رياضي إنكليزي موهوب قتل بحادث انهيار ثلجي أثناء قيامه برياضة التزلج.

● مبرهنة بالي ـ فينر:

إذا كانت $\{x_i\}$ أساساً لفضاء بناخ X وكانت $\{y_i\}$ متتالية في X وكان يوجد عدد موجب 0<1 بحيث يكون:

$$\|\sum_{i=1}^{n} a_i(x_i - y_i)\| \leqslant \theta \|\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\|$$

من أجل جميع الأعداد $\{a_i\}$، عندئذٍ فإن $\{y_i\}$ هي أساس للفضاء X والعلاقة $y_i = T(x_i)$ تعرف تماثلاً T في X على X. وقد وضعت هذه المبرهنة في الأصل من أجل أساسات متعامدة تامة لفضاء هيلبرت.

ونشير إلى أنه يمكن حذف θ و $\{a_i\}$ من المبرهنة السابقة ويستبدل بالمتباينة الشرط:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \|x_i - y_i\| \, \|f_i\| < 1$$

حيث $\{f_i\}$ هي متتالية داليات (ج دالي) خطية مستمرة بحيث $f_i(x_i) = 1$ و $f_i(x_j) = 0$ عندما $i \neq j$.

انظر أساس، أنظر متعامد.

رياضي فرنسي عظيم اشتغل بالهندسة ونظرية التوافيق وأوجد نظرية الاحتمال بصورة مستقلة عن فيرما. وكان فيزياوياً وفيلسوفاً أيضاً. اخترع أول حاسبة في التاريخ.

- **صدفي الدائرة لباسكال:**

انظر صدفي الدائرة.

- **توزيع باسكال:**

نفس توزيع ثنائي الحد السالب.

انظر ثنائي الحد.

- **مبرهنة باسكال:**

إذا أحيط شكل سداسي بمقطع مخروطي فإن النقاط الثلاث لتقاطع الأزواج المتقابلة من الأضلاع تقع على خط مستقيم.

انظر بريانشون: مبرهنة بريانشون.

- **مثلث باسكال:**

صفيف من الأعداد الصحيحة الموجبة يظهر بشكل مثلث متساوي الساقين. وهذه الأعداد هي معاملات منشور ثنائي الحد $(a + b)^n$ من أجل $n = 0, 1, 2, \ldots$ وتقع معاملات منشور $(a + b)^n$ في الصف رقم $(n + 1)$ من هذا الصفيف. يحاط هذا الصفيف بساقي المثلث اللتين تتكونان من واحدات فقط. وكل عدد داخل المثلث هو حاصل جمع العددين الواقعين فوقه مباشرة. ويكون هذا الصفيف متناظراً حول المستقيم الشاقولي النازل من رأس المثلث.

مثلث باسكال

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

انظر ثنائي الحد – معاملات ثنائي الحد.

مبدأ باسكال:

ينتقل الضغط في السائل في كل الاتجاهات بدون أن ينقص مقداره.

REMAINDER **باق**

عند قسمة عدد صحيح m على عدد صحيح موجب n نحصل على خارج قسمة q وباقي قسمة r وتكتب $m = nq + r$ حيث $0 \leq r < n$. وعند قسمة كثير حدود f على كثير حدود g غير ثابت نحصل على خارج قسمة q(x) وباقي قسمة r(x) وتكتب $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$ حيث درجة r أقل من درجة g أو $r \equiv 0$.

انظر قسمة ـ خوارزمية القسمة؛ وانظر مبرهنة الباقي أدناه.

- **باقي متسلسلة لا نهائية بعد الحد n:**

(1) إذا كان S مجموع متسلسلة متقاربة و S_n مجموع n من حدودها الأولى فإن باقي هذه المتسلسلة هو $R_n = S - S_n$.

(2) الفرق بين مجموع n من الحدود الأولى للمتسلسلة والدالة المراد نشرها بواسطة المتسلسلة.

انظر تايلور وفورييه.

- **باقي مبرهنة تايلور:**

انظر تايلور.

- **مبرهنة الباقي:**

عند قسمة كثير حدود f(x) على (x − h) يكون باقي القسمة مساوياً إلى f(h)، وبصورة أدق:

$$f(x) = (x - h)\, q(x) + f(h)$$

حيث q(x) هو خارج القسمة. ويمكن التحقق من صحة هذه العلاقة بتعويض h بدل x. فمثلاً باقي قسمة $(x^2 + 2x + 3)$ على $(x + 1)$

هو $1^2 + 2(1) + 3 = 6$. إذا كان باقي القسمة $f(h) = 0$ فينتج من مبرهنة الباقي أن $f(x) = (x - h)q(x)$ وهذا برهان لمبرهنة العامل.

انظر عامل.

بالتبادل **MUTUALLY**

- **أحداث (ج حدث) متنافية بالتبادل:**

انظر حدث.

- **مضلعات متساوية الأضلاع بالتبادل:**

هي مضلعات تتساوى فيها أضلاع كل مضلع مع الأضلاع المقابلة لها في المضلعات الأخرى.

- **مضلعات متساوية الزوايا بالتبادل:**

هي مضلعات تتساوى فيها زوايا كل مضلع مع الزوايا المقابلة لها في المضلعات الأخرى.

بالوعة **SINK**

هي مصدر سالب.

انظر مصدر.

باوند **POUND**

هي وحدة وزن تساوي وزن باوند كتلي واحد.

باوندال **POUNDAL**

وحدة قوة.

انظر قوة.

هو حرف يوناني π أو Π ويرمز الحرف π إلى النسبة بين محيط الدائرة وقطرها وهو يساوي إذن + 3.14159 وهكذا التصق الحرف π بالقيمة العددية المبينة أعلاه وأصبحنا نكتب + 3.14159 = π.

وقد برهن العالم لامبرت عام 1770 أن العدد π هو عدد أصم . ثم برهن ليندمان عام 1882 أن π هو عدد متسام. ويعطي العدد π بدقة كبيرة في بعض الجداول تصل إلى ألف رقم بعد الفاصلة.

انظر بوفون، لامنته، واليس.

ونورد فيما يلي بعض الصيغ العامة التي تعطي قيمة π:

$$\frac{\pi}{4} = \text{arctg } 1 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \pi \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, = 2i\text{Log} \frac{1-i}{1+i}$$

$$\frac{\pi}{2} = \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right)\left(\frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7}\right)_m \left(\frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9}\right) \ldots$$

$$\frac{\pi}{4} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{2 + \ldots}}}}}$$

$$\pi = 2. \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$$

عالم تحليل فرنسي.

● **مبرهنة طائفة باير:**

انظر طائفة.

● **دالة باير:**

هي دالة f حقيقية القيم وخاصتها أنه لكل عدد حقيقي a تكون المجموعة $A = \{x|f(x)>a\}$ مجموعة بوريل. كما نحصل على تعاريف مكافئة إذا كانت كل من المجموعتين $C = \{x|f(x)\geqslant a\}$، $D = \{x|a\leqslant f(x)\leqslant b\}$ مجموعة بوريل وذلك لأي عددين حقيقيين a, b. (ونستطيع استبدال الإشارة ≥ بالإشارة >). ونشير إلى أن: دوال باير قابلة للقياس، ويمكن تصنيفها كما يلي: مجموعة الدوال المستمرة تسمى: **صنف باير الأول**: بشكل عام، نقول أن الدالة f هي من صنف باير α إذا لم تكن من صنف باير β وذلك لأي $\beta<\alpha$ وتكون النهاية ــ نقطياً ــ للدوال الموجودة في أصناف باير المقابلة للأعداد التي تسبق α. وباستعمال الاستقراء الموغل نستطيع تعريف هذه الأصناف وذلك لكل الأعداد الترتيبية المقابلة للمجموعات الحسنة الترتيب والقابلة للعد. أما إذا أردنا التعميم أكثر فلا نحصل على دوال جديدة. يقال لدوال باير أحياناً دوال بوريل القابلة للقياس. لكل دالة قابلة للقياس يوجد دالة بوريل قابلة للقياس ولا تختلف الدالتان إلا على مجموعة قياسها صفر.

● **خاصة باير:**

لتكن T مجموعة و S مجموعة جزئية في T نقول إن S لها خاصة باير إذا كانت كل مجموعة مفتوحة U $(U \neq \phi)$ تحتوي على نقطة تكون عندها S أو متممة S من الطائفة الأولى. إذا كان لدينا مجموعة ما، فإن لهذه المجموعة خاصة باير إذا وفقط إذا كان يمكن جعلها مفتوحة (أو مغلقة) بواسطة إضافة وأخذ مجموعات من الطائفة الأولى. أو، إذا وفقط إذا كان يمكن تمثيلها كمجموعة G_δ مضافاً إليها مجموعة من الطائفة الأولى. أو، إذا وفقط إذا كان يمكن تمثيلها كمجموعة F_σ مطروحاً منها مجموعة من الطائفة الأولى. لو أخذنا

عائلة المجموعات التي لها خاصة باير لحصلنا على جبرية من σ مولدة بواسطة المجموعات المفتوحة بالإضافة إلى المجموعات من الطائفة الأولى.

انظر **بوريل ــ مجموعة بوريل، قابل للقياس ــ مجموعة قابلة للقياس.**

بايز، توماس — BAYES, THOMAS (1702-1761)

عالم إنكليزي اشتغل باللاهوت والاحتمال.

● **مبرهنة بايز:**

لنفترض أن $A, B_1, ..., B_n$ هي إحداث بحيث يكون احتمال A (ونكتبه (P(A)) لا يساوي صفراً ويكون $\sum_{i=1}^{n} P(B_i) = 1$ ، $P(B_i \cap B_j) = 0$ إذا كان $i \neq j$ فيكون الاحتمال الشرطي $P(B_j|A)$ للحدث B_j إذا حصلت A مساوياً

$$P(B_j|A) = \frac{P(B_j)\, P(A|B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)\, P(A|B_i)}$$

ويسمى $P(B_j|A)$ أحياناً بالاحتمال المعاكس للحدث B_j.

مثلاً: ليكن لدينا أربع جرار B_1, B_2, B_3, B_4 متشابهة لنختار منها. وليكن في الجرة الأولى كرة بيضاء وكرتين حمراوين. وفي الثانية واحدة بيضاء وثلاث حمراوات وفي الثالثة واحدة بيضاء وأربع حمراوات، وفي الرابعة واحدة بيضاء وخمس حمراوات، واحتمال اختيار واحدة من الجرار هو $P(B_i) = 1/4$ كما أن

$P(A|B_4) = 1/6$ $\quad$ $P(A|B_3) = 1/5$ $\quad$ $P(A|B_2) = 1/4$ $\quad$ $P(A|B_1) = 1/3$

حيث ان A هو احتمال سحب كرة بيضاء، باستعمال صيغة بايز نحسب مثلاً:

$$P(B_2|A) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}} = \frac{15}{57}$$

انظر **احتمال ــ احتمال شرطي.**

ببيج، تشارلز BABBAGE, CHARLES (1792-1871)

عالم ومخترع إنجليزي اشتغل بالتحليل والإحصاء. وقد تنبأ باختراع الآلات الحاسبة الحديثة بأن تصور آلات ميكانيكية تستخدم المبادىء الأساسية للعمليات الحسابية ولها ذاكرة تخزن فيها المعلومات ويتم استدعاؤها عند الحاجة، وكان يظن أن هذه الآلات ستستخدم في حسابات الفلك والملاحة. وقد تحقق ذلك فيما بعد.

البتّاني، أبو عبد الله (858-929م):

من مشاهير الفلكيين والرياضيين العرب. ولد في بتّان من نواحي حران وصرف معظم حياته في الرقّة على الفرات، وعرف لدى الأوروبيين باسم البتانيوس. أعد جداول المثلثات في ظلال تمام الزوايا لكل درجة مئوية. وهو الذي أدخل استعمال جيب الزاوية بدلاً من الأوتار التي استعملها بطليموس في حساباته الفلكية فكان بذلك مبدع علم النسب المثلثية، وحسب مقدار طول السنة الشمسية توصل إلى مقدار مضبوط لا يقل عن المقدار الحقيقي سوى دقيقتين و22 ثانية، ويعزى إلى البتّاني اكتشاف السّمت والنظير في السماء. وأسهم في علم المثلثات بإيجاده معادلة مهمة في المثلثات الكروية هي: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$

حيث a و b و c هي الأضلاع المقابلة للزوايا α و β و α في المثلث الكروي على التوالي.

ومن كتبه «الزيج الصابئي» الذي طبع في روما عام 1899 وفي ميلانو عام 1910، وكتاب «معرفة طالع البروج ما بين ارتفاع الفلك».

بتساوق COHERENTLY

- موجّه بتساوق:

انظر منطوٍ ــ مبسط.

BETTI, ENRICO (1823-1892) — بتّي، إنريكو

عالم ايطالي اشتغل بالجبر والتحليل والطوبولوجيا والسياسة.

انظر شباه ـ زمرة الشباه.

● **عدد بتي:**

لتكن H_r زمرة شباه (المعقّد مبسطي K) ثم تشكيلها باستخدام الزمرة G. إذا كانت G زمرة الأعداد الصحيحة مقياس π، حيث π عدد أولي، فإن G تكون حقلاً أيضاً وتكون الزمرة H_r فضاء خطياً بعديته r هي عدد بتي ذو البعدية r (مقياس π) للمعقد K. أما إذا كانت G زمرة الأعداد الصحيحة فتكون H_r زمرة تبديلية ذات عدد منته من المولدات وتكون أيضاً الجداء الديكارتي لعدد $E_1, E_2, \ldots, E_n$ من الزمر الدوروية اللامنتهية وعدد $F_1, \ldots, F_n$ من الزمر الدوروية ذات المراتب المنتهية $r_n, \ldots, r_n$. أنظر فتل ـ معاملات الفتل لزمرة. العدد m هو عدد بتي ذو البعدية r و $r_1, \ldots, r_n$ هي معاملات الفتل للمعقد K. وتسمى أعداد بتي أحياناً **أعداد الاتصالية**، انظر **اتصالية**. إذا كان لدينا سطح عادي مغلق وكان x مميز أويلر و $B\frac{1}{2}$ عدد بتي ذا البعدية 1 مقياس 2 فإننا نحصل على العلاقة التالية $x = 2 - B\frac{1}{2}$. أما إذا لم يكن السطح مغلقاً (له منحنيات حدودية) فإن العلاقة تكون $x = 1 - B\frac{1}{2}$ إذا كان السطح قابلاً للتوجيه فإن جنس هذا السطح هو $\frac{1}{2}B\frac{1}{2}$.

PURE — بحت

● **هندسة بحتة:**

انظر تركيبي ـ هندسة تركيبية.

● **عدد تخيلي بحت:**

انظر عقدي ـ عدد عقدي.

● **رياضيات بحتة:**

انظر رياضيات.

● **هندسة إسقاطية بحتة:**

هي هندسة إسقاطية تستخدم الطرائق الهندسية فقط وتقدم خواصّ أخرى غير إسقاطية.

انظر **هندسة ــ هندسة تحليلية بحتة.**

● **أصم بحت:**

انظر **أصم.**

بدائي **PRIMITIVE**

هو الشكل الهندسي أو العبارة التحليلية التي يمكن أن نشتق منها شكلاً آخر أو عبارة أخرى.

مثال: الدالة f(x) تسمى بدائية حيث يمكن أن نحصل منها على دالة أخرى بالاشتقاق مثلاً.

● **بدائي معادلة تفاضلية:**

هو حل المعادلة التفاضلية.

انظر **تفاضل.**

● **منحنى بدائي:**

هو المنحنى الذي نشتق منه منحنياً آخر بصورة ما، كأن يكون المنحنى الآخر هو قطبي المنحنى الأول أو مقلوبه.

انظر **منحنيات تكاملية.**

● **عنصر بدائي لدالة تحليلية أحادية المولد:**

انظر **أحادي المولد.**

● **الجذر البدائي النوني للواحد:**

انظر **واحد.**

● **دور بدائي لدالة دورية في متغير عقدي:**

انظر **دوري.**

● كثير حدود بدائي:

هو كثير حدود معاملاته أعداد صحيحة يكون قاسمها المشترك الأعظم يساوي 1. إذا كان كثير الحدود البدائي p هو حاصل ضرب كثيري حدود s,r معاملاتها كسرية فإنه يوجد كثيرا حدود g,f وتختلف معاملاتها عن s,r بعوامل ثابتة وبحيث p = fg.

بــــدن:

بما أن تقاطع مجموعات أي عائلة من المجموعات المتوازنة يعطي مجموعة متوازنة، لذا إذا أخذنا B أي مجموعة جزئيـة في فضاء متجهـات حقيقي (أو عقدي) E فإننا نجد دائمًا مجموعة متوازنة أصغرية A تحتوي على B. من الواضح أن A هي تقاطع كل المجموعات المتوازنة التي تحتوي على B. تسمى المجموعة A بأنها **البدن المتوازن** للمجموعة B.

بديل **ALTERNATIVE**

● فرض بديل:

انظر فرض ـ اختبار الفرض.

برتراند، جوزيف لويس فرانسوا

BERTRAND, JOSEPH LOUIS FRANCOIS (1822-1903)

عالم فرنسي اشتغل بالتحليل والهندسة التفاضلية والاحتمال.

● منحنى برتراند:

هو منحنى تكون نواظمه الرئيسية نواظم رئيسية لمنحنى آخر. من مرادفاته منحنى مرافق.

● مصادرة برتراند:

يوجد دائمًا عدد أولي واحد على الأقل بين n و (2 − 2n) وذلك إذا كان n أكبر من ثلاث.

مثلاً: إذا كان $n = 4$ فإن $2n - 2 = 6$ والعدد الأولي 5 يقع بين 4 و 6.
هذا وقد أثبت تشيبشيف سنة 1852 أن مصادرة برتراند هي مبرهنة صحيحة.

برمجة PROGRAMMING

● **برمجة رياضية:**

النظرية والطرق الرياضية التي تتعلق بأصغار (أو إعظام) دالة معينة $f(x_1,x_2,...,x_n)$ تسمى **دالة الفرض** تحت قيود معينة على المتغيرات $X_1,X_2,...X_n$ وبصورة عامة نعرّف **مسألة البرمجة الرياضية** كالآتي:

أوجد قيم المتغيرات $X_1,X_2,...,X_n$ التي تصغّر (أو تعظّم) دالة الفرض $f(x_1,x_2,...,x_n)$ تحت القيود

$$g(x_1,x_2,...,x_n) \leq 0,\ j = 1,2,...,m$$

حيث $f(x_1,x_2,...,x_n)$, $g_j(x_1,...,x_n)$ دوال عامة في $X_1, X_2, ..., X_n$

● **برمجة تربيعية:**

حالة خاصة من مسألة البرمجة الرياضية تكون فيها دالة الفرض وجميع القيود تربيعية في المتغيرات $X,X,...,X_n$.

● **برمجة خطّية:**

حالة خاصة من مسألة البرمجة الرياضية تكون فيها دالة الفرض وجميع القيود خطّية في المتغيرات $X_1,X_2,...,X_n$ وبصورة عامة تعرّف مسألة البرمجة الخطية كالآتي:

أوجد قيم المتغيرات $X_1,X_2,...,X_n$ التي تصغر (أو تعظم) دالة الفرض $\sum_{i=1}^{n} C_iX_i$ تحت القيود

$$X_i \geq 0;\ i = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_iX_i = b_j;\ j = 1, 2, ..., m$$

وكمثال على ذلك أنظر نقل ــ مسألة النقل.

مجموعة القيم $X_1,X_2,\ldots,X_n$ التي تحقق القيود $X_i \geq 0$ و $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i = b_j$ لأجل $j = 1,2,\ldots,m$، تسمى حلاً معقولاً لمسألة البرمجة الخطية. والحل الأساسي هو أحد حلول جملة المعادلات

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i = b_j \quad j = 1,2,\ldots,m$$

الذي ينتج بعد جعل $(n - m)$ من المتغيرات أصفاراً وحل المعادلات لصالح المتغيرات المتبقية (عددها m) وتسمى **متغيرات أساسية**، وذلك بشرط كون معيِّن معاملات هذه المتغيرات المتبقية لا يساوي صفراً. **الحل الأساسي المعقول** هو حل أساسي تكون قيم المتغيرات غير سالبة. **الحل الأمثل** هو حل معقول يصغر دالة الفرض. أنظر **مبسط**.

- **برمجة ديناميكية:**

النظرية الرياضية المتعلقة بالعمليات ذات القرارات متعددة المراحل. استحدثت من قبل بيلمان (1950) وآخرين عام 1950 وأصبحت جزءاً مهمًا فمن البرمجة الرياضية.

- **برمجة للحاسب:**

عملية تخطيط الخطوات المنطقية لحل مسألة بواسطة الحاسب وهذا يسبق عملية التشفير والصياغة. أنظر **تشفير**، **مخطط**؛ وانظر **مسألة ــ صياغة المسألة**.

- **برمجة محدّبة:**

حالة خاصة من مسألة البرمجة الرياضية تكون فيها دالة الفرض والقيود دوال محدّبة (أو مقعرة) في المتغيرات $X_1, X_2, \ldots, X_n$

برميـــل:

ليكن E فضاء محدب محلياً. نقول أن المجموعة الجزئية A في E برميلاً إذا كانت **ماصة**، **متوازنة**، **محدبة** و**مغلقة**.

انظر **ماصة** و**متوازنة** و**محدبة** و**مغلقة**.

برنشتاين، سيرغي ناتانوفيتش
BERNSTEIN, SERGEI NATANOVICH (1880-1968)

عالم روسي اشتغل بالتحليل ونظرية التقريب.

● **كثيرات حدود برنشتاين:**

إذا كانت f دالة حقيقية القيم ومجالها الفترة المغلقة [0,1] فإن كثيرات الحدود

$$B_n(f) = \sum_{i=0}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad n = 1,2...$$

هي كثيرات حدود برنشتاين. إذا كانت f مستمرة فإن $B_n(f)$ تتقارب بانتظام إلى f على [0,1].

برنولي، جون
BERNOULLI, JOHN (or JEAN or JOHANN) (1667-1748)

هو الأخ الأصغر لجيمس برنولي وتلميذه الذي صار نداً له. أعطى زخماً كبيراً لحسبان التغيرات بطرحه لمسألته حول أصغري الزمن.

انظر أصغري الزمن، أويلر ــ معادلة أويلر.

برنولي، جيمس (أو جاك أو جاكوب)
BERNOULLI, JAMES (or JACQUES or JAKOB) (1654-1705)

عالم سويسري اشتغل بالفيزياء والتحليل والتوافقات والاحتمال والإحصاء. وهويعتبر الأول والأشهر بين جميع علماء عائلة برنولي.

انظر أصغري الزمن.

● **توزيع برنولي:**

نقول إن المتغير العشوائي X هو متغير برنولي أو أن له توزيع برنولي إذا كان هناك عدد p بحيث يكون X هو عدد النجاحات في اختبار برنولي واحد ويكون احتمال النجاح p. تكون المجموعة {0,1} هي مدى X ويكون احتمال عدد k من النجاحات $P(X = k) = p^k q^{1-k}$

إذا كان k صفرا أو واحدا، وكانت $q = 1 - p$ وتكون p هنا هي الوسط أما التباين فهو pq.

انظر ثنائي الحد ـ توزيع ثنائي الحد.

- **تجربة برنولي (في الإحصاء):**

هو اختبار تكون حصيلته أحد ناتجين اثنين فقط كأن نرمي مثلاً قطعة نقد معدنية فالناتج لا بد أن يكون طرة أنقشًا. مثال آخر: أن يكون عندنا مرشحان اثنان A,B لنختار واحدا منهما، والناتج في هذه الحالة إما A وإما B.

- **معادلة برنولي:**

هي معادلة تفاضلية من الشكل $\frac{dy}{dx} + y\, f(x) = y^n g(x)$.

- **متباينة برنولي:**

هي المتباينة $(1 + x)^n > 1 + nx$ إذا كان $x > -1, x \neq 0$ و n عددا صحيحا أكبر من واحد.

- **أعداد برنولي:**

(1) هي قيم معاملات $\frac{x^2}{2!}, \frac{x^4}{4!}, \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ في منشور $x/(1 - e^{-x})$ أو في منشور $xe^x/(e^x - 1)$، إذا وضعنا بدلاً من e^x متسلسلتها وبدأنا نقسم على منشور $(e^x - 1)$ فإن الحدود الأربعة الأولى من حاصل القسمة تكون

$$1 + (1/2)x + (1/6)\frac{x^2}{2!} - \frac{1}{30}\frac{x^4}{4!}$$

أما الحدود الفردية فلا تظهر بعد الحد $(1/2)x$، يرمز بعض المؤلفين إلى أعداد برنولي بالشكل $B_1, B_2, \ldots$ بينما يستعمل بعضهم $B_2, B_4, \ldots$، وبالنسبة للترميز الأول يكون

$$B_1 = \frac{1}{6},\quad B_2 = \frac{1}{30},\quad B_3 = \frac{1}{42},\quad B_4 = \frac{1}{30},\quad B_5 = \frac{5}{66},$$

$$B_6 = \frac{691}{2730},\quad B_7 = \frac{7}{},\quad B_8 = \frac{3617}{510}$$

وبشكل عام فإن $B_n = \frac{(2n)!}{2^{2n-1}\pi^{2n}} \sum_{i=1}^{\infty} (\frac{1}{i})^{2n}$.

(2) هي الأعداد B'_n المعرفة بالمعادلة $\frac{t}{e^t - 1} = \sum_{i=1}^{\infty} B'_n \frac{t^n}{n!}$ وينتج عن ذلك أن $B'_{2n} = B_n$ باستثناء الإشارة وأن $B'_{2n+1} = 0$ إذا كان $n > 1$ كما أن $B'_1 = -½$ وأن $n!B'_n = B_n(0)$ حيث $B_n(z)$ هو كثير حدود برنولي من المرتبة n. هذا وقد تعطى بعض التعاريف الأخرى المعدلة بشكل بسيط.

- **مبرهنة برنولي (إحصاء):**

انظر كبير ـ قانون الأعداد الكبيرة.

- **ذو عروتي برنولي:**

انظر ذو العروتين.

BERNOULLI, DANIEL (1700-1782) — برنولي، دانييل

عالم سويسري اشتغل بالتشريح والنبات وديناميك الموائع والتحليل والاحتمال. وهو أشهر أبناء جيله من علماء عائلة برنولي.

- **كثيرات حدود برنولي:**

(1) هي كثيرات الحدود B_n المعرَّفة كما يلي:

$$\frac{t\, e^{zt}}{e^t - 1} = \sum_{1}^{\infty} B_n(z) t^n$$

وتكون بذلك كثيرات حدود برنولي الأولى الأربعة كما يلي:

$$B_1(z) = z - ½, \qquad B(z) = \frac{z^2}{2} - (\frac{z}{2}) + \frac{1}{12}$$

$$B_3(z) = (\frac{z^3}{3!}) - \frac{z^2}{4} + \frac{z}{12}$$

$$B_4(z) = (\frac{z}{4!}) - (\frac{z^3}{12}) + (\frac{z^2}{24}) - \frac{1}{720}$$

ويتضح من ذلك أن

$$(i)\ B'_{n+1}(z) = B_n(z).$$

$$(ii)\ B_n(z+1) - B_n(z) = n\, z^{n-1},\ (n>1).$$

$$(iii)\ B_{2n}(z) = (-1)^{n-1} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{2 \cos 2r\, \pi 3}{(2r\pi)^{2n}}$$

$$(iv)\ B_{2n+1}(z) = (-1)^{n-1} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{2 \sin 2r\pi z}{(2r\pi)^{2n+1}}\ (n \geq 1).$$

(2) هي كثيرات الحدود ϕ المعرّفة كما يلي:

$$t\,\frac{e^{zt}-1}{e^{t}-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi n\,(z)\, t^{n}}{n!}$$

وهذا يعني أن $\phi n = n!\,(B_n - B_n)$ وأن $\phi(0) = 0$.

وقد تعطى أحياناً تعريفات أخرى لكثيرات حدود برنولي وتكون في هذه التعريفات بعض التعديلات الطفيفة عما سبق.

برهان PROOF

---

(1) هو نقاش منطقي يبرهن صحة عبارة ما.

(2) أو هو عملية الإثبات بواسطة عملية منطقية مفترضة سلفاً بأن ما هو مطلوب إثباته ينتج من قضايا مبرهنة أو مسلم بها سلفاً كموضوعات.

وهناك عدة أنواع من البراهين، ولمعرفة المزيد عنها انظر تحت العناوين التالية: تحليلي، استنتاجي، استقرائي، تركيبي.

- **البرهان المباشر واللامباشر:**

والبرهان المباشر هو برهان يستخدم بطريقة مباشرة الفرضيات المعطاة للوصول للنتيجة المطلوبة.

أما البرهان اللامباشر فيثبت أنه يستحيل أن يكون المطلوب برهانه خاطئاً لأنه لو كان كذلك فإن بعض الحقائق الراسخة ستنقض. وبصورة أوضح فإننا

عندما نستخدم البرهان اللامباشر نبدأ بفرض أن المطلوب برهانه خاطىء ومن ثم نوضح أن هذا الفرض يؤدي إلى تناقض ما.

مثال (1): لنفرض أننا سلمنا بالموضوعة القائلة بأنه من نقطة يمكن رسم مستقيم وحيد مواز لمستقيم معطى والمطلوب البرهنة على أنه إذا كان هناك مستقيمان مستواه ويوازي كل منهما مستقيمًا ثالثاً فإنهما يكونا متوازيين. ونعطي فيما يلي طريقتي البرهان السابق ذكرهما.

(1)برهان مباشر: لنفرض أن L_1 و L_2 مستقيمان مستواه ويوازي كل منهما مستقيمًا ثالثاً M. ينتج عن هذا الفرض أن L_1 و L_2 لا يلتقيان في نقطة مشتركة لأنه من خلال نقطة يوجد مستقيم واحد مواز لـ M. وبالتالي فإن L_1 و L_2 لا يتقاطعان أي أنهما متوازيان.

(2) برهان لا مباشر: لنفرض أن L_1 و L_2 غير متوازيين. وبالتالي فإنه توجد نقطة تقاطع p للمستقيمين L_1 و L_2. وهذا يؤدي إلى تناقض لموضوعتنا لأن المستقيمين L_1 و L_2 يمران بالنقطة p ويوازيان M.

مثال (2): برهن أنه يوجد عدد لا منته من الأعداد الأولية.

برهان لا مباشر:

لنفرض أن هناك عدداً منتهياً من الأعداد الأولية $p_1, p_2, \ldots, p_n$. نلاحظ أن العدد $q = (p_1 \times p_2 \times \ldots \times p_n) + 1$ عدداً أولياً حيث إنه غير قابل للقسمة على أي عدد أولي $p_1, p_2, \ldots, p_n$ وهذا يؤدي إلى تناقض لأن q عدد أولي وهو أكبر من جميع الأعداد في نفس الوقت أي أن $q>q$ وهذا بالطبع مستحيل.

برهان بنقض النقيض — RDUCTIO AD ABSURDUM PROOF

هو نفس البرهان غير المباشر.

انظر برهان.

برو، إسحق BARROW (1630-1677)

عالم بريطاني اشتغل باللاهوت والهندسة والتحليل. وبالرغم من كونه موهوباً وله بحوثه الأصيلة إلا أن الناس يذكرونه كأستاذ نيوتن.

بروفر (هاينز) PRUFER, HEINZ (1896-1934)

هو عالم رياضي ألماني ساهم في نظرية الرمز والهندسة الإسقاطية ونظرية المعادلات التفاضلية.

- **تعويض بروفر:**

هو التعويض $y' = r \sin\theta$ $py' = r \cos\theta$ الذي يحول المعادلة التفاضلية $(py')' + qy = 0$ إلى الشكل:

$$\theta' = q \sin^2 \theta + \frac{1}{p} \cos^2 \theta$$

$$r' = \frac{1}{2} (-q + \frac{1}{p}) r \sin 2\theta$$

حيث $r = r(\theta)$. ويستخدم هذا التعويض بشكل فعال في دراسة السلوك الكيفي للمعادلات التفاضلية العادية.

انظر شتورم ـ ليوفيل.

كما نشير هنا إلى أنه يوجد تعميمات لهذا التعويض من أجل جُمَل المعادلات التفاضلية.

بْرُووِر لويتسن BROUWER L.E.J. (1881-1966)

عالم هولندي اشتغل بالطوبولوجيا والمنطق. مؤسس مذهب الحدسية الحديثة الذي يقول بأن الأعداد الصحيحة الموجبة تشكل نموذجاً لكل بناء عقلي للكائنات الرياضية. وانطلاقاً من هذه الفلسفة فقد عارض الاستخدام غير المقيد لمنطق أرسطو، خاصة عندما نتعامل مع مجموعات لا منتهية.

● **مبرهنية النقطة الثابتة لبروور:**

ليكن C قرصاً مستديراً مؤلفاً من دائرة وداخلها إذا كان $T:C \to C$ تحويلا مستمرا على C فإنه يوجد نقطة ثابتة p (أي أن $T(p) = p$) وجدير بالذكر أننا لا نشترط أن يكون T متبايناً، هذه المبرهنة صحيحة أيضاً لكل خلية C بعديتها n ($n \geqq 1$) مثلاً الفترة المغلقة، الكرة وداخلها.

BRIANCHON, (1783-1864) — **بريانسون، شارل جوليان**

رياضي فرنسي اشتغل بالهندسة.

● **مبرهنة بريانشون:**

إذا أحاط سداسي بمقطع مخروطي تكون الأقطار الثلاثة لهذا السداسي متلاقية. (القطر هو الخط الذي يصل بين رأسين متقابلين). وهذه المبرهنة هي ثنوية مبرهنة باسكال.

انظر **ثنوية ــ** مبدأ الثنوية في الهندسة الإسقاطية، **باسكال ــ** مبرهنة باسكال.

BRIGGS-HENRY (1561-1630) — **بريغز، هنري**

عالم إنكليزي اشتغل بالفلك والهندسة وصنع الجداول العددية.

● **لوغاريتمات بريغز:**

هي اللوغاريتمات التي تتخذ العدد 10 أساساً لها وتسمى أيضاً باللوغاريتمات العادية.

PRINGSHEIM, ALFRED (1850-1941) — **برينغشايم (ألفريد)**

هو عالم الماني في التحليل.

● **مبرهنة برينغشايم للمتسلسلات المضاعفة:**

انظر **متسلسلة ــ** متسلسلة مضاعفة.

رياضي وفلكي الماني.

● دوال بسل:

إذا كان n عدداً صحيحاً موجباً أو سالباً فإن دالة بسل $J_n(z)$ من المرتبة n هي معامل t^n في منشور $\exp[z[t - \frac{1}{t}]/2]$ في قوى t. و$\frac{1}{t}$وبشكل عام، فإن:

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(nt - z\sin t)dt$$

$$= \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!\Gamma(n+r+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{n+2r}$$

ويكون الشكل الثاني صحيحاً إذا كانت n لا تساوي 1 - ,2- . . . ونشير إلى أن:

$$J_{\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\sin z$$

أما العلاقات التالية فهي صحيحة لكل n:

(i) $2[d J_n(z)/dz] = J_{n-1}(z) - J_{n+1}(z)$

(ii) $(2n/z) J_n(z) = J_{n-1}(z) + J_{n+1}(z)$

و $J_n(z)$ هي حل لمعادلة بسل التفاضلية. تسمى هذه الدوال أحياناً دوال بسل من النوع الأول.

انظر هانكل ـ دالة هانكل، نويمان ـ دالة نويمان.

● معادلة بسل التفاضلية:

هي المعادلة التفاضلية:

$$z^2\frac{d^2y}{dz^2} + z\frac{dy}{dz} + (z^2 - n^2)y = 0$$

● متباينة بسل:

(1) إذا كانت F دالة حقيقية وكانت $f_1, f_2, \ldots$ مجموعة من الدوال

المتعامدة المعيرة على الفترة (a,b)، فإن متباينة بسل تأخذ الشكل:

$$\int_a^b [F(x)]^2\, dx \geqslant \sum_{n=1}^{p} \left[\int_a^b F(x)\, f(x)\, dx\right]^2$$

أما إذا كانت الدوال عقدية، فإن المتباينة تصبح:

$$\int_a^b |F(x)|^2 dx \geqslant \sum_{n=1}^{p} \left|\int_a^b F(x)\, \overline{f_n(x)}\, dx\right|^2$$

وتكون هذه المتباينات صحيحة لكل قيم p إذا افترضنا أن F قابلة للمكاملة ريمانياً (أو بشكل أعم إذا كان للدالة F قياس ليبيغ وكان لمربعها تكامل ليبيغ). أما متباينة بسل في معاملات فوريه لأي دالة قابلة للقياس يكون لمربعها تكامل ريمان (أو ليبيغ) فهي:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} [F(x)]^2\, dx \geqslant \left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + \sum_{\kappa=1}^{n} (a_k^2 + b_k^2)$$

وذلك لكل n. أما a_κ, b_κ فتعطى بالمعادلات:

$$a_\kappa = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} F(x)\cos kx\, dx$$

$$D_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} F(x)\sin kx\, dx$$

$$k = 0, 1, 2..$$

(2) إذا كان V فضاء متجهات معرفا عليه جداء داخلي (x,y) ومجموعة $x_1, x_2, \ldots, x_n$ من المتجهات المتعامدة المعيرة فإن متباينة بسل هي:

$$(u,u) = |u|^2 \geqslant \sum_{k=1}^{n} |(u, x_k)|^2$$

انظر ريتز ـ مبرهنة ريتز ـ فيشر. متجه ـ فضاء متجهات بارسيفال ـ مبرهنة باسيفال.

- **دوال بسل المعدلة:**

دوال بسل المعدلة من النوع الأول والنوع الثاني، هي الدوال:

(i) $I_n(z) = i^{-n} J_n(iz)$

(ii) $k_n(z) = \frac{1}{2}\pi (\sin n\pi)^{-1} [I_{-n}(z) - I_n(z)]$

وتؤخذ $k_n(z)$ على أن نهاية هذه العبارة إذا كان n عدداً صحيحاً. وتكون هذه الدوال حقيقية إذا كان n حقيقياً وكان z موجباً. كما أن I_n هي حل لمعادلة بسل التفاضلية المعدلة:

$$z^2 \frac{d^2y}{dz^2} + z \frac{dy}{dz} - (z^2 + n^2)y = 0$$

و

$$I_n(z) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{n!\,\Gamma(n+r+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{n+2r}$$

وهكذا فإن I_n , I_{-n} هما حلان مستقلان لهذه المعادلة إذا لم يكن n عدداً صحيحاً، بينما تكون نهاية k_n حلاً ثانياً إذا كان n عدداً صحيحاً. تحقق هذه المعادلات عدداً من العلاقات المعاودة مثلاً:

(i) $I_{n-1}(z) - I_{n+1}(z) = \left(\frac{2n}{Z}\right) I_n(z)$

(ii) $K_{n-1}(z) - K_{n+1}(z) = -\left(\frac{2n}{Z}\right) K_n(z)$

بسيط

● **تغطية بسيطة:**

لنأخذ M منطوياً تفاضلياً عليه تغطية مفتوحة {Uα}. نقول إن هذه التغطية أنها بسيطة إذا تحققت الشروط التالية:

(1) كل U_i له علاقة متراصة.

(2) التغطية $\{U_i\}$ منتهية محلياً بمعنى أن لكل نقطة في M جوارا يقطع عدداً منتهياً من عناصر $\{U_i\}$.

(3) إذا أخذنا أي عدد منته من عناصر $\{U_i\}$ فإن تقاطع هذه العناصر إما أن يكون خالياً وإما أن يكون متماثلاً تفاضلياً مع خلية مفتوحة في R^n.

● **استطالة بسيطة وانضغاط بسيط:**

نفس جهد أحادي البعد.

انظر جهد.

● **امتداد بسيط لحقل:**

انظر امتداد.

● **بندول بسيط:**

انظر بندول.

● **تكامل بسيط:**

تكامل مفرد لتفريقه عن التكامل المضاعف.

● **جبرية بسيطة:**

انظر جبرية ـ جبرية على حقل.

● **جذر بسيط:**

جذر معادلة ما غير متكرر. ليكن f(r) كثير حدود (أو متسلسلة قوى) فإن r جذر بسيط للمعادلة f(x) = 0 إذا كان f(x) قابلاً للقسمة على القوة الأولى من (x − r) وغير قابل للقسمة على القوى الأعلى من (x − r). أنظر **متضاعف**.

● **حدث بسيط:**

انظر حدث.

● **حركة توافقية بسيطة:**

انظر توافقي.

● **حلقة بسيطة:**

انظر حلقة.

● **دالة بسيطة:**

(1) إن الدالة البسيطة بمتغير عقدي في المنطقة D هي دالة تحليلية لا تأخذ أية قيمة أكثر من مرة في D.

مرادف: دالة أحادية التكافؤ.

(2) انظر قابل للمكاملة ـ دالة قابلة للمكاملة.

● **سداسي بسيط:**

انظر سداسي:

● **فائدة بسيطة:**

انظر فائدة.

● **قرنة بسيطة:**

انظر قرنة ـ قرنة من النوع الأول.

● **قوس بسيط:**

هو الصورة الناتجة من تطبيق تحويل مستمر واحد لواحد على الفترة المغلقة [0,1].

انظر طوبولوجي ـ تحويل طوبولوجي.

إن الملتحم (متكون من نقطتين على الأقل) الذي لا يوجد فيه أكثر من نقطتين لا يؤدي حذفهما إلى إلغاء الاتصال هو قوس بسيط.

● **كثير وجوه بسيط:**

انظر كثير وجوه.

● **كسر بسيط:**

انظر كسر.

● **منحنى بسيط:**

انظر منحنى.

● **منحنى بسيط مغلق:**

هو منحنى مغلق لا يتقاطع مع نفسه مثل محيط دائرة أو قطع ناقص أو محيط مربع. وبصورة أدق هو الصورة الناتجة من تطبيق تحويل مستمر واحد لواحد على الدائرة.

انظر طوبولوجي ـ تحويل طوبولوجي.

إن الملتحم (من نقطتين على الأقل) الذي لا يظل متصلاً عند حذف أي نقطتين منه هو منحنى مغلق بسيط.

مرادف: منحنى جوردان.

انظر جوردان ومنحنى.

• نقطة بسيطة على منحنى:

نفس نقطة عادية.

انظر نقطة.

SIMPLY **بسيط الـ**

• مجموعة بسيطة الاتصال: انظر متصل.

• مجموعة بسيطة الترتيب: انظر مرتب.

OPTICAL **بصيرى**

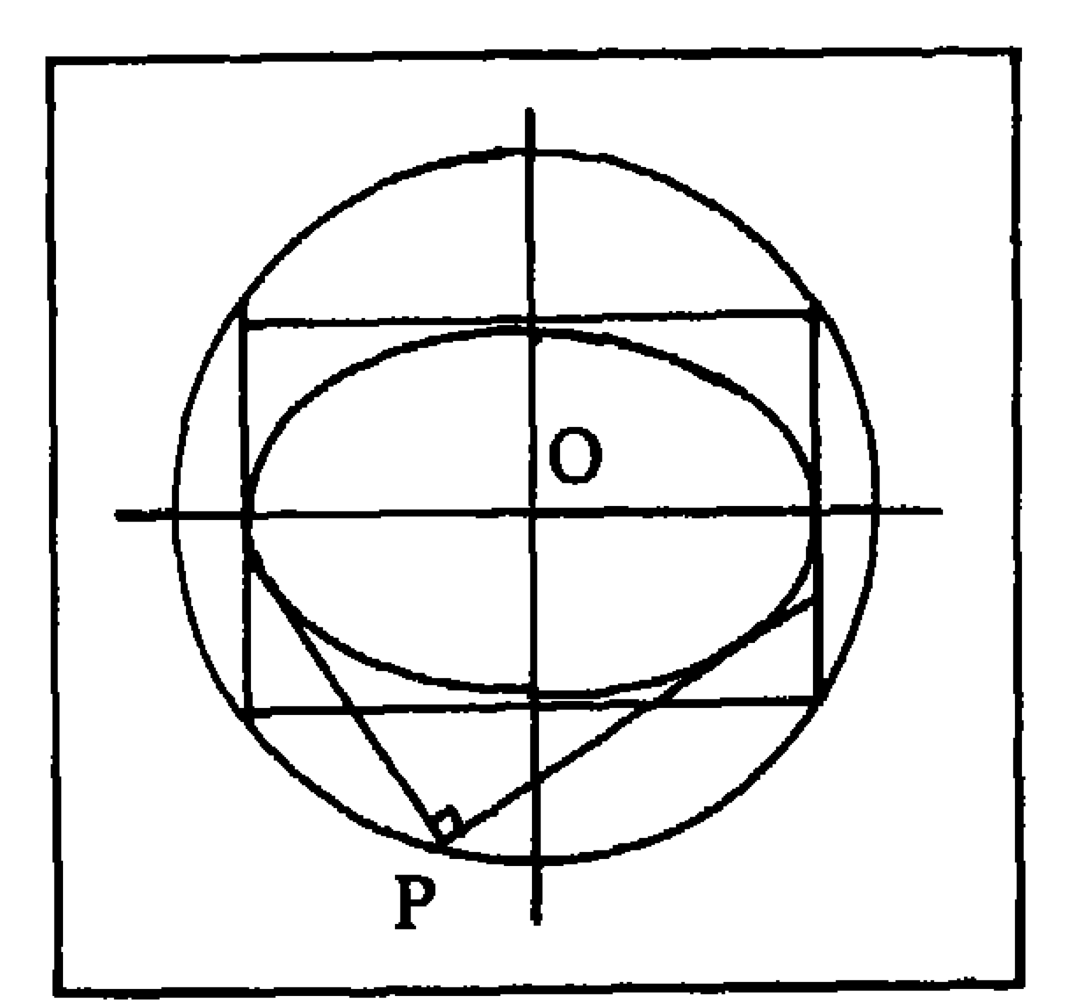
• خاصية بصرية للمخاريط (ج. مخروط):

انظر قطع ناقص، قطع زائد، قطع مكافىء.

بصيري

• دائرة بصيرية:

إذا كان C مخروطياً مركزياً اختلافه المركزي $(e \leqslant \sqrt{2})$ وإذا كانت المماسات من نقطة متحركة P إلى C متعامدة على بعضها عند P فإن المحل الهندسي للنقطة P يكون دائرة لها نفس مركز المخروطي C. وتسمى هذه الدائرة بالدائرة البصيرية. كما تعرف بدائرة مونج.



PTOLEMY (CLAUDUS PTOLEMAUS) **بطليموس**

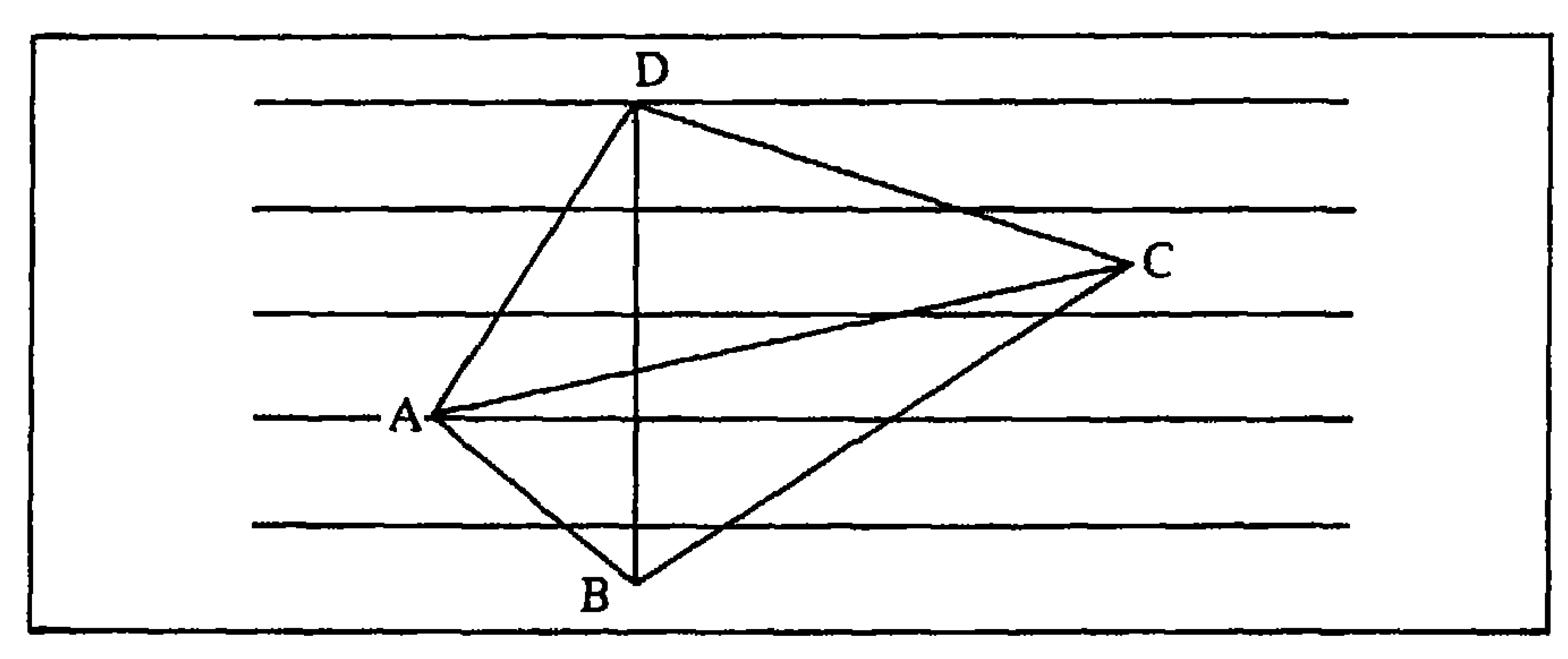
هو عالم رياضي من الاسكندرية وقد أبدع في الهندسة والفلك والجغرافيا.

● مبرهنة بطليموس:

ليكن لدينا المضلع الرباعي المحدب ABCD فإن الشرط اللازم والكافي ليقبل هذا الشكل الارتسام في داخل دائرة هو أن تتحقق العلاقة:



$$\overline{AB}.\overline{DC} + \overline{AD}.\overline{BC} = \overline{AC}.\overline{BD}$$



بُعْد DIMENSION

وكلمة البعد تتصل عادة بالخواص المسماة بالطول والمساحة والحجم فالتشكل الذي له طول فقط له بعدية مقدارها واحد والذي له مساحة وليس حجم له بعدان والذي له حجم له ثلاثة أبعاد.

أما التشكل الهندسي فيقال انه ذو n بعداً إذا كان n هو أصغر عدد من الوسطاء حقيقية القيمة التي يمكن استعمالها لتحديد نقاط التشكل بطريقة مستمرة أي أن هناك عدداً من درجات الحرية قدره n. ويمكن التعبير عن هذا بالقول أن التشكل مكافىء طوبولوجي محلي لفضاء جزئي من الفضاء الاقليدي ذي n بعداً. وهناك عدة تعاريف لبعد الفضاء الطوبولوجي. ومن أهم هذه التعاريف تلك التي ينتج عنها نفس عدد الأبعاد إذا كان الفضاء مقاساً متراصاً. وفيما يلي نورد أهم تعريف لبعد الفضاء الطوبولوجي:

نقول إن الفضاء المقاسي ذو n بعداً إذا كان:

(1) لكل عدد موجب ∈ يوجد غطاء من ∈ ذو مرتبة أقل أو تساوي n + 1.

وكان،

(2) يوجد عدد موجب δ بحيث ان لكل غطاء من δ مرتبة أكبر من n.

انظر **غطاء ـ غطاء ذو مرتبة n**.

وهـذا التعريف للبعـد يؤدي إلى أن بعد الفضـاء المقاسي لا متغـير طوبولوجياً كما يؤدي إلى أن بعدية أية مجموعة جزئية من الفضاء الاقليدي من n بعداً تكون مساوية لـ n إذا احتوت المجموعة على داخل الكرة.

انظر أيضاً أساس ـ أساس الفضاء المتجهي؛ وانظر كذلك مبسط.

● **أبعاد شكل مستطيلي:**

هي طول وعرض المستطيل. وفي حالة متوازي السطوح فالأبعاد هي الطول والعرض والارتفاع.

بعدية — **DIMENSIONALITY**

البعدية هي عدد الأبعاد.

انظر بعد.

بل (جون) — **PELL, JOHN (1610-1685)**

هو عالم إنكليزي في الجبر والهندسة والفلك.

● **معادلة بل:**

هي معادلة ديوفانتية من الشكل:

$$x^2 - My^2 = 1$$

حيث M هو عدد صحيح موجب ليسْ مربعاً كاملاً.

انظر معادلة.

بلاتو (جوزيف انطوان فرديناند)

PLATEAU, JOSEPH ANTOINE FERDINAND (1801-1883)

هو عالم بلجيكي في الفيزياء.

● مسألة بلاتو:

هي مسألة تعيين وجود سطح أصغري حدوده هي منحنى ملتو. وليس بالضرورة أن يطلب أن يكون للسطح الأصغري مساحة أعظمية. ولقد حل بلاتو هذه المسألة من أجل كفافات مختلفة.

بلاشك، ويلهلم — BLASCHKE, WILHELM (1885-1962)

عالم نمساوي ــ الماني اشتغل بالتحليل والهندسة.

● جداء بلاشك:

هو الجداء:

$$B(z) = z^{k} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(a_n - z)\,|a_n|}{(1 - \bar{a}_n z)\,a_n}$$

حيث $0<|a_n|<1$ وبحيث تتقارب المتسلسلة $\sum_{1}^{\infty}(1-|a_n|)$، أما k فهو عدد صحيح غير سالب. ونشير إلى أن الدالة B محدودة وتحليلية على مجموعة الأعداد العقدية z بحيث تكون $|z|<1$. أما أصفار B فهي الأعداد $\{a_n\}$ و 0 (إذا كان $k>0$).

● مبرهنة بلاشك:

إذا كان لدينا مجموعة في المستوى بحيث تكون محدودة، مغلقة، محدبة وعرضها 1 فإن هذه المجموعة تحتوي على دائرة نصف قطرها $\frac{1}{3}$.

انظر جنغ ــ مبرهنة جنغ.

بلوكر (جوليوس) — PLUCKER, JULIUS (1801-1868)

عالم ألماني في الهندسة والفيزياء الرياضية.

● ترميز بلوكر المختصر:

انظر مختصر.

BILLION بليون

(1) في الولايات المتحدة وفرنسا يساوي ألف مليون 10^9.

(2) في إنكلترا والمانيا يساوي مليون مليون 10^{12}.

BANACH, STEFAN (1892-1945) بناخ، ستيفان

رياضي بولندي اشتغل بالجبر والتحليل والطوبولوجيا.

● **جبرية بناخ:** انظر جبرية ـ جبرية بناخ.

● **فضاء بناخ:**

هو فضاء متجهات على حقل الأعداد الحقيقية (أو العقدية) حيث يقابل كل عنصر x عدد $\|x\|$ نسميه معيار x ويحقق الشروط التالية:

(1) $\|x\|>0$ إذا كان $x\neq0$.

(2) $\|ax\| = |a|\,\|x\|$ وذلك لكل الأعداد الحقيقية a.

(3) $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$ وذلك لكل x,y.

(4) يكون الفضاء تاماً، ويكون جوار النقطة x مجموعة النقاط y بحيث $\|x-y\|<\epsilon$ وذلك لأي عدد موجب ϵ. بدون الشرط الرابع يسمى الفضاء فضاء خطياً معيراً أو فضاء متجهات معير. ويكون فضاء بناخ حقيقياً أو عقدياً حسب الحقل الذي نأخذه. كأمثلة على فضاء بناخ نأخذ فضاء هيلبرت، الفضاءات ℓ^r ,$(r\geq1)$ وهي فضاء كل المتتاليات $x = (x_1, x_2, \ldots)$ بحيث يكون $\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^r$ منتهياً ونأخذ $\|x\|=[\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^r]^{\frac{1}{r}}$. والفضاء C الذي يضم كل الدوال المستمرة f المعرفة على الفترة [0,1] وبحيث يكون $\|f\|$ القيمة العظمى بين قيم f(x) وذلك لكل x في الفترة [0,1].

● **مبرهنة بناخ ـ شتينهاوس:**

ليكن كل من x و y فضاءي بناخ ولتكن $T_1, T_2, \ldots$ متتالية من تحويلات خطية محدودة من X إلى Y. إذا كانت المجموعة $\{\|T_1(x)\|, \|T_2(x)\|, \ldots\}$ محدودة

وذلك لكل x في X فإنه يوجد عدد M بحيث يكون $\|T_n(x)\| \leq M\|x\|$ وذلك لكل x في X وكل n.

● **محيرة بناخ ــ تارسكي:**

مبرهنة بناخ وتارسكي التي تقول إذا كانت A و B مجموعتين محدودتين في فضاء إقليدي ذي ثلاثة أبعاد على الأقل وإذا كان في كل من A و B نقاط داخلة فإنه يمكن تفكيك A إلى عدد من القطع وإعادة تجميعها عن طريق تحريك هذه القطع بواسطة حركات صلبة (انسحابات وتدويرات) لنحصل على مجموعة مطابقة للمجموعة B. وهذا يعني أنه من الممكن تقطيع كرة مجسمة إلى عدد منته من القطع ثم تجميع هذه القطع لنحصل على كرتين مجسمتين لكل منهما نفس حجم الكرة التي بدأنا بها. لم يعط بناخ وتارسكي تخميناً لعدد القطع التي نحتاجها في هذه الحالة لكن ر. م. روبنسون أثبت أننا نحتاج إلى خمس قطع على الأقل وأنه من الممكن أن تكون واحدة من هذه القطع مؤلفة من نقطة فقط. لقد أثبت روبنسون أيضاً أنه يمكن فصل سطح الكرة S إلى قطعتين وأنه يمكن فصل كل من هذه القطع إلى قطعتين تطابق كل منهما القطعة الأم. وينتج عن ذلك أننا نحتاج إلى أربع قطع فقط وذلك لنقسم S إلى قطعتين تكون كل منهما نسخة مطابقة له. أنظر هاوسدورف ــ محيرة هاوسدورف.

● **مبرهنة هان ــ بناخ:**

انظر هان.

● **مباراة مازور ــ بناخ:**

انظر مازور.

بنية — STRUCTURE

البنية على مجموعة (A) هي ذلك الوصف المنتظم الذي يحول (A) إلى كائن رياضي وذلك باستعمال مفهومي العلاقات والمجموعات. أي أن المجموعة بحد ذاتها كائن رياضي (أو أنها كائن رياضي تافه). ونحولها إلى كائن رياضي بأن نعرف عليها بنية بواسطة علاقة أو أكثر.

مثلاً: المجموعة $A=\{a,b\}$ ليست كائناً رياضياً أما إذا عرفنا على (A) العملية الثنائية (+) بحيث يكون:

$$a+a = a, \quad a + b = b + a = b, \quad b + b = a$$

فنحصل على الكائن الرياضي (+ ,A) الذي هو الزمرة. (أنظر زمرة).

لذا فإن (+) تعرف على (A) بنية زمرية.

مثال آخر هو:

أن نأخذ X مجموعة معينة ونعرف عليها طوبولوجياً (T) فنحصل على الكائن الرياضي (X,T) والذي يسمى فضاء طوبولوجياً لذا فإن T أو عائلة المجموعات المفتوحة تعرف على X بنية طوبولوجية.

انظر **طوبولوجيا** و**فضاء طوبولوجي**.

مثال ثالث:

أن نأخذ مجموعة M ونعرف عليها أطلس A من الصنف C^∞ لنحصل على الكائن الرياضي المسمى المنطوي التفاضلي وتكون البنية التفاضلية في هذه الحالة هي الأطلس الكامل الذي تعطيه (A).

بهرنس، والتر اولرنج — BEHRENS

عالم ألماني اشتغل في الإحصاء الزراعي.

- **مسألة بهرنس ــ فيشر:**

هي مسألة تحديد فترات الثقة أو الاختبارات الإحصائية للفرق بين وسطي مجتمعين إحصائيين طبيعيين إذا كان تباينا المجتمعين مجهولين وغير متساويين.

بوابة — GATE

تعرف البوابة في الحسبان الآلي بأنها المحولة التي تسمح بمرور إشارة إذا وفقط إذا وجدت إشارة أخرى أو أكثر.

أي أن البوابة في الآلة تقابل «و» في المنطق. انظر **عطف**.

رياضي فرنسي اختص بالتحليل والاحتمال والرياضيات التطبيقية.

● **تكامل بواسون:**

هو التكامل:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U(\phi)\frac{a^2-r^2}{a^2-2ar\cos(\theta-\varphi)+r^2}\,d\varphi$$

أو لأجل $\zeta = ae^{i\varphi}$ و $z = re^{i\theta}$.

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{Re}\left(\frac{\zeta+z}{\varphi-z}\right) U(\varphi)\,d\varphi$$

ويعطي هذا التكامل القيمة عند النقطة $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$ للدالة التي تنطبق مع دالة القيمة الحدية المستمرة $U(\varphi)$ على المنحنى $x^2+y^2=a^2$ وتكون توافقية على $x^2+y^2<a^2$ ومستمرة على $x^2+y^2\leqslant a^2$.

توزيع بواسون:

توزيع احتمالي لمتغير عشوائي χ دالة توزيعه الاحتمالي هي:

$$f(x) = e^{-\mu}\mu^{\chi}/x!,\ x = 0, 1, 2, \ldots$$

ويكون وسط هذا التوزيع $E(x)=\mu$ وتباين هذا التوزيع أيضاً $E(x-\mu)^2=\mu$. وتكون $M(t)=e^{\mu(e^t-1)}$ الدالة المولدة للعزوم. ويمكن استخدام توزيع بواسون كتقريب لتوزيع ذي الحدين عندما تكون n كبيرة وتكون p قريبة من الصفر، فإذا كان $n\to\infty$ و $p\to 0$ بحيث $np=\mu$ يبقى ثابتاً في توزيع ذي الحدين فإن:

$$\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}\to e^{-\mu}\frac{\mu^{\chi}}{\chi!}$$

لأجل كل $x = 0, 1, 2, \ldots$. لذلك يستخدم توزيع بواسون كنموذج للتوزيع الاحتمالي الذي يتبعه عدد الأحداث المستقلة والقليلة احتمال الحدوث (النادرة) في عدد كبير من المحاولات الإحصائية مثل عدد الوفيات في حوادث المرور أو ابتعاث المواد المشعة.

● **عملية بواسون:**

هي عملية تصادفية $\{X(t); t\in T\}$ حيث T مجموعة الدليل والتي هي فترة من الأعداد الحقيقية و $X(t)$ يمثل عدد الأحداث الحاصلة لغاية t ويأخذ القيم ... ,0, 1, 2 وحيث يمكن أخذ فترة قصيرة طولها h تحقق الشروط التالية:

(1) احتمال حصول حدث واحد في فترة قصيرة h يساوي λh أي:

$$\lim_{h\to 0} \frac{Pr(X(h) = 1)}{h} = \lambda$$

وتسمى λ **المعدل أو الشدة أو الوسيط.**

(2) احتمال حصول أكثر من حدث واحد في فترة قصيرة يساوي صفراً، أي:

$$\lim_{h\to 0} \frac{Pr(X(h) \geqslant 2)}{h} = 0$$

(3) إذا كان $a<b\leqslant c<d$ فإن المتغيرين العشوائيين $X(b) - X(a)$ $X(d) - X(c)$, مستقلان إحصائياً ولهما نفس التوزيع ما دامت $b - a = d - c$. وهذا يعني أن حصول حدث في فترة معينة يكون مستقلاً عن حصوله في فترة ثانية لها نفس طول الفترة الأولى ومنفصلة عنها. وإذا كانت λ هي وسيط عملية بواسون وكان X عدد الأحداث الحاصلة في فترة طولها S...

فإن X يتبع توزيع بواسون بوسط $\mu = \lambda s$. وتعتبر عملية بواسون نموذج جيد لوصف انبعاث المواد المشعة أو عدد المكالمات الواصلة إلى مركز البدالة، أو عدد الزبائن عند مكتب خدمة معين، وهكذا. أنظر **غاما ـ توزيع غاما**.

● **معادلة بواسّون التفاضلية:** هي المعادلة التفاضلية الجزئية

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -u$$

أو بالاختصار $\nabla^2 v = -u$. أنظر **ديريخليه**.

● **نسبة بواسون:** هي القيمة العددية لنسبة الجهد في الاتجاه المستعرض إلى الجهد الطولي. فمثلاً، إذا وضع قضيب مرن رفيع تحت فعل إجهاد طولي T فإنه يتعرض إلى تقلص e_1 في الأبعاد الخطية لمقطعه المستعرض وإلى امتداد e_2 في الاتجاه الطولي. في هذه الحالة تكون نسبة بواسون $\sigma = |e_1/e_2|$. واستناداً إلى

قانون هوك $T = Ee_2$ حيث E هي مقياس يونغ للتوتر فإن نسبة بواسون تساوي $\sigma = -e_1E/T$. وتقع نسبة بواسون بين [illegible] و $\frac{1}{2}$ بالنسبة لمعظم مواد البناء.

بوانكاريه (جول هنري) POINCARE, JULES HENRI (1854-1912)

هو رياضي فرنسي عظيم اشتهر في حقول عدة من بينها الفلك والفيزياء الرياضية والفلسفة. ويعتبر الكثيرون آخر رياضي شمولي لتعدد اهتماماته على الرغم من أن هيلبرت أيضاً كان على نفس الدرجة تقريباً من التنوع.

- **مبرهنة النقطة الثابتة لبوانكاريه وبيرخوف:**

وتنص هذه المبرهنة على أنه إذا كان T تحويلاً مستمراً ومتبايناً معرفاً على الحلقة الواقعة بين دائرتين متمركزتين بحيث تتأثر إحدى الدائرتين في المنحنى الموجب وتتحرك الأخرى في المنحنى السالب (تحت تأثير T) وبحيث يحافظ T على المساحات فإنه لا بد أن يوجد نقطتان ثابتتان على الأقل للتحويل T. وقد خمن هذه المبرهنة بوانكاريه وبرهنها بيرخوف بعد ذلك.

- **مخمنة بوانكاريه:**

تنص هذه المخمنة (غير المبرهنة حتى الآن) على أن المنطوية ثلاثية البعدية تكافىء طوبولوجياً الكرة ثلاثية البعد إذا كانت المنطوية متراصة وبسيطة الاتصال.

- **مبرهنة الثنوية لبوانكاريه:** انظر ثنوية.

- **مبرهنة المعاودة لبوانكاريه:**

لتكن X منطقة مفتوحة ومحدودة من فضاء إقليدي بعديته n وليكن T تماثلاً مستمراً من X على نفسها وحافظاً للحجوم. تحت هذه الشروط برهن بوانكاريه على أنه يوجد مجموعة جزئية s بعديتها صفر بحيث إذا كان $x \notin S$ وكانت U مجموعة مفتوحة تحتوي على x فإن U تحتوي على عدد لا منته من المجموعة $\{T^n(x)|n = 0, 1, 2, ...\}$ حيث $T^n(x)$ يرمز إلى تطبيق T عدد n من المرات المتتالية على x.

وهذه المبرهنة صحيحة إذا افترضنا أن S من الطائفة الأولى وهناك عدد كبير من التعميمات والتعديلات لمبرهنة بوانكاريه لا يسع المجال لسردها هنا.

انظر مسراني ـ نظرية المسرانية.

بودان دوبوا لوران فرديناند فوانسوا ديزيريه
BUDAN DE BOIS LAURENT, FERDNAND FRANCOIS DESIRE (1800-1853)

طبيب فرنسي اتخذ من الرياضيات هواية له.

● مبرهنة بودان:

إن عدد الجذورالحقيقية للمعادلة $f(x) = 0$ بين a و b $(a<b)$ يكون $V(a) - V(b)$ أو أقل بعدد زوجي، حيث $f(x)$ كثير حدود درجته n و $V(a), V(b)$ هي عدد التغيرات في إشارة المتتالية $f(x)\ f'(x),\ f''(x)\ ,\ f^{(n)}(x)$ عندما تكون $x = a, x = b$ على الترتيب. (الحدود المنعدمة في المتتالية لا تحسب والجذر المضاعف m مرة يحسب m جذراً). مثلاً لنحسب عدد الجذور الحقيقية للمعادلة $x^3-5x+1 = 0$ بين 1,0 نحصل على المتتالية:

$$x^3-5x+1,\ 3x^2-5,\ 6x,\ 6$$

عوض عن x بصفر واحد على التوالي نحصل على:

$$1,\ -5,\ 0,\ 6$$

$$-3,\ -2,\ 6,\ 6$$

أي أن $V(0) = 2$ و $V(1) = 1$ وعدد الجذور يساوي $V(0)-V(1) = 1$ أي أن هناك جذراً واحداً لهذه المعادلة بين 0 و 1.

بورالي فورتي، سيزار
BURALIFORTI, CESARE (1861-1931)

رياضي إيطالي.

● محيرة بورالي فورتي:

لنأخذ مجموعة الأعداد الترتيبية (العدد الترتيبي هو نمط الترتيب لمجموعة حسنة الترتيب) فإن هذه المجموعة حسنة الترتيب، لذا فإن نمط ترتيبها Y هو عدد ترتيبي أكبر من أي عدد ترتيبي آخر وهذا مستحيل لأن $Y + 1$ هو عدد ترتيبي أكبر من Y. (إذا كان Y عدداً ترتيبياً لمجموعة A فإن $Y + 1$ هو عدد ترتيبي لمجموعة B نحصل عليها بإضافة عنصر واحد إلى A بحيث يلي كل عناصر A).

بؤرة FOCUS

انظر قطع ناقص، قطع زائد، قطع مكافىء.

بؤري FOCAL

● الخاصية البؤرية للقطوع المخروطية:

انظر قطع ناقص وقطع زائد، وقطع مكافىء.

● النقطة البؤرية:

بالنسبة للتكامل $I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') \, dx$ ومنحنى C تكون النقطة البؤرية للمنحنى C على المستعرض T هي نقطة تلامس T بغلاف مستعرضات C.

ولكي يصغر القوس $[(x_1,y_1), (x_2,y_2)]$ من T التكامل I (حيث (x_2, y_2) على C) يجب ألا تقع النقطة البؤرية لـ C على T بين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) على T.

انظر مستعرضية ـ شروط المستعرضية.

● الوتر البؤري المخروطي:

هو وتر يمر من خلال بؤرة المخروطي.

وأما نصف القطر البؤري فهو القطعة المستقيمة التي تصل بين البؤرة ونقطة على المخروطي.

البوزجاني، أبو الوفاء (940-889)

من مشاهيررياضيي القرن العاشر الميلادي. عاش في بغداد وسمي البوزجاني نسبة بوزجان ـ نيسابور. أكمل أعمال البتاني الرياضية والفلكية واشتهر بشروحه لمؤلفات إقليدس وديوفنطس وأضاف إلى بحوث الخوارزمي إضافات مهمة ولا سيما علاقة الهندسة بالجبر فحل بعض المعادلات الجبرية هندسيا واستطاع أن يجد حلولاً جديدة للقطع المكافىء فكان من بين الذين مهدوا إلى ظهور الهندسة التحليلية والحسبان. اشتهر في صنع بعض

الآلات الهندسية المستعملة في الرسوم الهندسية فألف في ذلك كتاباً عنوانه: «كتاب في عمل المسطرة والبركار والكونيا» وقد تـرجمه الأوروبيـون بعنوان (Geometrical Construction). وأسهم البوزجاني في تقدم علم المثلثات من بعد البتّاني فقد أدخل القاطع وقاطع التمام وتنسب إليه العلاقات المثلثية التالية:

$$\tan A = \sin A/\cos A = 1/\cot A$$
$$\sin A = 1/\cot A$$
$$\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$

بالإضافة إلى علاقات مهمة أخرى، أوجد مقادير جديدة في جداول الجيب وأسهم في تقدم علم المثلثات الكروية إذ اشتق مبرهنة الجيب في المثلثات الكروية.

بوسيلية — PEAUCELLIER, A (1832-1913)

هو مهندس فرنسي وعالم في الهندسة.

- خلية بوسيلية:

انظر تعاكس ــ تعاكس نقطة بالنسبة لدائرة؛ وانظر عاكس.

بوش، فانيفار — BUSH, VANNEVAR (1890-)

مهندس كهربائي أميركي. بدأ حوالي عام ١٩٢٥ بناء «حاسب بالقياس» يعمل بالطاقة الكهربائية.

بوصلة — COMPASS

البوصلة هي إبرة مغناطيسية تدور حول محور عمودي على قرص تظهر الاتجاهات عليه.

وتؤشـر الإبرة دائـمًا باتجـاه خط الـزوال المغنـاطيسي أوخط الـطول المغناطيسي.

بوصة INCH

هي وحدة قياس للطول أو المسافة وتساوي $\frac{1}{12}$ من القدم. وتعادل البوصة تقريباً 2.54 من السنتمترات.

بوفون، جورج لويس لكليرك
BUFFON, GEORGES LECTERC, COMTE DE (1707-1788)

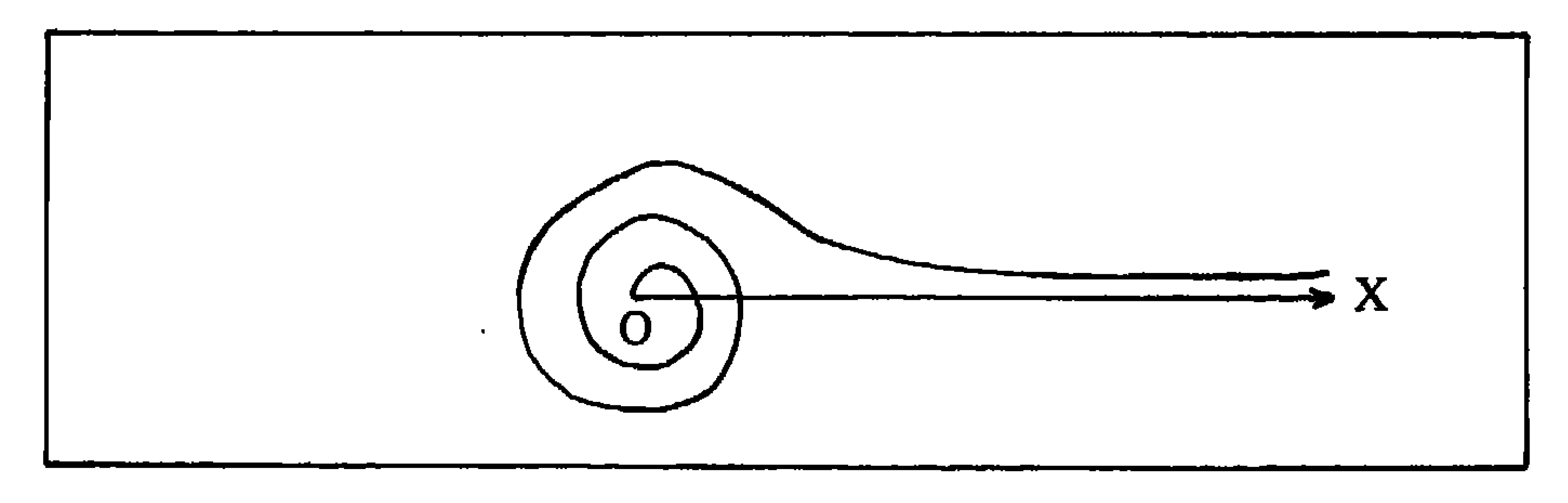
عالم فرنسي اشتغل بالاحتمال.

- **مسألة الإبرة لبوفون:**

لنأخذ لوحاً ونسطره بخطوط مستقيمة متوازية متساوية البعد فيما بينها. ولنأخذ إبرة رفيعة بحيث يمكن اعتبارها قطعة مستقيمة طولها δ أصغر من المسافة d بين خطين متعاقبين. المسألة هي أنه إذا رمينا الإبرة على اللوح، ما هو احتمال أن تصيب هذه الإبرة أحد الخطوط الإجابة هي $2\delta/\pi d$. ومن الممكن أن نوجد قيمة تقريبية للعدد π إذا رمينا الإبرة عدداً كبيراً من المرات.

بوق LITUUS

هو منحنى في المستوى على شكل آلة نحاسية (ترومبيت) تسمى البوق ومنها أخذت تسمية المنحنى. والبوق هو المحل الهندسي لنقطة يتغير مربع نصف قطرها المتجهي عكساً مع الزاوية θ للنقطة. وتكتب معادلة هذا المنحنى بالشكل $r^2 = \frac{a^2}{\theta}$، حيث a عدد ثابت. ويقارب هذا المنحنى المحور القطبي OX بينما يلف حول القطب مقترباً منه عدداً لا نهائياً من المرات ولكن دون أن يلامس



القطب O. ويبين الرسم شكل البوق حيث أخذنا فقط قيمًا موجبة لنصف القطر المتجهي r.

أما إذا أخذنا قيمًا سالبة لـ r فإننا نحصل على بوق آخر متناظر بالنسبة للقطب.

بول، جورج BOOLE, GEORGE (1815-1864)

عالم بريطاني اشتغل بالجبر والتحليل وحسبان التغيرات ونظرية الاحتمال كما يعتبر واحداً من الرواد في حقل المنطق.

● **جبرية بوليه:**

هي حلقة يتحقق فيها ما يلي:

(1) $x.x = x$ وذلك لكل عنصر x.

(2) يوجد عنصر I بحيث يكون $x.I = x$ وذلك لكل x.

إذا كانت الحلقة حلقة مجموعات، أي إذا كانت العناصر تتألف من مجموعات فإن الجمع والضرب في الحلقة يقابلان الفرق المتناظر والتقاطع. أما I فتكون المجموعة التي تحتوي كل المجموعات المنتمية إلى الحلقة. إذا كان لدينا عائلة من مجموعات جزئية لمجموعة ما بحيث تحتوي هذه العائلة على متممة كل واحدة من عناصرها وعلى اتحاد أي عنصرين من هذه العناصر فإن هذه العائلة تكون جبرية بولية إذا أخذنا عليها عمليتي الفرق المتناظر والتقاطع، والعكس صحيح، أي أن أي الجبرية البولية هي جبرية مجموعات جزئية لمجموعة ما. إذا أخذنا جبرية بولية وعرفنا عليها عمليتين $\cup,\cap$ ومفهوم احتواء $\subset$ كما يلي:

$$A \cup B = (A + B) + A.B$$

$$A \cap B = A.B$$

$$A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

فإن $\cup$, $\cap$, $\subset$ تقابل مفاهيم الاتحاد والتقاطع والاحتواء في نظرية المجموعات حيث تتحقق الخصائص التالية:

i) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

ii) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

iii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

iv) $A \cup A = A \cap A = A, \theta \cup A = I \cap A = A$

(حيث أن $A + A = \theta$ وذلك لأي عنصر A)

$\theta \subset A \subset I$

v) $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A = B$

vi) $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$

vii) $(A \cap B)' = A' \cup B', (A \cup B)' = A' \cap B'$

$A \cup A' = I, A \cap A' = \theta$

$(A')' = A, I' = \theta, \theta' = I$

(حيث أن $A + I = A'$).

أبسط جبرية بوليه هي تلك الجبرية المؤلفة من المجموعة الخالية ϕ ومجموعة مؤلفة من نقطة واحدة I. يكون في هذه الحالة $A \cup B = I$ إذا وفقط إذا كانت A أو B (أو الاثنتان) مساوية للمجموعة I. ويكون $A \cap B = \phi$ إذا وفقط إذا كانت A أو B (أو كلتاهما) مساوية للمجموعة ϕ، كما أننا فسرنا الجبرية البولية كجبرية مجموعات، كذلك يمكن تفسيرها كجبرية قضايا منطقية. نقول في هذه الحالة ان القضية p تساوي القضية q $(p = q)$ إذا كانت p و q متكافئتين منطقياً، أما القضية $p \cup q$ فإننا نعني بها «p أو q». أما $p \cap q$ فإننا نعني بها «p و q» و $\acute{p}$ تعني «نفي p».

مثلاً: لتكن p هي القضية: «المثلث x متساوي الساقين» ولتكن q هي القضية: «المثلث x متساوي الأضلاع» فإن $p \cup q$ تكون القضية: «المثلث x متساوي الساقين أو متساوي الأضلاع» أما القضية $p \cap q$ فتكون: «المثلث x متساوي الساقين ومتساوي الأضلاع». وتعني $\acute{p}$ أن المثلث x غير متساوي الساقين. والاحتواء $q \subset p$ يعني أنه إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه يكون متساوي الساقين. انظر ذرة، شبكية.

BOLZA, OSKAR (1857-1942) — بولزا، أوسكار

عالم ألماني. اشتغل بالتحليل وحسبان التغيرات، كما أسهم في دراسة الدوال الزائدية والدوال الناقصية.

- **مسألة بولزا:**

في حسبان التغيرات هي مسألة إيجاد القوس الذي يصغر الدالة من الشكل

$$I = g[x_1, y(x_1), x_2, y(x_2)] + \int_{x_1}^{x_2} f(x,y,y)\, dx$$

وذلك من بين عائلة من منحنيات خاضعة لقيود من الشكل:

$$g_k[x_1, y(x_1), x_2, y(x_2)] + \int_{x_1}^{x_2} f_k(x,y,y)\, dx = 0, \quad Q_j(x, y, y) = 0$$

BOLZANO, BERNHARD (1781-1848) — بولزانو، بيرنهارد

عالم تشيكي اشتغل بالتحليل.

- **مبرهنة بولزانو:**

لتكن f دالة حقيقية القيم، معرفة ومستمرة على الفترة المغلقة [a,b]. إذا كانت إشارة f(a) مختلفة عن إشارة f(b) فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي x في (a,b) بحيث يكون $f(x) = 0$.

- **مبرهنة بولزانو ــ فايرشتراس:**

إذا كانت E مجموعة محدودة، فيها عدد لا منته من النقاط فإنه يوجد نقطة تراكم x للمجموعة E. وقد تكون E مجموعة من الأعداد الحقيقية أو مجموعة نقاط في مستو أو في فضاء إقليدي بعديته n. هذا ويكتب البعض هذه المبرهنة كما يلي:

إذا كانت E مجموعة جزئية في فضاء اقليدي بعديته منتهية فإن E تكون محدودة ومغلقة إذا وفقط إذا حققت خاصة بولزانو ــ فايرشتراس.. انظر

متراص. وغالباً ما تنسب هذه المبرهنة إلى فايرشتراس، لكن بولزانو برهنها عام 1817 ويبدو أن كوشي كان يعرفها أيضاً.

BOLYAI, JOHN (1802-1860) بولياي، جون

عالم هنغاري اشتغل بالهندسة. اخترع الهندسة اللاإقليدية بشكل مستقل عن لوباتشيفسكي.

انظر هندسة ــ هندسة لا إقليدية، لوباتشيفسكي.

BOMBIERI, ENRICO (1940-) بومبييري، انريكو

رياضي إيطالي منح ميدالية فيلدز عام 1974 وذلك لإنجازاته لنظرية الأعداد ونظرية السطوح الأصغرية.

PONCELET, JEAN VICTOR (1788-1867) بونسليه (جان فيكتور)

هو مهندس فرنسي وعالم في الهندسة الإسقاطية، حيث وضع الأسس الحديثة لدراستها، كما صاغ مبدأ الثنوية وأدخل النقط في اللانهاية ونظرية المستعرضات.

- **مبدأ بونسليه للاستمرار:**

وهو مبدأ غامض ينص على ما يلي:

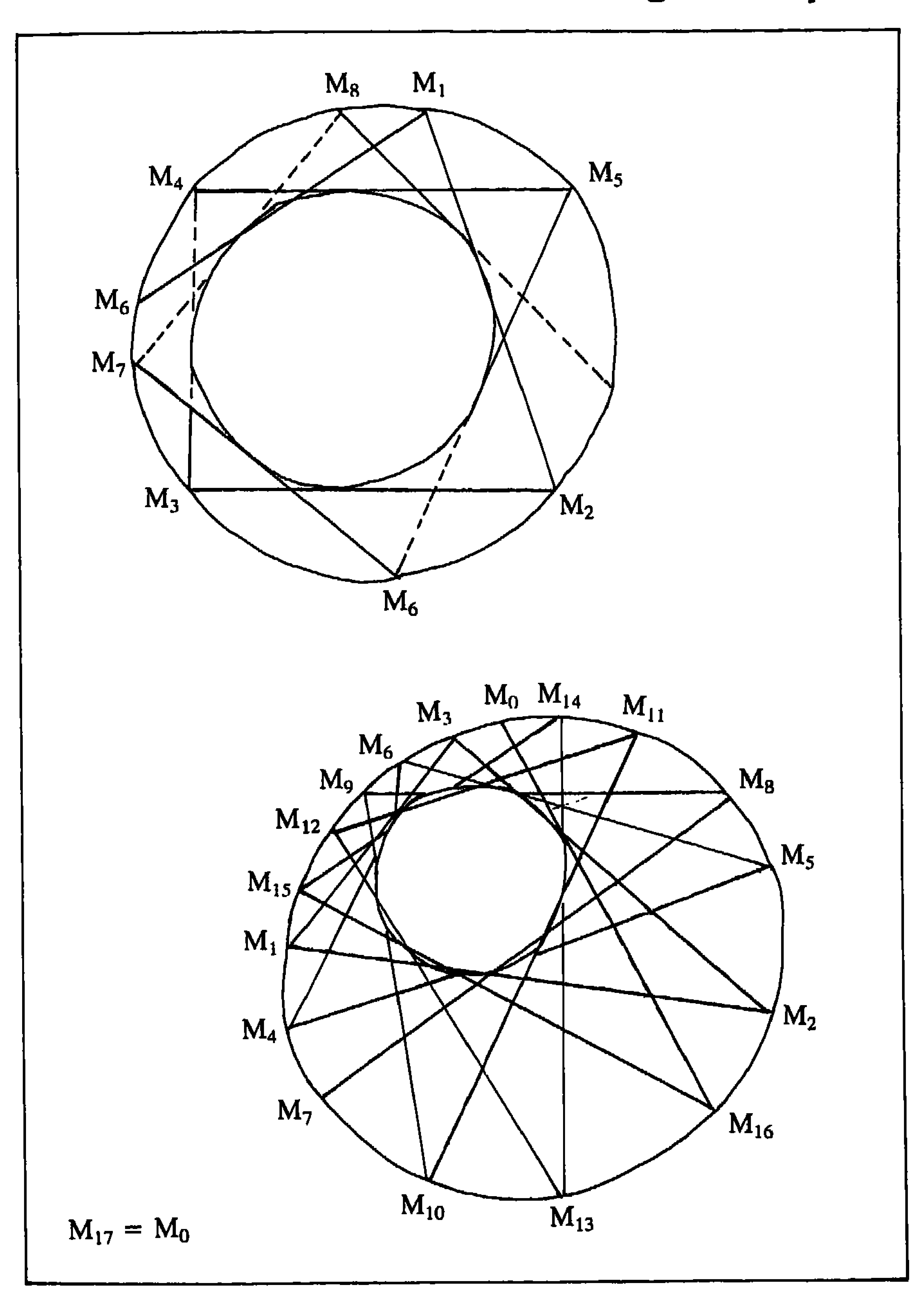
إذا أمكن اشتقاق شكل واحد من شكل آخر بتغيير مستمر وكان للشكل المشتق نفس عمومية الشكل الأصلي فإن أية خاصة للشكل الأول سوف تتحقق من أجل الشكل الثاني.

- **مبرهنة بونسليه:**

إذا رسمنا من نقطة M_0 على دائرة خارجية C مماساً لدائرة داخلية C' وتقاطع المماس مع الدائرة الخارجية في النقطة M_1 وكررنا هذه العملية لنحصل على متتالية النقط $M_0,M_1,M_2,\dots,M_n,\dots$ فنحن أمام احتمالين:

الأول: إما أن يكون هناك N بحيث يكون $M_0 = M_{N+1}$.

الثاني: أن تبقى المتتالية $M_0, M_1, \ldots, M_n, \ldots$ للنقط على محيط الدائرة دون أن يلتقي أي مماس مع إحدى هذه النقط.



● متباينة بونسليه:

لتكن f(x) دالة حقيقية مستمرة ومحدبة في الفترة a,b عندئذ

$$(b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) \le \int_a^b f(t)dt \le (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$$

بونياكوفسكي فيكتور ياكوفليفيتش

BUNIAKOVSKI (or BOUNIAKOWSKY) VICTOR JAKOWLEWITSCH (1804-1899)

رياضي روسي اشتغل بالاحتمال.

● **متباينة بونياكوفسكي:**

انظر شڤارتس ـ متباينة شڤارتس.

بونيه، بيير أوسيان

BONNET, PIERRE OSSIAN (1819-1892)

عالم فرنسي اشتغل بالتحليل والهندسة التفاضلية.

● **مبرهنة القيمة الوسطى لبونيه:**

انظر وسط. مبرهنات القيمة الوسطى (أو قوانين الوسط) للتكاملات.

بوهر، هارولد

BOHR, HAROLD (1887-1951)

عالم دانماركي اشتغل بالتحليل، نظرية الأعداد، نظرية التجميعية، متسلسلة ديريخليه، دوال زيتا. هو مؤسس نظرية الدوال قرب الدورية.

انظر دوري ـ دالة قرب الدورية.

وهذا العالم هو شقيق الفيزيائي المعروف نييل بوهر.

بويل، روبرت

BOYLE, ROBERT (1627-1691)

كيميائي وفيلسوف بريطاني.

● **قانون بويل:** عند درجة حرارة معطاة يكون حاصل ضرب حجم الغاز بالضغط ثابتاً.

ويعرف هذا القانون أيضاً بقانون بويل وماريوت، وهو صحيح تقريباً إذا كان الضغط معتدلاً.

بيان GRAPH

والبيان رسم معين يعبر عن علاقة دالية. ويعرف بيان الدالة f بأنه مجموعة الأزواج المرتبة (x,f(x)) حيث x عنصر في مجال الدالة و f(x) صورة العنصر.

(1) ويكون بيان المعادلة الخطية من الدرجة الأولى $Ax + By + C = 0$ حيث A و B و C ثوابت (a) خطاً مستقيًا في المستوى أو (b) مستوياً في الفضاء.

(2) أما بيان المعادلة في متغيرين فيكون (a) منحن في المستوي أو (b) أسطوانة في الفضاء.

فمثلاً بيان المعـادلة $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ يكـون قطعـاً ناقصـاً في المستوي أو أسطوانة ناقصية في الفضاء.

(3) وبشكل عام فإن بيان المعادلة في ثلاثة متغيرات يكون سطحاً يحتوي على جميع النقاط في الفضاء والتي تحقق تلك المعادلة.

(4) أما بيان مجموعة من المعادلات الآنية فهو إما أن يكون (1) بيان جميع هذه المعادلات مبيناً تقاطعها أو أن (2) يكون تقاطع بيانات هذه المعادلات.

- **الأعمدة البيانية:**

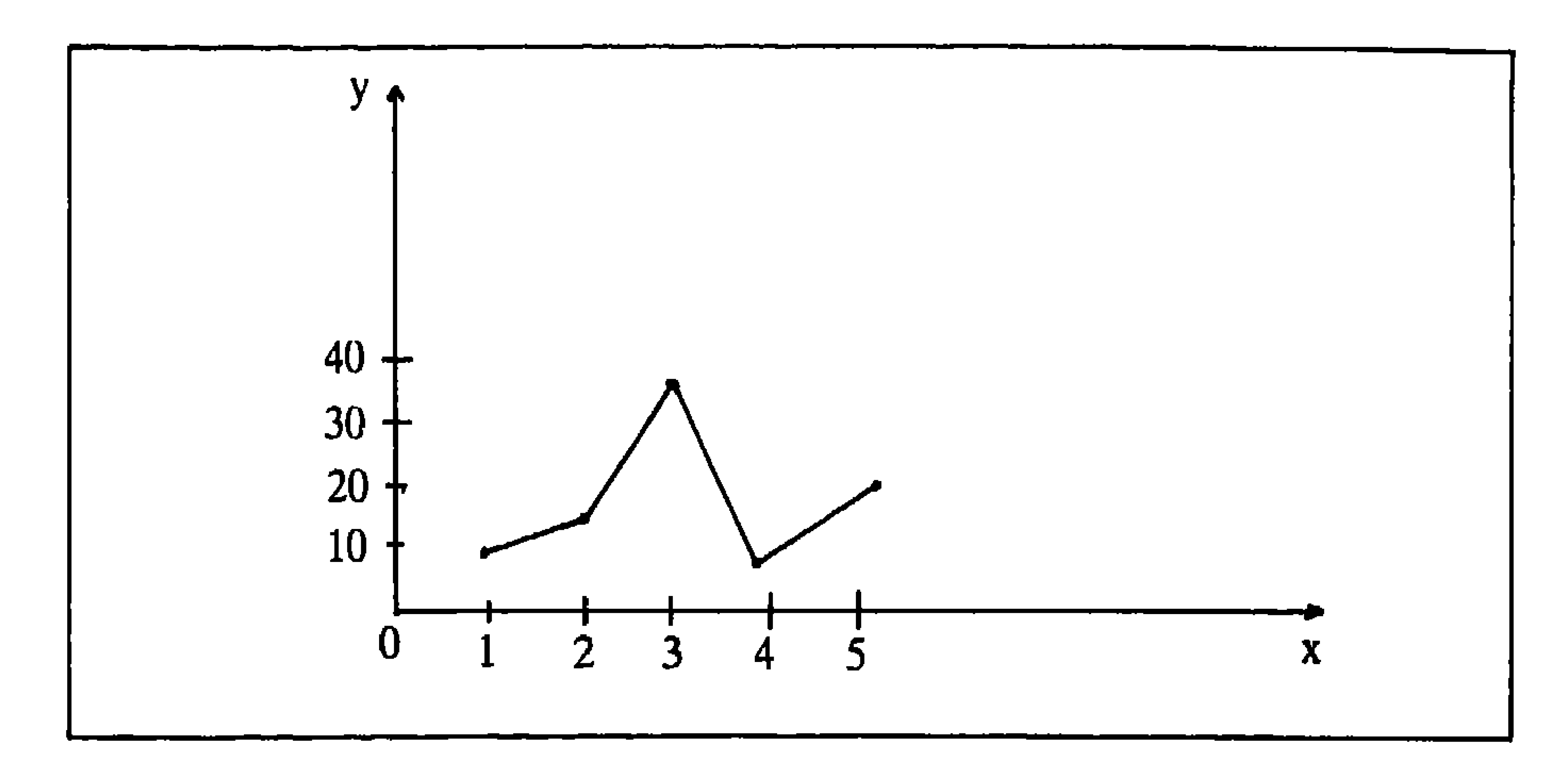
هو بيان يتكون من قضبان أطوالها متناسبة مع كميات معينة معطاة في مجموعة من المعطيات.

بيان الخط المنكسر:

هو بيان يتشكل من قطع مستقيمة توصل بين النقاط التي تمثل معطيات معينة.

ففي الشكل يمثل محور x الأيام في فترة معينة أما محور y فيمثل درجات الحرارة.

ويمثل البيان أعلى درجة حرارة لكل يوم من الأيام المعينة.



● **البيان الدائري:**

هو بيان على شكل قرص للمقارنة بين الجزء والكل لمعطيات معينة. وتمثل مساحة الدائرة الكل وأما الأجزاء فتمثلها قطاعات من الدائرة.

PEANO, GIUSEPPE (1858-1932) — **بيانو (جيوسيب)**

هو رياضي إيطالي انصب اهتمامه في حقول المنطق والتحليل والهندسة.

● **مصادرات بيانو:** انظر عدد صحيح.

● **فضاء بيانو:**

هو فضاء طبولوجي هاوسدورفي X بحيث يوجد دالة مستمرة وغامرة $f:[0,1]\to X$ (أي أن $f([0,1]) = X$).

ويكون الفضاء الطبولوجي الهاوسدورفي X فضاء بيانو إذا وفقط إذا كان X متراصاً ومتصلاً محلياً ويقبل مقاساً وغير خال. ويكون فضاء بيانو كذلك متصلاً قوسياً. ويسمى أحياناً بمنحنى بيانو.

GRAPHICAL, or GRAPHIC — **بياني**

هو شيء يتعلق بالبيانات أو الرسم السلمي.

وبعبارة أخرى فإننا نستخدم الرسم السلمي في العمل البياني بدلاً من الطرق والأدوات الجبرية.

● **الحل البياني:**

هو حل نحصل عليه بالطرق البيانية أو الهندسية.

فمثلاً بالإمكان إيجاد جذر المعادلة $f(x) = 0$ (بالتقريب) برسم بيان الدالة $f(x)$ وإيجاد نقاط تقاطعه مع محور x.

مثال: لإيجاد حل المعادلة $e^x = 5+1nx$ بيانياً فإننا نرسم بياني الدالتين $y = 1nx+5$ و $y = e^x$ ثم نوجد نقاط تقاطع البيانين.

بيانيمي، ارينيه جول — BIENAYME (1796-1878)

عالم احتمال فرنسي.

● **متباينة بيانيمي ــ تشبيشيف (في الإحصاء):**

انظر تشبيشيف ــ متباينة تشبيشيف.

بيتا — BETA

هو الحرف الثاني في الأبجدية اليونانية ويكتب بالشكل الصغير والكبير β .B.

● **معامل بيتا:**

انظر ارتباط ــ ارتباط متعدد.

● **توزيع بيتا:**

نسمي المتغير العشوائي X متغير بيتا العشوائي أو نقول إن له توزيع بيتا إذا كانت الفترة $(0,1)$ مجالاً له وكان هناك عددان موجبان α,β بحيث تحقق دالة كثافة الاحتمال f المعادلة التالية:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}$$

حيث Γ هي دالة غاما و B دالة بيتا. إذا كان m يعني الوسط و v التباين فإننا نحصل على:

$$m = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

$$v = \alpha\beta/[(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)]$$

أما العزم من المرتبة k حول الصفر فيساوي $\frac{B(\alpha+k, \beta)}{B(\alpha, \beta)}$ إذا كان F متغيراً عشوائياً من F وله (m, n) درجة حرية فإن $X = nF/(m+nF)$ هو متغير بيتا العشوائي بحيث تكون $\alpha = \frac{1}{2}n, \beta = \frac{1}{2}m$.

● **دالة بيتا:**

هي الدالة المعرفة كما يلي:

$$\beta(m, n) = \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1}\, dx$$

ويكون كل من m و n موجباً. كما يمكن تعريف B(m, n) بدلالة دالة غاما كما يلي:

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$

انظر غاما ـ دالة غاما.

نعرف دالة بيتا غير التامة بالشكل:

$$\beta_x(m, n) = \int_0^x t^{m-1} (1-t)^{n-1}\, dt$$

وهي مساوية للدالة:

$$m^{-1}x^mF(m, 1-n, m+1; x)$$

حيث F هي الدالة الفوهندسية.

● **وزن بيتا:**

انظر ارتباط ـ ارتباط...

YATES, FRANK (1902-) بيتس (فرانك)

إحصائي إنكليزي أسهم في موضوع المعاينة، وموضوع التصميم التجريبي وموضوع الإحصاء اللاوسيطي. كذلك أسهم في تطبيقات الحاسب.

● **تصحيح ييتس للاستمرارية:**

إذا كان عدد التكرارات صغيراً في جدول توافق من 2x2 فإن توزيع مربع كاي سوف لا يكون تقريباً جيداً لتوزيع إحصاءة مربع كاي (إحصاء مربع كاي هي $X^2 = \sum_{i=1}^{4} (O_i-E_i)^2/E_i$) حيث O_i و E_i يمثلان التكرار المشاهد والتكرار المتوقع في الخلية i). ولقد اقترح ييتس استخدام إحصاءة مربع كاي المصححة:

$$X = \sum_{i=1}^{4} (|O_i-E_i|-½)^2/E_i$$

انظر **كاي** ـ اختبار مربع كاي.

BIRKHOFF, GEORGE DAVID (1884-1944) بيرخوف، جورج دافيد

عالم أميركي بارز اشتغل بالطوبولوجيا والتحليل والرياضيات التطبيقية، له إنجازاته في حقول تلوين الخرائط، حسبان التغيرات والأنظمة الديناميكية، أثبت مبرهنة بوانكاريه الأخيرة حول النقاط الثابتة في الحلقة.

انظر **مسراني** ـ نظرية المسرانية، **بوانكاريه** ـ مبرهنة بوانكاريه، بيرخوف حول النقاط الثابتة.

PEARSON, KARL (1857-1936) بيرسون (كارل)

إحصائي إنكليزي. يعتبر من أوائل مؤسسي علم الإحصاء. أسهم بصورة خاصة في تطوير نظرية الترابط. أوجد اختبار مربع كاي.

انظر **كاي** ـ اختبار مربع كاي.

● **معامل بيرسون:** انظر **ارتباط** ـ معامل الارتباط.

تصنيف بيرسون للتوزيعات التكرارية مجموعة دوال الكثافة الاحتمالية $y = f(x)$ التي تحقق المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y\,(x+a)}{b_o+b_1x+b_2x^2}$$

تسمى نظام بيرسون للتوزيعات التكرارية أو نظام بيرسون للمنحنيات التكرارية. إذا علمت العزوم الأربعة الأولى لدالة كثافة احتمالية في نظام بيرسون فإنه من الممكن تعيين الدالة وتحديد قيم الثوابت a و b_o و b_1 و b_2. وتصنف دوال نظام بيرسون حسب طبيعة أصفار $b_o+b_1x+b_2x^2$ إذا كان $b_1 = b_2 = 0$ و $b_o = -\sigma^2$ فينتج توزيع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2.

البيروني

هو محمد بن أحمد أبو الريحان البيروني الخوارزمي، ولد سنة 973 ميلادية وتوفي سنة 1048 ميلادية، واشتغل بالرياضيات والفلك والفيزياء والتاريخ والجغرافية والفلسفة، وقد كان يتقن من اللغات السريانية والسنسكريتية والفارسية والعبرية والهندية بالإضافة إلى اللغة العربية. عاش فترة طويلة من حياته في الهند فجمع الكثير عن حضارة الهنود وتراثهم وعلومهم في كتابه «الهند» وتعرف الغرب على هذه العلوم فيما بعد عن طريق العرب. ويرجع الفضل في ذلك إلى البيروني. كان خبيراً في علم المثلثات فعرف مثلاً قانون تناسب الجيوب ووضع بالتعارف مع آخرين جداول رياضية للجيب والظل. كما بحث في الفيزياء والميكانيك وبحث في تقسيم الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية.

أما في الفلك فقد طرح مشكلة جريئة هي ما إذا كانت الأرض تدور حول محورها لكنه لم يجد إجابة شافية على تساؤلاته، ويعد كتابه «كتاب التفهيم لأوائل صناعة التنجيم» أشهر كتاب ظهر في عصره، وفيه كثير من البحوث في الهندسة والحساب والجبر وهيئة العالم وأحكام النجوم. أما في كتابه «الأسطرلاب» فقد وضع البيروني قاعدة لحساب محيط الأرض وتسمى حتى

اليوم في أوروبا بقاعدة البيروني. وللبيروني أكثر من مئة وعشرين مؤلف من أشهرها كتاب «الآثار الباقية عن القرون الخالية»، وفيه ذكر لتقاويم الشعوب وجداول تفصيلية للأشهر الفارسية والرومية والهندية والعبرية والتركية وكيفية استخراج هذه التواريخ بعضها من بعض. كما أوضح في أحد فصول هذا الكتاب أصول الرسم على سطح الكرة. وله أيضاً «كتاب مقاليد علم الهيئة وما يحدث في بسيطة الكرة» وفيه بحث في شكل الظل، ونذكر من مؤلفاته الأخرى على سبيل المثال: كتاب القانون المسعودي في الهيئة والنجوم، كتاب استيعاب الوجوه الممكنة في صفة الأسطرلاب، كتاب استخراج الأوتار في الدائرة بخواص المنحنى فيها، كتاب العمل بالاسطرلاب، كتاب أفراد المال في أمر الظلال، كتاب التطبيق إلى تحقيق حركة الشمس، كتاب في تحقيق منازل القمر، تمهيد المستقر لتحقيق معنى الممر، كتاب استشهاد باختلاف الأرصاد، كتاب مفتاح في علم الهيئة، كتاب تحديد نهايات الأماكن لتصحيح مسافات المساكن، مقالة في تعيين البلد من العرض والطول كليهما، كتاب إيضاح الأدلة على كيفية سمت القبلة، كتاب امتحان الشمس، كتاب جدول التقويم، كتاب كروية السماء، كتاب المسائل الهندسية، كتاب مواقع السمت، وغيرها.

بيزوت، اتيين — BEZOUT, ETIENNE (1730-1783)

عالم فرنسي اشتغل بالتحليل والهندسة.

- **مبرهنة بيزوت:**

إذا لم يكن لمنحنيين جبريين في مستويين درجتهيما m و n أي مركبة مشتركة فإنه يجب أن يكون لهما mn نقطة تقاطع بالضبط. (عندما تحسب نقاط التقاطع فإننا نعد النقاط المضاعفة حسب درجة تضاعفها كما نعد أيضاً نقاط التقاطع التي تحدث عند اللانهاية.

انظر احداثيات ـ احداثيات متجانسة وإسقاطي ـ مستوى إسقاطي).

أما إذا كنا في فضاء إقليدي بعديته n وكان لدينا p فوسطحا درجاتها $d_1, d_2, \ldots, d_p$ وبينها عدد منته من النقاط المشتركة فإنه يوجد على الأكثر

$d_1d_2...d_p$ نقطة مشتركة. (ويكون العدد $d_1d_2...d_p$ بالضبط إذا أردنا أن نعد النقاط عند اللانهاية وتمكّنا من تعريف التضاعف بشكل مناسب وحسبنا نقاط التقاطع إلى درجة تضاعفها).

بيضوي OVAL

هو منحنى يشبه مقطعا لبيضة، وهو المنحنى الذي تقعره دوماً باتجاه مركز ثابت.

- **بيضوي كاسيني:**

انظر كاسيني.

بيكار (شارل اميل) PICARD, CHARIES EMILE (1856-1941)

هو عالم فرنسي في التحليل ونظرية الرمز والهندسة الجبرية.

- **طريقة بيكار:**

هو طريقة تكريرية لحل المعادلات التفاضلية وتعتمد هذه الطريقة على أن حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ والمار بالنقطة (x_o, y_o) يحقق المعادلة:

$$y(x) = y_o + \int_{x_o}^{x} f[t, y(t)]dt \qquad (\star)$$

من هذه المعادلة نعرف متتالية دالية $y_o, y_1(t), y_2(t), \ldots$ من العلاقة:

$$y_n(x) = y_o + \int_{x_o}^{x} f[t, y_{n-1}(t)]dt$$

وبوضع بعض الشروط على $f(x, y)$ نضمن أن المتتالية $y_o, y_1(t), y_2(t), \ldots$ تتقارب إلى دالة $y(t)$ تحقق المعادلة $(\star)$.

ويمكن تطبيق طريقة بيكار على جمل (المجموعات) المعادلات التفاضلية من المرتبة الأولى أو من مراتب عليا.

- **مبرهنات بيكار:**

(I) إذا كانت f دالة صحيحة لا تساوي مقداراً ثابتاً فإن f تأخذ أية قيمة

عقدية منتهية ما عدا واحدة على الأكثر مثل $f(z) = e^z$ حيث تأخذ f جميع القيم ما عدا الصفر.

(II) انظر منفرد ــ نقطة منفردة لدالة تحليلية.

BAKER, ALAN (1939-) **بيكر الان**

رياضي إنكليزي حائز على ميدالية فيلدز (1970) طور مبرهنة غليفوند ــ شنايدر مثبتاً أن $\alpha_1^{\beta_1} \alpha_2^{\beta_2} \ldots \alpha_k^{\beta_k}$ متسام إذا كانت $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ أعداداً جبرية (غير (0, 1) وكانت $\beta_1, \ldots, \beta_k$ مستقلة خطياً، جبرية وصماء.

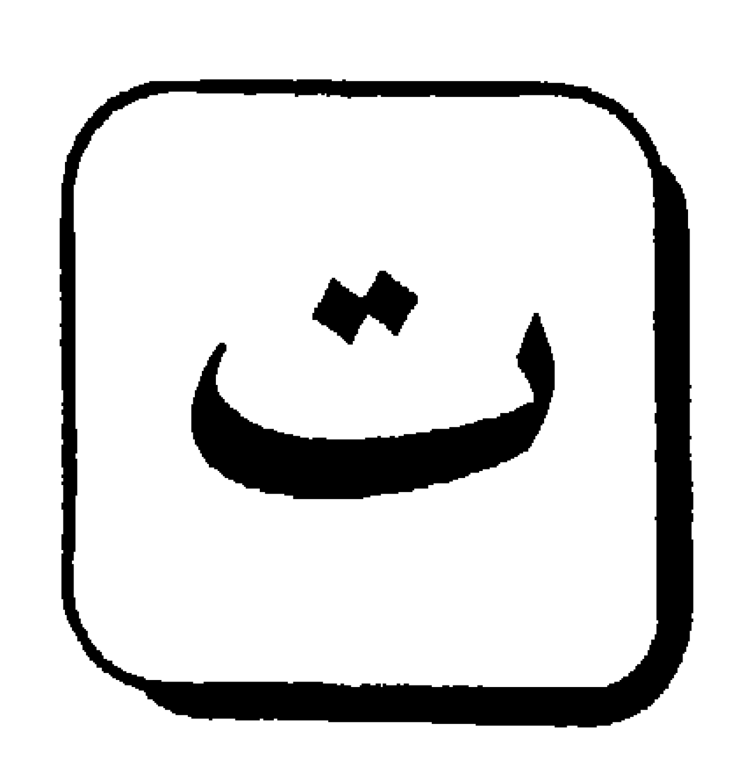
BETWEEN **بين**

تستعمل هذه الكلمة في الرياضيات بمعنى مشابه لاستعمالاتها اللغوية. مثلاً إذا كان a, c عددين بحيث يكون $a<c$ نقول إن b بين a و c إذا كان $a<b<c$ في الهندسة، إذا كانت النقاط المختلفة A, B, C واقعة على خط فإننا نقول إن B هي بين A و C إذا كانت B و C تقعان على نفس الجانب من A

A B C

وكانت A و B على نفس الجانب من C. من المعروف أن المدخل الحديث للهندسة حسب موضوعات هيلبرت يعتبر «بين» كلمة غير معرفة ثم يأتي تعريف «الجانب» بعد ذلك بناء عليها.

نقول إن المجموعة S هي بين المجموعتين R و T إذا كان $R \subset S \subset T$ ومن الممكن أن تكون S مساوية لإحدى المجموعتين T, R.



DEPENDENT — تابع

● المعادلات التابعة:

تكون المعادلة تابعة لمجموعة من المعادلات إذا كانت مجموعة الحل لمجموعة المعادلات هي مجموعة الحل لتلك المعادلة.

فمثلاً لنفرض أنه لدينا ثلاث معادلات خطية في مجهولين بشرط أن يكون بيانها ثلاثة خطوط متلاقية وبيان اثنتين منها غير متطابقين فتكون المعادلة الثالثة تابعة للمعادلتين الأوليتين. وبالرمز إذا كانت المعادلات الخطية $a_3x+b_3y = 0,\ a_2x+b_2y = 0, a_1x+b_1y = 0$ تحقق الشروط المذكورة أعلاه، فإن:

$$a_3x + b_3y = (a_2x + b_2y) + \lambda\ (a_1x + b_1y)$$

حيث λ عدد حقيقي معين. ويتضح لنا أن أي حل للمعادلتين الأوليتين هو حل للمعادلة الثالثة. ونقول أن مجموعة من المعادلات (لا يشترط أن تكون كلها مختلفة) تابعة إذا كانت إحدى المعادلات في المجموعة تابعة لبقية المعادلات. وفي هذه الحالة فإننا نهمل المعادلة التابعة عند حل هذه المجموعة من المعادلات.

● حدث تابع: (غير مستقل)

أنظر حدث.

● الدوال التابعة:

هي مجموعة من الدوال (لا يشترط أن تكون كلها مختلفة) أحد عناصرها يمكن التعبير عنه كدالة في بقية العناصر الأخرى في المجموعة.

فـمـثـلاً إذا كـانـت $v = u \sin u$ وكـانـت $v(x,y) = \sin \frac{x+1}{y+1}$ و $u(x,y) = \frac{x+1}{y+1}$ فإن المجموعة $\{u,v\}$ هي مجموعة من الدوال التابعة.

ولنعط مثالاً آخر لمجموعة مكـونة من دالتـين متطابقتـين $f_1(x) = x^2$ و $f_2(x) = x^2$ لكل x من الواضح أن الدالتين f_1 و f_2 تابعتان.

والدوال غير المستقلة هي دوال تابعة.

انظر مستقلة.

- **المتغير التابع:**

انظر دالة ـ دالة بمتغير واحد.

- **تابع خطياً** (مرتبط خطياً):

نقول إن مجموعة الكائنات $z_1, z_2, ..., z_n$ (متجهات، مصفوفات، كثيرات حدود، . . .) من فضاء المتجهات V على مجموعة معينة F (وفي العادة تكون F مجموعة الأعداد الحقيقية أو الأعداد العقدية) إذا كان:

$$a_1z_1 + a_2z_2 + ... + a_nz_n = \theta$$

حيث يكون θ هو صفر الفضاء V وتكون $a_1, a_2, ..., a_n$ عناصر في F ليست كلها أصفاراً في F.

ومن الواضح أن التبعية تعتمد على طبيعة المعـاملات $a_1, a_2, ..., a_n$ المسموح باستخدامها. ويقال ان مجموعة الكائنات مستقلة خطياً إذا كانت غير تابعة خطياً، فمثلاً ثنائيتا الحد $x+2y, 3x+6y$ تابعتان (مرتبطتان) خطياً لأن $-3(x+2y) + (3x+6y) \equiv 0$ أما العددان 3 و π فهما مستقلان خطياً بـالنسبة لمجموعة الأعداد المنطقة (أي أن F هي الأعداد المنطقة في هذه الحالة). والسبب يرجع إلى أنه لا يوجد عددان منطقان a_1 و a_2 ليسا صفراً بوقت واحد بحيث يكون $a_1.3+a_2\pi = 0$، أما بالنسبة لمجموعة الأعداد الحقيقية فالعددان 3 و π تابعان خطياً لأن $-1.3+(3/\pi)\pi = 0$. وبالمثل يكون العددان العقديان $1+i$ و $3-5i$ مستقلين خطياً بالنسبة لحقل الأعداد الحقيقية ولكنهما تابعان (مرتبطان) خطياً بالنسبة لحقل الأعداد العقدية.

لنفرض المجموعة $\{v^1, v^2, \ldots, v^r\}$ من المتجهات (أو النقاط) في فضاء بعديته n، أي أن $v^k = \{x_1^k, x_2^k, \ldots, x_n^k\}$، $k = 1, 2, \ldots, r$ فإن هذه المجموعة تكون تابعة خطياً إذا وجدت أعداد $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r$ ليست كلها أصفاراً بحيث يكون $\lambda_1 v^1 + \lambda_2 v^2 + \ldots + \lambda_r v^r = 0$، وهذا يعني أن هناك معادلة مماثلة لكل مركبة: $\lambda_1 X_p^1 + \lambda_2 X_p^2 + \ldots + \lambda_r X_p^r = 0$ لكل p.

انظر **غرامي ورونسكي ـ الرونسكي**.

TARTAGLIA, NICCOLO (1500-1557) | **تارتاغليا (نيكولو)**

لغوي ورياضي وفيزيائي إيطالي. ولقد استطاع حل المعادلة التكعيبية المختزلة في متغير واحد حوالي عام 1541. وقد تكون معرفته للحل هذا ناتجة من تسلمه تلميحاً بالحل السري للمعادلة: $x^3 + mx = n$

حيث m و n موجبان من قبل فرّو.

انظر **كاردان وفرّو**.

TARSKI, ALFRED (1902-) | **تارسكي (ألفريد)**

رياضي بولندي ـ أميركي اختص بالجبر والتحليل والمنطق وفي ما وراء الرياضيات.

- **محيرة بناخ وتارسكي**: انظر **بناخ**.

تافه

انظر **رزمة تافهة**؛ انظر **رزمة**.

TRIVIAL | **تافه**

- **حلول تافهة لجملة معادلات خطية متجانسة**:

حلول تكون فيها قيمة كل من المتغيرات مساوية للصفر. وتسمى هذه الحلول تافهة لأنها حلول لأية جملة معادلات خطية متجانسة.

والحلول غير التافهة هي التي تكون فيها قيمة متغير واحد على الأقل غير مساوية لصفر.

انظر اتساق ـ اتساق المعادلات الخطية.

تال **SUCCESSOR**

العدد التالي لعدد صحيح n هو العدد $n+1$.

انظر عدد صحيح.

تال **CONSEQUENT**

---

(1) التال في النسبة هو الحد الثاني، أي هو الكمية التي نريد أن نقارن الحد الأول بها، أي القاسم.

مثلاً في النسبة $\frac{2}{3}$ التال هو العدد 3 أما عدد 2 فيسمى المقدم.

(2) انظر اقتضاء.

تآلفي **AFFINE**

● تحويل تآلفي:

(1) هو تحويل من الشكل $x^1 = a_1x+b_1y+c_1,\ y^1 = a_2x+b_2y+c_2$ بحيث يكون:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$$

(2) هو تحويل كما في (1) فيما عدا أننا في هذه الحالة نسمح بأن يكون معين المعاملات صفراً، ونسمي التحويل في هذه الحالة منفرداً أما إذا كان المعين لا يساوي صفراً فيسمى التحويل لا منفرداً. ولنستعرض بعض الحالات المهمة عندما تكون $\Delta \neq 0$:

(a) الانسحابات $(x^1 = x+a,\ y^1 = y+b)$.

(b) التدويرات $(x = x \cos\theta + y \sin\theta,\ y^1 = -x \sin\theta + y \cos\theta)$.

(c) تحويلات المط والانكماش $(x^1 = kx,\ y^1 = ky)$، وتسمى هذه أيضاً تحويلات الشبه والتحاك.

(d) الانعكاسات: ويعطى الانعكاس بالنسبة للمحور ox بواسطة التحويل $(x^1 = x,\ y^1 = -y)$ أما الانعكاس بالنسبة للمحور oy فيعطى بواسطة $(x^1 = -x,\ y^1 = y)$.

(e) تحويلات الانضغاط البسيط والاستطالة البسيطة:

$$(x^1 = kx,\ y^1 = y \qquad x^1 = x,\ y^1 = ky)$$

(f) تحويلات القص البسيط:

$$(x^1 = x + ky,\ y^1 = y \qquad x^1 = x,\ y^1 = kx + y)$$

يأخذ التحويل التآلفي الخطوط المتوازية إلى خطوط متوازية والنقاط المنتهية إلى نقاط منتهية، أما الخط المثالي (عند اللانهاية) فيبقى ثابتاً. ونستطيع دائماً، أن نحلل التحويل التآلفي إلى حاصل ضرب (أو إلى تركيب) عدداً من التحويلات من الحالات الخاصة التي وردت أعلاه.

- **تحويل تآلفي متجانس:**

هو التحويل التآلفي الذي لا يكون في صيغته حدوداً ثابتة، وهو بذلك تحويل تآلفي لا تدخل في تركيبه أية انسحابات، وتكون صيغته:

$$x^1 = a_1x + b_1y,\quad y^1 = a_2x + b_2y,\quad \Delta \neq 0$$

- **تحويل تآلفي متزاو:**

هو تحويل تآلفي يحافظ على قيمة الزوايا، أما صيغته فهي:

$$x^1 = a_1x + b_1y + c_1,\quad y^1 = a_2x + b_2y + y + c_2$$

بحيث يتحقق أحد الاحتمالين:

الأول: $a_1 = b_2,\ a_2 = -b_1$

والثاني: $a_1 = -b_2,\ a_2 = b_1$

● **استقراء تام:**

انظر استقراء ــ استقراء رياضي.

● **حقل تام:**

انظر حقل.

● **سلّم تام:**

انظر سلم ــ سلم عقدي.

● **شبكية تامة:**

انظر شبكية.

● **فضاء تام:**

نقول عن فضاء مقاسي أنه تام إذا كانت كل متتاليات كوشي التي في الفضاء تتقارب إلى نقاط في الفضاء.

انظر متتالية ــ متتالية كوشي.

إن فضاء الأعداد الحقيقية وفضاء الأعداد العقدية أمثلة على الفضاء المقاسي التام. وكمثال على فضاء مقاسي غير تام نأخذ فضاء الدوال المستمرة المعرفة على الفترة [0,1] وتكون المسافة بين دالتين f,g هي:

$$\int_0^1 |f-g| \, dx$$

والسبب هو أن المتتالية $f_1, f_2, f_3, \ldots$ المعرفة كما يلي:

$$f_n(x) = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant \tfrac{1}{2}$$

$$f_n(x) = (x - \tfrac{1}{2})^{\frac{1}{n}} \quad \tfrac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1$$

لا تتقارب إلى دالة مستمرة.

نقول عن فضاء طوبولوجي أنه تام طوبولوجياً إذا كان متماثلاً استمرارياً مع فضاء مقاسي تام.

نقول عن مجموعة جزئية في فضاء مقاسي تام أنها تامة طوبولوجياً إذا وفقط إذا كانت مجموعة جزئية من G_δ.

أنظر بوريل ــ مجموعة بوريل.

● **الفضاء الطوبولوجي الخطي التام:**

هو فضاء طوبولوجي خطي بحيث تكون كل من شبكات كوشي متقاربة إلى نقطة في الفضاء، علمًا بأن شبكة كوشي هي شبكة $\{x_\alpha\}$ بحيث تتقارب $\{x_\alpha - x_\beta\}$ إلى الصفر، وأن x_α هي نقطة في الفضاء لكل عنصر α في مجموعة موجهة معطاة.

انظر مور ــ تقارب مور ــ سميث.

● **نظام تام من التمثيلات لزمرة:**

انظر تمثيل ــ تمثيل زمرة.

● **نظام تام من الدوال:**

انظر متعامد ــ دوال متعامدة.

TAWBER ALFTED (1866-   ) **تاوبر، ألفريد:**

رياضي نمساوي اختص بالتحليل. أستاذ في جامعة وين (1919-1933).

● **مبرهنة تاوبر:**

هي مبرهنة تؤدي إلى إثبات وجود نوع من النهايات لصنف معين من الدوال. وهذا يتضمن كل مبرهنة تثبت شرطاً كافياً لتقارب متسلسلة يعرف أنها قابلة للجمع بإحدى طرق التجميع المعروفة. ومبرهنة تاوبر لهذا النوع من النهايات تنص على ما يلي:

إذا كـان $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ حـيـث $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$ و $\lim_{n\to 1} f(x) \to S$

(بشرط $x<1$) فإن $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ تكون متسلسلة متقاربـة مجموعها S.

انظر آبل ــ طريقة آبل التجميعية.

TAYLOR, BROOK (1685-1721) **تايلور (بروك)**

هو عالم إنجليزي في التحليل والهندسة، نشر عدة كتب في حسبان الفروق المنتهية والرسم المنظوري.

● صيغة تايلور:

هي الصيغة المبينة في مبرهنة تايلور.

● مبرهنة تايلور:

هي مبرهنة تعطي عبارة تقريبية بواسطة كثيرات الحدود لـدالة $f(x)$ كما تعطي هذه المبرهنة تقييمًا لأخطاء التقريب.

لتكن $f(x)$ دالة معرفة في الفترة المفتوحة $I = (a-r, a+r)$، $0 \leq r < \infty$ بحيث تكون مشتقات f حتى المرتبة n موجودة ومستمرة على I عندئذٍ فإن الدالة $f(x)$ في أي نقطة x من I يمكن أن تكتب بالصيغة:

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(x) + \frac{(x-a)^2}{2!}f''(x) + \frac{(x-a)^3}{3!}f'''(x) + \ldots + \frac{(x-a)^{n-1}}{(n-1)}f^{(n-1)}(x) + R_n$$

حيث يدعى R_n باقي n حدًّا.

وتعطى قيمة الباقي بعبارات مختلفة تطبق حسب نوع الدالة.

ونورد هنا أربعة أشكال للباقي R_n.

$$R_n = \frac{1}{(n-1)!}\int_a^x (x-t)^{n+1}f^{(n)}(t)dt \qquad (1)$$

(2) شكل لاغرانج:
$$R_n = \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(a+\theta h)$$

(3) شكل كوشي:
$$R_n = \frac{h^n(1-\theta)^{n-1}}{(n-1)!}f^{(n)}(a+\theta h)$$

(4) شكل شلوميلخ:
$$R_n = \frac{h^n}{p(n-1)!}(1-\theta)^{n-p}f^{(n)}(a+\theta h)$$

حيث رمزنا في الأشكال الثلاثة الأخيرة بـ θ على أنه عدد بين 0 و 1 $h = x-a$. ونشير إلى الشكل (4) يؤول إلى (2) و (3) عندما نضع $p = n$ أو $p = 1$.

● متسلسلة تايلور:

إذا كان للدالة $f(x)$ مشتقات من جميع المراتب في الفترة $(a-r, a+r)$ فإن الشرط اللازم والكافي ليكون:

$$f(x) = f(a)+(x-a)f'(a)+\frac{(x-a)^2}{2!}f''(a)+\frac{(x-a)^3}{3!}f'''(a)+\dots$$

من أجل جميع قيم x في الفتــرة $|x - a|<r$ هــو أن تتحقق العــلاقــة $\lim_{n\to\infty} R_n = 0$.

وتسمى هذه المتسلسلة عادة متسلسلة تايلور.

ونؤكد هنا أنه توجد لكل دالة $f(x)$ متسلسلة تايلور شكلية مقابلة إلا أن هذه المتسلسلة لا تمثل الدالة $f(x)$ أي تتقارب إليها إلا إذا تحققت الشروط التي بيناها قبل قليل.

● متسلسلة تايلور لمتغير عقدي:

إذا كانت الدالة $f(z)$ للمتغير العقدي z تحليلية في مجال D وكانت a نقطة من D. فإنه يوجد متسلسلة قوى واحدة تمثـل الدالة $f(z)$ في جميـع نقطة D بالشكل:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n (z-a)^n \quad \text{حيث} \quad b_n = \frac{1}{n!}f^{(n)}(a).$$

ويصح هذا التمثيل في أوسع قرص مفتوح مـركزه a ومحتـوى في D كما يمكن أن نعبر عن $f(z)$ بالعلاقة:

$$f(z) = f(a) + \frac{z-a}{1!}f'(a) + \frac{(z-a)^2}{2!}f''(a) + \dots + \frac{(z-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + R_n(z)$$

حيث:

$$R_n(z) = \frac{(z-a)^{n+1}}{2\pi i}\int_c \frac{f(\zeta)}{(\zeta-a)^{n+1}(\zeta-z)}d\zeta$$

c هنا هي دائرة مركزها a وتقع بكاملها داخل D ونشير هنا إلى أن المعاملات b_n تحقق المتباينة: $|b_n| \leqslant \frac{M}{r_r n}$

حيث M هي القيمة العظمى للدالة $|f(z)|$ على الدائرة $r = |z-a|$.

- **متسلسلة ماك لوران:**

هي حالة خاصة من متسلسلة تايلور يكون من أجلها $\alpha a^1 = 0$.

مثال: إن مفكوك ثنائي الحد للعبارة $(x+a)^n$ هو متسلسلة ماك لوران ويكون $R_{n+1} = 0$ عندما يكون الأس n عدداً صحيحاً.

إذا استطعنا التعبير عن دالة $f(x)$ بمتسلسلة قوى من الشكل:

$$c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + \dots + c_n(x-a)^n + \dots$$

فإن هذه المتسلسلة هي متسلسلة تايلور.

- **متسلسلة تايلور لدوال في متغيرين:**

إذا كان لدالة $f(x,y)$ مشتقات حتى المرتبة $n-1$ في مجال D فإن صيغة تايلور هي:

$$f(x,y) = f(a,b) + [(x-a)\frac{\partial}{\partial x} + (y-b)\frac{\partial}{\partial y}]\, f(a,b) + \dots$$

$$+ [(x-a)\frac{\partial}{\partial x} + (y-b)\frac{\partial}{\partial y}]^{n-1} \frac{f(a,b)}{(n-1)!} + R_n$$

حيث نعني بـ $f(a,b)$ التي تلي القوس المتوسط أن المؤثر الموجود داخل القوس المتوسط يطبق على $f(x,y)$ في النقطة (a,b) وأن القوس $[(x-a)\frac{\partial}{\partial x} + (y-b)\frac{\partial}{\partial y}]^n$. ينشر كما هي الحال في مفكوك ثنائي الحد، على أن نستبدل بالعبارة $(\frac{\partial}{\partial x})^h (\frac{\partial}{\partial y})^k$ العبارة $\frac{\partial^{h+k}}{\partial x^h \partial y^k}$.

كما نعتبر $(\frac{\partial}{\partial x})^0 = (\frac{\partial}{\partial y})^0 = 1$ أما الباقي R_n فهو:

$$R_n = [(x-a)\frac{\partial}{\partial x} + (y-b)\frac{\partial}{\partial y}]^n \frac{f(x_n, y_n)}{n!}$$

حيث $x_n = a+\theta(x-a),\ y_n = b+\theta(y-b)$ و $0<\theta<1$.

كما أن R_n يحقق المتباينة: $R_n \leq M(|x-a| + |y-b|)^n$

حيث M هي القيمة العظمى لجميع المشتقات الجزئية حتى المرتبة n للدالّة f(x,y) في المجال المعتبر D.

أما متسلسلة تايلور الشكلية للدالة f(x,y) فتأخذ الشكل:

$$f(x,y) = f(a,b) + \sum_{n+1}^{\infty} [(x-a)\frac{\partial}{\partial x} + (y-b)\frac{\partial}{\partial y}]^n \frac{f(a,b)}{n!}$$

وتمثل هذه المتسلسلة الدالة f(x,y) إذا وفقط إذا كان $\lim_{n\to\infty} R_n = 0$.

DECELERATION **تباطؤ**

التباطؤ هو تسارع سالب.

انظر تسارع.

DIVERGENCE **تباعد**

هي خاصية عدم التقارب.

انظر متباعد.

- **تباعد دالة متجهة القيمة:**

يعرف تباعد الدالة المتجهة القيمة $F = F_x\vec{i} + f_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ بأنه المقدار $\nabla.F$ حيث ∇ هو المؤثر $\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$ ويعبر عن ذلك رمزاً بالشكل التالي:

$$\nabla.F = \frac{\partial F}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial F}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial F}{\partial z}\vec{k}$$

$$= \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial z} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

وعلى سبيل المثال لنفرض أن الدالة $\vec{F}$ تمثل سرعة سائل عند النقطة P(x,y,z) فإن $\nabla.\vec{F}$ يمثل في هذه الحالة معدل تغير الحجم لوحدة حجم من جزء متناهي الصغر من السائل يحتوي على P.

- **تباعد موتر:**

يعرف تباعد الموتر المخالف التغير في T^i من المرتبة الأولى (أي حقل

متجهي مخالف التغير) بأنه $T,^{i}_{i}$ أو $\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial(T^{i}\sqrt{g})}{\partial x^{i}}$ حيث يطبق **الاصطلاح التجميعي** و g تمثل المعين $|g_{ij}|$ حيث g_{ij} **مقاس الموتر الأساسي** و T,j^{i} المشتق الموافق التغير لـ T^{i}.

أما تباعد **الموتر الموافق التغير** T_i من المرتبة الأولى **(أي حقل متجهي موافق التغير)** فيكون $g^{ij}T_{i,j}$ حيث $T^{i} = g^{ij}T_j$، $g^{ij} = \frac{1}{g}.C_{ji}$، حيث C_{ji} هو متعامل g_{ji} في المعين g.

● **نظرية التباعد:**

لدينا المجموعة V المفتوحة والمحدودة وذات ثلاثة أبعاد والتي حدودها S تكون سطحاً مؤلفاً من عدد منته من العناصر السطحية الملساء. تنص **نظرية التباعد** على أنه تحت شروط معينة على الدالة المتجهة القيمة F يتحقق لدينا:

$$\int_S (F.n)d\sigma = \int_V (\nabla.F)dV$$

حيث n وحدة المتجه الناظمي لـ S والذي يتجه إلى خارج V.

أما F فتمثل تباعد F. أما الشرط الكافي على F فهو أن تكون F مستمرة على $V \cup S$ وأن تكون المشتقات الجزئية ذات المراتب الأولى لمركبات F محدودة ومستمرة على V.

انظر **غرين ـ صيغ غرين**؛ وانظر أيضاً **سطح ـ تكامل على سطح**.

ومن الجدير بالذكر أن نلاحظ أن نظرية التباعد تسمى أحياناً بنظرية غاوس أو نظرية غرين في الفضاء أو نظرية أستروغرادسكي.

تباين (إحصاء) — VARIANCE (STATISTICS)

ليكن X متغيراً عشوائياً ذا توقع رياضي $E(x) = \mu$ منته. نعرف تباين X بأنه العزم الثاني للمتغير حول الوسط μ ونرمز للتباين بالرمز σ^2. أي أن $\sigma^2 = E(X-\mu)^2$ على شرط أن يكون هذا العزم الثاني موجوداً. ويمكن كتابة

التباين بالصيغة المبسطة $\sigma^2 = E(X^2)-\mu^2$. إذا كان X متغيراً عشوائياً مستمراً، فإن تباينه هو:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$$

حيث تمثل $f(x)$ دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير X وعلى شرط أن يكون التكامل موجوداً. أما إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً فإن تباينه هو:

$$\sum_{i=1}^{\infty} (x_i-\mu)^2 f(x_i)$$

حيث تمثل $f(x_i)$ قيمة الدالة الاحتمالية المناظرة للقيم x_i التي يأخذها المتغير العشوائي X.

إن التباين هو أحد المعايير الدالة على مدى تشتت التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي. والتباين هو أصغر قيمة للعزم الثاني حول أية قيمة، أي أن $\min_a E(X-a)^2 = \sigma^2$ ويتضح ذلك من المساواة $E(X-a)^2 = \sigma^2 + (\mu-a)^2$ حيث $(\mu-a)^2 \geqslant 0$ يصبح صفراً عندما $a = \mu$.

(انظر متواز، مبرهنة المحور الموازي).

ويسمى الجذر التربيعي الموجب للتباين σ^2 **بالانحراف المعياري** ويرمز له بالرمز σ. إذا كانت $X_1, X_2, ..., X_n$ عينة عشوائية مسحوبة من توزيع احتمالي ذي تباين σ^2 فإننا نعرف **تباين العينة** بالصيغة $\sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^2 y/(n-1)$، حيث $\bar{X} = \Sigma x_i/n$ هو وسط العينة. ويتميز S^2 بأنه مقدر غير متحيز للتباين σ^2 مهما كان التوزيع الاحتمالي (على شرط كون σ^2 موجوداً).

ويكون S^2 تقديراً غير متحيز أصغري التباين بانتظام للوسيط σ^2 إذا كانت العينة مسحوبة من توزيع طبيعي مجهول الوسط والتباين، كذلك يكون $\bar{X}$ و S^2 متغيرين عشوائيين مستقليين ويتبع $(n-1)S^2/\sigma^2$ توزيع مربع كاي بدرجة حرية $(n-1)$.

انظر غير متحيز، كاي: توزيع مربع كاي.

ويعرّف تباين العينة أحياناً بالصيغة $\sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^2/n$ وهو مقدّر الجوازية

العظمى للتباين σ^2 عندما تكون العينة مسحوبة من توزيع طبيعي مجهول الوسط μ. وبخلاف S^2 فإن $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})^2/n$ مقدّر متحيز للوسيط σ^2. أما إذا كان وسط التوزيع الطبيعي معلوماً ويساوي μ_0 فإن مقدر الجوازية العظمى للتباين σ^2 هو $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2/n$. انظر **جوازية، انحراف، توقع، عزم**.

● **تحليل التباين:**

مجموعة من الأساليب الإحصائية لتحليل مشاهدات التجارب. وقد وضع ر. أ. فيشر المبادىء الأساسية لموضوع تحليل التباين في كتاباته عامي 1925 و 1935.

وأحد أسس تحليل التباين هو تمثيل المشاهدات بشكل نموذج (يسمى **نموذج تحليل التباين**) يكون عبارة عن مجموع مركبات تمثل العوامل المؤثرة على المشاهدات. وأبسط الحالات في **تحليل التباين** هي حالة **تحليل التباين أحادي العامل** حيث يكون الهدف من التجربة هو مقارنة تأثير $j(j \geq 2)$ من المعالجات ويكون تصنيف مشاهدات التجربة حسب هذه المعالجات فقط. ونكتب نموذج تحليل التباين أحادي العامل (يسمى أيضاً **نموذج تحليل تباين أحادي** أو **نموذج تصنيف أحادي**) بشكل:

$$Y_{ij} = \mu+t_j+e_{ij};\ i = 1,2,\ldots,n_i;\ j = 1,2,\ldots,J$$

حيث تمثل y_{ij} بمشاهدة رقم i للمعالجة j. وفي هذا النموذج يكون μ ثابتاً يمثل وسط تأثيرات كل المعالجات ويكون t_j ثابتاً يمثل تأثير المعالجة.

وتخضع الثوابت $t_1,t_2,\ldots,t_j$ للقيد $\sum_{j=1}^{J} t_j=0$. أما e_{ij} فهي متغيرات عشوائية تسمى **أخطاء عشوائية** أو **أخطاء تجريبية** وتمثل تأثير كل العوامل المؤثرة في التجربة والتي لا يمكن السيطرة عليها أو فرزها. ولأغراض التحليل الإحصائي نفترض أن e_{ij} متغيرات عشوائية مستقلة وتتبع نفس التوزيع الطبيعي بوسط صفر وتباين مجهول σ^2. ويكون الهدف الأساسي من التجربة اختبار فرض العدم $H_0{:}t_1 = t_2 = \ldots = t_j$ الذي يدعى بتساوي تأثير المعالجات مقابل الفرض البديل H_1 الذي يدعى بعدم التساوي. وفي هذا النموذج الأحادي نمثل التشتت

الكلي للمشاهدات بمجموع المربعات الكلي $SS_T = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{n_j} (yi_j - \bar{y}_{..})$ الذي يجزأ إلى:

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{n_j} (yi_j - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{j=1}^{J} n_j(y_{\cdot j} - \bar{y})^2 + \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{j} (yi_j - \bar{y}_{.j})^2$$

ويسمى الحد الأول في الطرف الأيمن بمجموع مربعات المعالجات (مجموع مربعات بين المجموعات SS_B) فيما يسمى الحد الثاني مجموع مربعات الخطأ SS_E (أو مجموع مربعات ضمن المجموعات). ويكون $\bar{y}_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{n_j} yi_j/n_j$ و $\bar{y}_{..} = \Sigma\Sigma\, yi_j/\Sigma n_j$.

وهناك صيغ حسابية لمجاميع المربعات كما هو موضح في الجدول التالي (يسمى جدول تحليل التباين) الذي يلخص كل الحسابات والنتائج في التحليل:

جدول تحليل التباين الأحادي

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات SS	الوسط المربعي	نسبة F
المعالجات	$J-1$	$SS_B = \sum_{j=1}^{J} \frac{y^2_{.j}}{n_j} - \frac{y^2_{..}}{n_\cdot}$	$SS_B/(J-1)$	$F = \frac{SS_B/(J-1)}{SS_E/(n_\cdot - J)}$
الخطأ	$n_\cdot - J$	$SS_E = SS_T - SS_B$	$SS_E/(n_\cdot - J)$	
الكلّ	$n_\cdot - 1$	$SS_T = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{n_j} y^2 i_j - \frac{y^2_{..}}{n_\cdot}$		

حيث $n_\cdot = \sum_{j=1}^{J} n_j$ و $y_{..} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{n_j} yi_j$، ويرفض الفرض H_0 بمستوى معنوية α إذا زادت نسبة F عن القيمة الجدولية $f_{1-\alpha}(J-1, n_\cdot - J)$ التي تمثل المئين $(1-\alpha)$ لتوزيع F بدرجات الحرية $(J-1, n_\cdot - J)$.

(1) تنظيم مرتب لكل عناصر أو جزء من عناصر مجموعة معينة. فهناك ست تباديل للمجموعة a, b, c مأخوذة مثنى كل مرة وهي:

ab, ba, ac, ca, bc, cb, ac, bc

وعدد تباديل n من العناصر مأخـوذ r كل مرة هو $n!/(n-r)!$ كما أن عدد تباديل n من العناصر مأخـوذ كله في آن واحد هو $n!$. وإذا كانت المجموعة تحتوي على n_1 من العناصر من نوع واحد و n_2 من العناصر من نوع ثانٍ، n_k من العناصر من نوع k حيث $n_1+n_2+...n_k = n$ فإن عدد تباديل المجموعة مأخوذة كله مرة واحدة هو:

$$\frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}$$

أما إذا سمح بتكرار العنصر أكثر من مرة في التبديلة الواحدة، فإن عدد تباديل n من العناصر مأخـوذ r كل مرة هو n^r. وتعرف التبديلة الدائرية بأنها ترتيب مجموعة من العناصر حول محيط دائرة. وعدد التباديل الدائرية لمجموعة مكونة من n من العناصر هو $(n-1)!$.

(2) عملية إبدال كل عنصر بعنصر آخر أو بنفس العنصر في مجموعة عناصر معينة. فإذا كانت (X_1, X_2, X_3, X_4) مجموعة مرتبة، فإن العملية $\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix}$ هي تبديلة نقوم فيها بإبدال X_1 بالعنصر X_2 وإبدال X_2 بالعنصر X_3 وإبدال X_3 بـالعنصـر X_4 وإبـدال X_4 بـالعنصـر X_3. وتكتب هـذه التبـديلة أيضـاً بشكل (34) (12). أما **التبديلة الدورية** فهي تبديلة تقوم بتقديم كل عنصر من عناصر مجموعة مرتبة رتبة واحدة حيث يأخذ العنصر الأخير محل العنصر الأول. وتعرّف درجة التبديلة الدورية بأنها عدد عناصر المجموعة. ونعرف المناقلة بأنها تبديلة دورية رتبتها 2. ويمكن تحليل كل تبديلة إلى حاصل ضرب عدة مناقلات (حاصل ضرب تبديلتين هو التبديلة الناتجة من تنفيذ التبديلتين على التوالي). مثلاً، التبديلة (abc) يمكن تحليلها إلى (ac)(ab) = (a b c) وتكون التبديلة زوجية

أو فردية إذا أمكن كتابتها بشكل حاصل ضرب عدد زوجي أو فردي من المناقلات، على الترتيب.

لتكن $X_1, X_2, \ldots, X_n$ غير معينات وليكن $D = \prod_{i<j} (X_i - X_j)$ جداء الفروق $x_i - x_j$ حيث $i<j$، فإن تبديلة الأدلة السفلية $1,2,\ldots,n$ تكون فردية أو زوجية تبعاً لتغييرها أو عدم تغييرها إشارة D.

● **زمرة تباديل:**

زمرة عناصرها تباديل حيث يكون حاصل ضرب تبديلتين هو التبديلة الناتجة من تنفيذ التبديلتين على التوالي. فإذا كانت $p_1 = (a\ b\ c)$ تبديلة تأخذ a إلى b و b إلى c و c إلى a وكانت $p_2 = (bc)$ تبديلة أخرى تأخذ b إلى c وتأخذ c إلى b فإن $p_1p_2 = (a\ b\ c)\ (bc) = (ac)$، وهي التبديلة التي تأخذ a إلى c وتأخذ c إلى a. وتسمى الزمرة المؤلفة من كل تباديل n من الحروف **زمرة متناظرة** وتكون رتبتها !n. **والزمرة المتفاوتة** هي الزمرة الجزئية التي تحتوي على كل التباديل الزوجية في الزمرة المتناظرة وتكون رتبة هذه الزمرة المتناوبة n!/2. وتسمى زمرة التباديل ذات الرتبة n والمعرفة على n من الحروف **زمرة نظامية**.

انظر **زمرة وتبديل وتناظر**: زمرة تناظرات.

● **مصفوفة تباديل:**

مصفوفة التباديل المناظرة للتبديلة التي تأخذ $X_{i'}$ إلى X_i في المجموعة $X_1, X_2, \ldots, X_n$ هي المصفوفة المربعة (nxn) التي تكون فيها جميع عناصر العمود (لأجل كل i) أصفاراً فيما عدا العنصر الواقع في الصف i' الذي يساوي واحداً. وتكون أية زمرة تباديل متماثلة مع زمرة مصفوفات التباديل المناظرة. وبصورة عامة، فإن مصفوفة التباديل هي أية مصفوفة مربعة تكون عناصرها في أي عمود (أو صف) أصفاراً فيما عدا عنصر واحد يساوي 1.

تبديلي COMMUTATIVE

نقول عن طريقة لتركيب أزواج من الكائنات أنها تبديلية إذا كانت نتيجة التركيب لا تعتمد على ترتيب كائني الزوج.

مثلاً: لو أخذنا أي عددين a,b ونركبهما عن طريق الجمع لنحصل على العدد a+b وبما أن a+b = b+a فإننا نقول أن عملية الجمع تبديلية. وكذلك عملية الضرب تبديلية هي الأخرى.

وكمثال على عملية غير تبديلية نأخذ عملية الجداء المتصالب على المتجهات.

● **زمرة تبديلية:**

انظر زمرة؛ وانظر حلقة.

تبسيط SIMPLIFICATION

عملية اختزال عبارة ما إلى شكل مختصر وأكثر بساطة بحيث يسهل التعامل مع العبارة. انظر مبسط.

تبعثري SCATTER

● **رسم تخطيطي تبعثري:**

ليكن y,x متغيرين عشوائيين مثل الطول والوزن للرجال، ولنأخذ عينة قيمها (x_1,y_1), (x_2,y_2), ..., (x_n,y_n). إذا رسمنا هذه الأزواج من القيم في المستوى الإحداثي ينتج شكل منقط يسمى رسماً **تخطيطياً تبعثرياً** أو رسماً **تخطيطياً نقطياً**. ويفيد هذا الرسم في التعرف المبدئي على شكل العلاقة بين المتغيرين.

● **معامل التبعثر:**

لتكن P مصفوفة الارتباط في توزيع متعدد المتغير وليكن |P| معين المصفوفة. ويسمى المقدار $\sqrt{|P|}$ أحياناً **بمعامل التبعثر** للتوزيع.

DEPENDENCE تبعية

● مجال التبعية :

لنعتبر مسألة القيمة الابتدائية لمعادلة تفاضلية جزئية، فإنه يمكننا تحديد قيمة الحل عند نقطة P وزمن t إذا عرفنا القيم الابتدائية عند جزء معين من المدى الكلي ويسمى هذا الجزء مجال التبعية للمعادلة. فمثلاً المعادلة $(1/c^2)u_{tt} = u_{xx}$ ضمن الشروط الابتدائية $u(x,0) = f(x),\ u_t(x,0) = g(x)$ هي معادلة موجبة يعتمد قيمة حلها عند نقطة x وزمن t على القيم الابتدائية في الفترة $[x-ct, x+ct]$.

انظر هيغن ـ مبدأ هيغن.

TRICHOTOMY تثليث

● خاصة التثليث:

يقال إن ترتيباً ما له خاصة التثليث إذا كانت واحدة فقط من العلاقات $x<y$ أو $x = y$ أو $y<x$ صحيحة لأي عنصرين x و y.

انظر مرتبة ـ خواص ترتيب الأعداد الحقيقية؛ وانظر مرتب ـ مجموعة مرتبة.

DICHOTOMY تثنية

التثنية هي عملية التصنيف إلى صنفين. وفي علم المنطق ينص مبدأ التثنية على أن أية قضية إما أن تكون صائبة أو خاطئة ولكن ليس الإثنان معاً.

انظر تناقض ـ مبدأ التناقض.

فمثلاً إذا أعطينا العددين y,x فإن واحدة فقط من العبارتين $x = y$, $x \neq y$ عبارة صائبة.

انظر تثليث.

تجاذب GRAVITATION

● قانون التجاذب الشامل:

هو قانون الجذب الذي صاغه نيوتن والذي ينص على أن قوة الجذب F بين جسيمين كتلتيهما m_1 و m_2 تساوي:

$$F = K \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

حيث r المسافة بين الجسيمين و k **ثابت التجاذب الشامل** والذي تتحدد قيمته بالتجربة العملية.

وقد قدرت قيمة الثابت k في النظام المتري بالمقدار 6.675×10^{-8} سنتمتر مكعب في الغرام في الثانية تربيع.

تجاذب ATTRACTION

● مركز التجاذب:

انظر مركز ـ مركز الكتلة.

تجاري MERCANTILE

● قاعدة تجارية:

انظر تاجر.

تجانس

(1) نقصد بتجانس مجموعة من المجتمعات الإحصائية هو أن لهذه المجتمعات نفس التوزيع الاحتمالي.

● اختبار التجانس:

نفس اختبار مربع كاي للتجانس.

انظر **كاي**: اختبار مربع كاي للتجانس.

كون التباينات لمجموعة من المجتمعات الإحصائية متساوية وهناك اختباران شائعان لاختبار تجانس التباين:

● اختبار بارتليت لتجانس التباين:

لتكن σ_1^2 وσ_2^2 و . . . وσ_k^2 تباينات k في المجتمعات الإحصائية ذات التوزيع الطبيعي. المطلوب هو اختبار فرض العدم $H_0:\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_k^2$ مقابل الفرض البديل H_1 بأن التباينات ليست كلها متساوية. نسحب عينة عشوائية من كل مجتمع وليكن n_i وS_i^2 حجم وتباين العينة المسحوبة من المجتمع i (أنظر تباين: تباين العينة) لأجل $i = 1,2,..., k$ وليكن $S_p^2 = \sum_{i=1}^{k}(n_i-1)\, S_i^2 / (n-k)$ تباين العينة المجمع حيث $n = \Sigma n_i$. وليكن $C = 1+ \frac{1}{3(k-1)}(\sum_{i=1}^{k} 1/(n_i-1)-1/(n-k)$.

إن إحصاءة اختبار بارتليت لتجانس التباين، هي:

$$B = \frac{1}{C}[(n-k)\,\ell n S_p^2-\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)\ell n S_i^2]$$

وإذا أردنا استخدام اللوغاريتم للأساس 10 فيجب ضرب الصيغة السابقة في $\ell n10 = 2.3026$ وتتبع إحصاءة الاختبار B بصورة تقريبية توزيع مربع كاي بدرجات حرية $(k-1)$. ويكون التقريب مقبولاً إذا كان كل حجم عينة $n_i>5$. ونرفض فرض العدم H_0 بمستوى معنوية α إذا كان $B>x_{1-\alpha}^2$، حيث $x_{1-\alpha}^2$ هو المئين $100(1-\alpha)$ لتوزيع مربع كاي بدرجة حرية $(k-1)$.

● اختبار كوكران لتجانس التباين:

لا يمكن استخدام هذا الاختبار إلا في حالة تساوي حجوم العينات، أي $n_1 = n_2 = ... = n_k$ ويفيد الاختبار بصورة خاصة للتعرف على الشك بأن واحداً من التباينات أكبر من كل التباينات الباقية. إن إحصاءة الاختبار، هي:

$$G = \max S_i^2 / \sum_{i=1}^{k} S^2$$

ونرفض فرض العدم $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2$ بمستوى معنوية α إذا كان $G > g_{1-\alpha}$ حيث $g_{1-\alpha}$ هي القيمة الحرجةالتي تقرأ من جداول اختبار كوكران الخاصة.

تجذير EVOLUTION

هو عملية استخراج جذر كمية مثل إيجاد الجذر التربيعي للعدد 25 والتجذير هو العملية العكسية للرفع.

تجربة (إحصاء) EXPERIMENT

وتعرف التجربة بأنها عملية القيام بـ أو ملاحظة شيء ما يحدث تحت ظروف معينة وينتج عنه ناتج نهائي. وتسمى مجموعة كل النواتج المحتلة بفضاء العينة.

فمثلاً لقذف قطعة نقدية ناتجان H طُرَّة و T نَقْش. وبذا يكون فضاء العينة المجموعة {H,T}.

تجريبـي EMPIRICAL

● **الصيغة أو الافتراض أو القاعدة التجريبية:**

هي عبارة تعتمد وثوقيتها على الملاحظة والبينة التجريبية مثل التجارب المخبرية، وليس من الضروري أن تكون مدعمة بنظرية أو بقوانين. وبعبارة أخرى هي صيغ أو معادلات مبنية على الخبرة وليس على استنتاجات منطقية أو رياضية.

● **المنحنى التجريبـي:**

هو المنحنى الذي يرسم ليوائم مجموعة من البيانات الإحصائية.

انظر طريقة ــ طريقة أصغر المربعات؛ انظر كذلك رسم ــ الرسم الإحصائي.

● **تجزئة العدد الصحيح:**

يعرف عدد التجزئات $p(n)$ للعدد الصحيح الموجب n بأنه عدد الطرق الممكنة لكتابة n كمجموع أعداد صحيحة موجبة $n = a_1+a_2+...+a_k$ حيث k عدد صحيح موجب و $a_1 \geqslant a_2 \geqslant ... \geqslant a_k$.

وإذا اشترطنا أن يكون $k \leqslant s$ لعدد معين s فإن $p_s(n)$ يسمى بعدد تجزئات n إلى s من الأجزاء على الأكثر.

وهناك أنواع أخرى لتجزئة العدد الصحيح. فمثلاً يمكن البرهنة على أن عدد تجزئات n بحيث تكون كل المجمعات مختلفة يساوي عدد تجزئات n بحيث تكون كل المجمعات فردية على فرض السماح بتكرار المجمع.

مثال:

$$5 = 5$$
$$= 4 + 1$$
$$= 3 + 2$$

عدد تجزئات 5 إلى مجمعات مختلفة = 3، وكذلك فإن:

$$5 = 5$$
$$= 3 + 1 + 1$$
$$= 1 + 1 + 1 + 1$$

وعدد التجزئات إلى مجمعات فردية = 3.

● **تجزئة الفترة:**

تجزئة الفترة المغلقة $[a,b]$ تعرف بأنها مجموعة من الفترات المغلقة $[x_1,x_2], [x_2,x_3],..., [x_n,x_{n+1}]$، بحيث يكون $x_1 = a$ و $x_{n+1} = b$ و $x_i \leqslant x_{i+1}$.

ويعرف عيار التجزئة بأنه طول أكبر فترة، أي أنه أكبر الأعداد $|x_{i+1} - x_i|$ لكل $i = 1,2,...,n$.

● **تجزئة المجموعة:**

نعرف تجزئة المجموعة S بأنه عائلة منتهية من المجموعات المنفصلة A_i بحيث يكون $S = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$.

وفي بعض الأحيان يشترط فقط أن يكون للمجموعة $A_i \cap A_j$ قياس (أو حجم أو مساحة) يساوي الصفر. وفي هذه الحالة يعرف عيار التجزئة بأنه أصغر حد أعلى لأقطار A_i لكل $i = 1,2,\ldots,n$ حيث قطر A_j يعرف بأنه أصغر حد أعلى للمسافات بين نقاط A_j.

تجميع SUMMATION

● **إشارة التجميع:**

هي الحرف اليوناني سيغما Σ الذي يقابل الحرف الإنجليزي S وتستخدم إشارة التجميع Σ لكتابة عملية الجمع بشكل مختصر. مثلاً نكتب $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n$ بالشكل المختصر $\sum_{i=1}^{n} a_i$ أو $\sum_{1}^{n} a_i$، ونكتب $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n+\ldots$ بالشكل $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ أو $\sum_{1}^{\infty} a_i$ أو Σa_i.

● **اصطلاح التجميع:**

اصطلاح نجعل فيه تكرار دليل معين (علوي أو سفلي) يرمز إلى عملية تجميع على مدى ذلك الدليل. فمثلاً إذا كانت 5 هي مدى الدليل i فإن اصطلاح التجميع $\sum_{i=1}^{5} a_i x^i$ يمثل:

$$\sum_{i=1}^{5} a_i x^i = a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$$

إن الدليل العلوي i في x^i لا يعني قوى x بل هو فقط دليل لتمييز خمسة أشياء x^1, x^2, x^3, x^4, x^5.

ويسمى الدليل المكرر مثل i في $a_i x^i$ **دليلاً شكلياً** أو **دليلاً توضعياً** لأن قيمة العبارة لا تعتمد على الرمز المستعمل لهذا الدليل.

أما الدليل غير المكرر مثل i في $a_{ij} x^j$ فيسمى **دليلاً حراً**.

● **تجميع متسلسلة لا منتهية:**

عملية إيجاد مجموع المتسلسلة اللامنتهية.

انظر مجموع ـ مجموع متسلسلة لا منتهية.

● تجميع متسلسلة متباعدة:

هو اعطاء مجموع إلى متسلسلة متباعدة وذلك بعد تحويلها إلى متسلسلة متقاربة أو بطرق أخرى. مثلاً مجموع المتسلسلة:

$$1 - 1 + 1 - 1 + \ldots \quad (*)$$

يمكن أن يعرف على أنه نهاية مجموع:

$$1 - x + x^2 - x^3 + \ldots$$

عندما يؤول x إلى +1 وبحيث يظل x<+1 كما يمكن تعريف مجموع المتسلسلة بأنه المقدار:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_n}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + 0 + 1 + \ldots + \frac{1}{2}[1-(1-)^n]}{n}$$

حيث تمثل S_n مجموع أول n حداً من حدود المتسلسلة:

$$1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$$

وفي كلتا الحالتين يكون المجموع $\frac{1}{2}$. والطريقة الأولى هي توضيح لاستخدام عوامل التقارب $1, x, x^2, \ldots$.

أما الطريقة الثانية فهي مثال على طريقة المتوسطات الحسابية.

انظر آبل ـ طريقة تجميع آبل وبوريل وسيزارو ـ صيغة تجميع سيزارو وهولدر ـ تعريف هولدر لمجموع متسلسلة متباعدة.

● المكاملة لعملية تجميع:

انظر تكامل ـ تكامل محدد.

COLLECTING — تجميع

● تجميع الحدود:

هو وضع الحدود ضمن أقواس أو جمع الحدود المتشابهة.

مثلاً: عملية تجميع الحدود لكثير الحدود $2 + ax + bx$ هي كتابته على الشكل $2 + x(a+b)$.

أما التجميع في $2x + 3y - x + y$ فيعطي $x + 4y$.

تجميع الحدود GROUPING TERMS

هو طريقة تحليل إلى العوامل يستخدم فيها إعادة ترتيب الحدود عند الضرورة وإدخال أقواس وأخذ العوامل المشتركة.

مثال:

$$x^3 + 4x^2 - 8 - 2x = (x^3 + 4x^2) - (2x + 8)$$
$$= x^2 (x + 4) - 2(x + 4)$$
$$= (x^2 - 2)(x + 4)$$

تجميعي ASSOCIATIVE

يقال إن العملية الثنائية "o" تجميعية أو أنها تحقق الخاصية التجميعية إذ كان $(xoy)oz = xo(yoz)$، وذلك لكل العناصر x,y,z في المجموعة التي عرفنا العملية الثنائية عليها.

مثلاً: عملية الجمع هي عملية ثنائية تجميعية لأن $(a+b) +c = a+ (b+c)$ وذلك لجميع الأعداد a,b,c. وهذا يمكننا من القول، طبعاً، أنه لو جمعنا عدة أعداد (أي أكثر من ثلاثة أعداد) فإنه باستطاعتنا في أي مرحلة من مراحل الجمع أن نجمع أي عددين متجاورين أولاً ونضيف ذلك إلى الأعداد الأخرى.

وما ينطبق على عملية الجمع ينطبق على عملية الضرب أيضاً. وكمثال على عملية لا تجميعية انظر كايلي ــ جبرية كايلي.

تحارر ISOTHERM

(الأرصاد الجوية)، ونعني **بالتحارر** هنا خطاً مرسوماً على الخريطة، بحيث يمر بالأماكن المتساوية الحرارة.

تحارري ISOTHERMIC

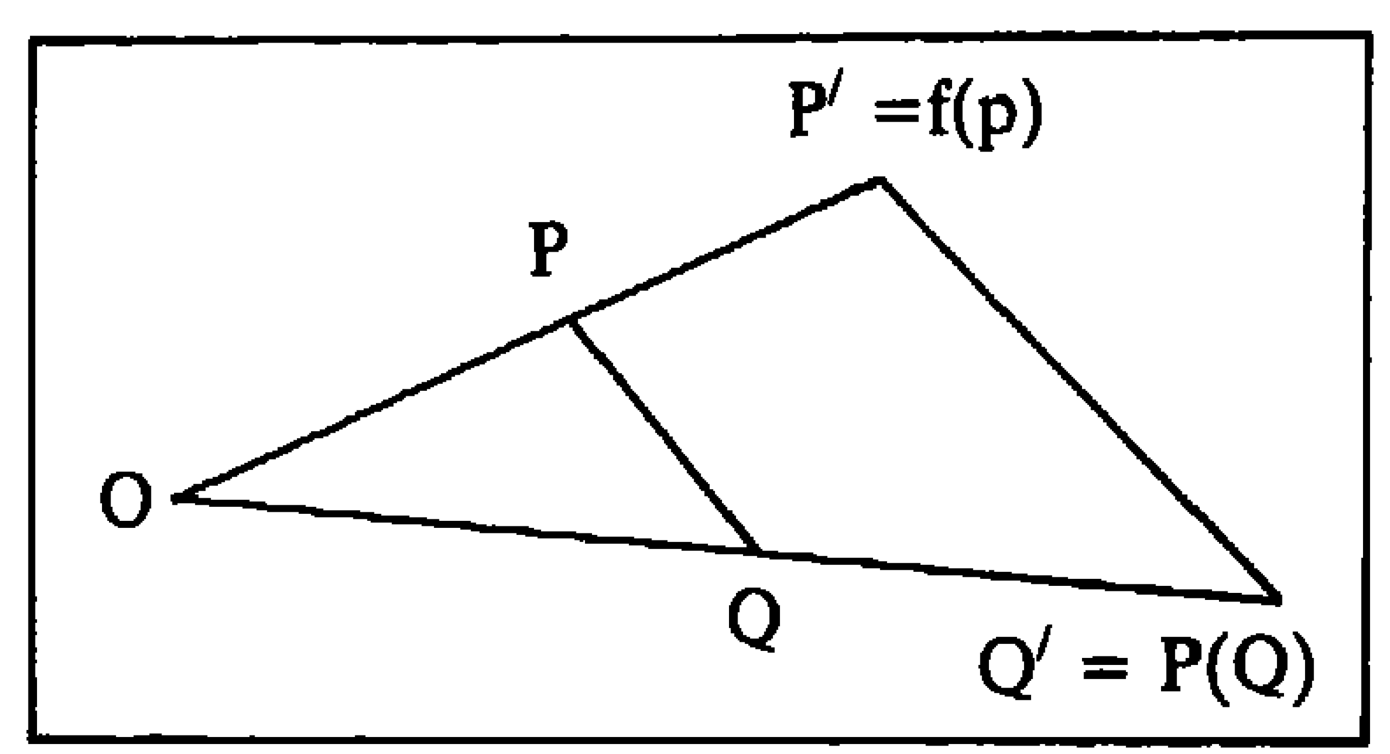
● احداثيات تحاررية:

هي احداثيات انحنائية على سطح بحيث يأخذ الشكل الأساسي الأول الهيئة التالية:

$$ds^2 = [\ e(u^1, u^2)]^2\ [(du^1)^2 + (du^2)^2]$$

تحـاك

ليكن E فضاء متجات و $\lambda \neq 0$ عدداً سلمياً. نسمي التقابل $f:E \to E$ بحيث $f(x) = \lambda x$ يسمى **التحاكي**. ويكون التحاكي تماثلاً مستمراً من E إلى نفسه. وفي الحالة الخاصة عندما يكون E هو المستوى الإقليدي فإن التحاكي هو ذلك التحويل الذي يأخذ كل قطعة مستقيمة AB طولها a إلى قطعة مستقيمة $A'B'$ موازية للقطعة AB وطولها λa. من الواضح هنا أن التحاكي هو حالة خاصة من حالات التشابه (نقصد بالتوازي هنا أن الخطين يكونان متوازيين إذا لم يكن بينهما نقطتان مشتركتان) ويكون للتحاكي في هذه الحالة، نقطة ثابتة وحيدة 0 في حالة ما إذا كان $\lambda \neq 1$ ويكون صورة P النقطة P' على OP بحيث $OP' = \lambda P$. أما إذا كان $\lambda = 1$



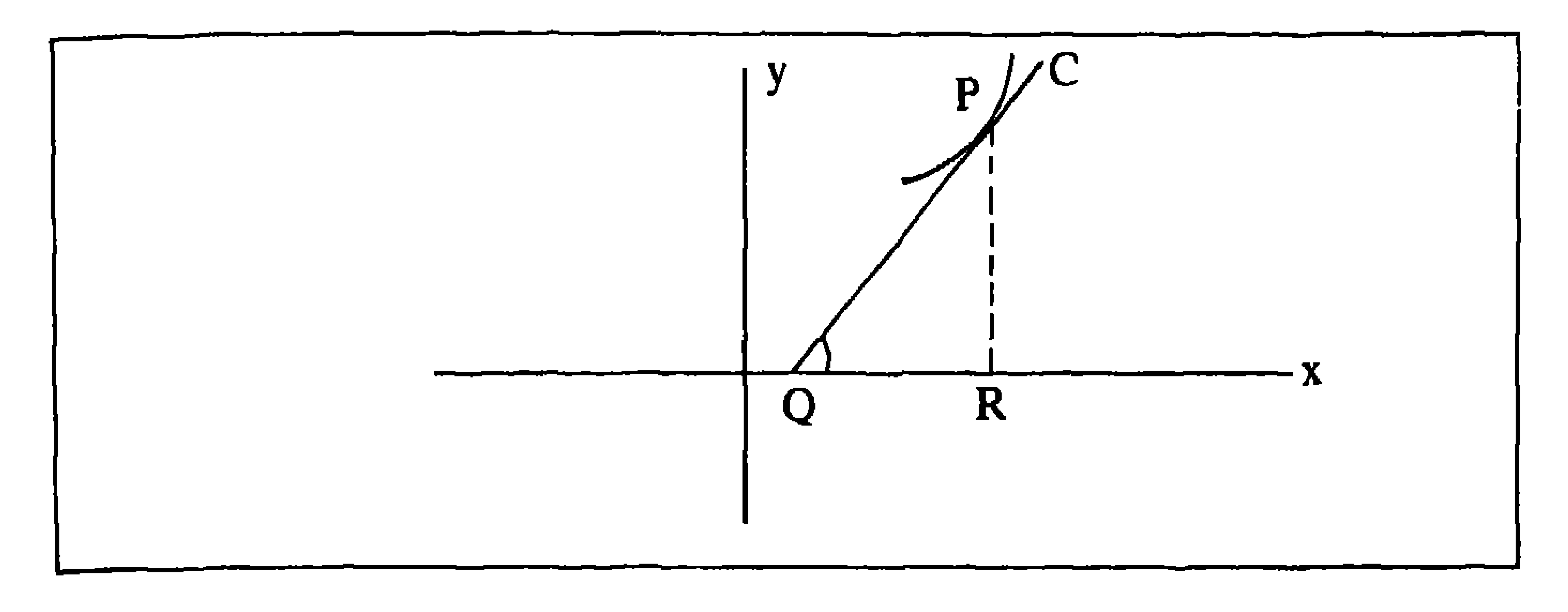
فمن الواضح أن كل نقطة تكون ثابتة و f هو تطبيق الدالة المحايدة.

تحت المماس SUBTANGENT

هو المسقط على محور x للقطعة من المماس الواصلة بين نقطة التماس على المنحنى ونقطة تقاطع المماس مع محور x وتمثل القطعة QR تحت المماس للمنحنى C.

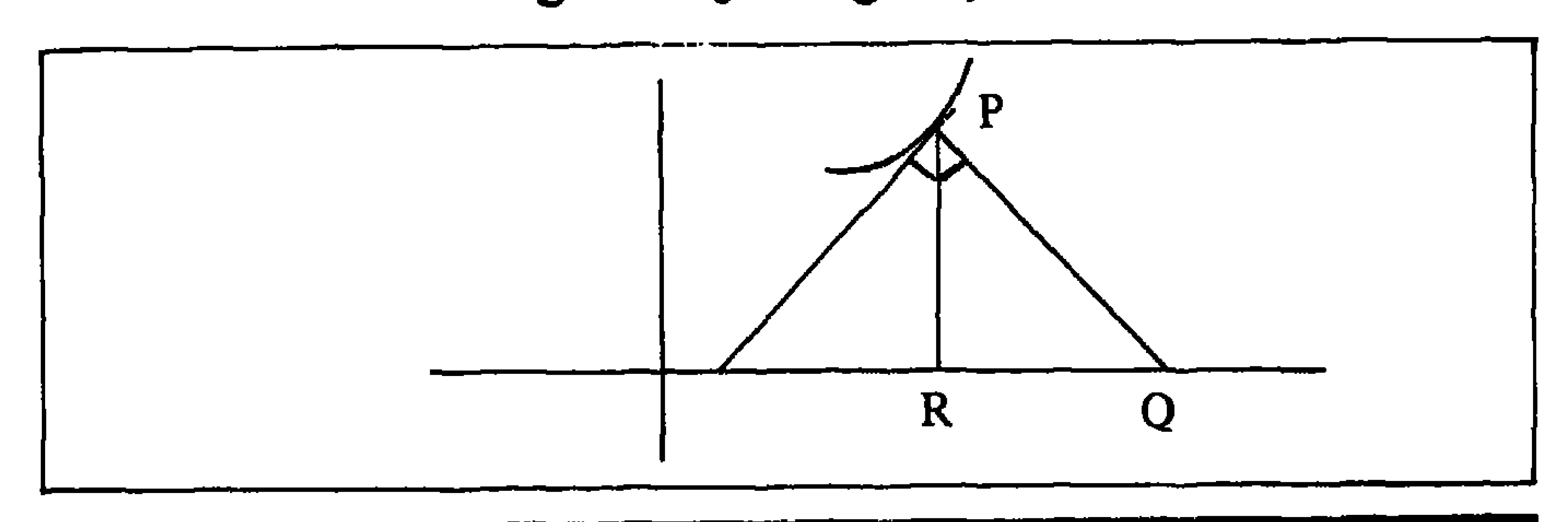
في الشكل $\frac{|QR|}{y} = \frac{1}{dy/dx} = \frac{dx}{dy}$ لذا فإن طول تحت المماس $|QR| = y\frac{dx}{dy}$ عند النقطة على المنحنى.

انظر مشتق ومماس ـ طول المماس.



تحت الناظم SUBNORMAL

هو المسقط على محور x للقطعة من الناظم محصورة بين النقطة على المنحنى ونقطة تقاطع الناظم مع محور x. وتحت الناظم للمنحنى في الشكل هو القطعة RQ في الشكل $|\frac{RQ}{Y}|$ = Tan RPQ = $\frac{dy}{dx}$ ولذا فإن $|RQ| = y\frac{dy}{dx}$ عند النقطة على المنحنى. انظر مماس ـ طول المماس.



تحت توافقي SUBHARMONIC

● دالة تحت توافقية:

لتكن u دالة حقيقية معرفة على مجال D ذي بعدين. نسمي u دالة تحت توافقية في D إذا حققت u الشروط الثلاثة التالية:

(1) $-\infty < u(x,y) < +\infty$ (أحياناً يضاف الشرط $u(x,y) \not\equiv -\infty$).

(2) u مثيل مستمرة من الأعلى D.

(3) لكل مجال جزئي D' وحدوده B' حيث $D' \cup B' \subseteq D$ ولكل دالة h توافقية في D' ومستمرة في $D' \cup B'$ حيث $h(x,y) \geqslant u(x,y)$ على B' فإن $h(x,y) \geqslant u(x,y)$ D'.

إن كل دالة تحت توافقية تحقق $u(x,y) \not\equiv -\infty$ هي بالضرورة قابلة للجمع.

لتكن u دالة حقيقية مثيل مستمرة من الأعلى في مجال تعريفها D بحيث $u(x,y) \not\equiv -\infty$ فإن u تحت توافقية إذا وفقط إذا حققت إحدى متباينات القيمة الوسطى التالية من أجل كل قرص دائري في D.

$$u(x_o,y_o) \leqslant \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x_o + \rho \cos \theta, y_o + \rho \sin \theta)\, d\theta,$$

$$u(x_o,y_o) \leqslant \frac{1}{\pi r^2} \int_0^r \int_0^{2\pi} u(x_o + \rho \cos \theta, y_o + \rho \sin \theta)\, \rho d\rho d\theta$$

وإذا كانت المشتقات الجزئية الثانية لدالة ما u مستمرة في المجال D فإن u تحت توافقية إذا وفقط إذا تحققت المعادلة التفاضلية التالية في جميع نقاط D:

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \geqslant 0$$

وبصورة مباشرة يمكن تمديد تعريف الدالة تحت توافقية إلى دوال بـ n من المتغيرات.

انظر محدب ـ دالة محدبة.

تحت جمعي **SUBADDITIVE**

انظر جمعي.

تحت جيب SUBSINE

● دالة تحت جيبية من مرتبة ρ:

هي دالة f تحقق العلاقة: $f(x) \leqslant F(x) = A \cos \rho x + B \sin \rho x$

لتكن f دالة معرفة على الفترة I ولتكن x_1 و x_2 نقطتين في الفترة I بحيث $0<x_2-x_1<\pi/\rho$. ولنفرض أن الدالة F المذكورة أعلاه تحقق $F(x_1) = f(x_1)$ $F(x_2) = f(x_2)$, فلكي تكون f دالة تحت جيبية من رتبة ρ في الفترة I يجب أن تحقق $f(x) \leqslant F(x)$ لكل $x_1<x<x_2$.

انظر فراغمن ـ دالة فراغمن ـ لندلوف.

تحقق CHECK

هو أي عملية تستعمل لزيادة احتمال صحة الحلول.

تحكم CONTROL

● تحكم بالجودة:

يرجع بمعناه العام إلى جميع الأساليب (سواء كانت إحصائية أو إدارية أو صناعية) المتبعة لمراقبة عملية معينة من ناحية جودة إنتاج سلعة معينة أو جودة خدمة معينة والهدف هو ضمان كون الجودة عند المستوى المرغوب فيه (الهدف). وتقاس الجودة بصورة كمية (وزن أو طول أو التركيب الكيمياوي للسلعة) أو بصورة غير كمية (السلعة مختلة أو غير مختلة).

● تحكم إحصائي بالجودة:

كل الأساليب والطرق الإحصائية التي تستخدم للتحكم بالجودة. ويمكن تصنيف هذه الأساليب إلى ثلاثة أنواع: **مخططات التحكم بالجودة** (انظر أدناه)، **معاينة القبول** (انظر معاينة)، **والوثوقية** (انظر وثوقية).

● مخطط التحكم بالجودة:

عندما تكون جودة عملية معينة مطابقة للجودة المرغوب فيها (الجودة الهدف)

نقول إن العملية ضمن **التحكم**، وإلا فإن العملية خارج التحكم. وعندما تكون العملية ضمن التحكم فإن الواجب المهم هو مراقبتها بصورة مستمرة وتحديد متى تخرج هذه العملية إلى حالة خارج التحكم لكي يتم إجراء الاصلاحات اللازمة عليها حتى تعود إلى حالة ضمن التحكم.

إن **مخطط التحكم بالجودة** هو أسلوب إحصائي يعتمد على معلومات تحسب من عينات مسحوبة بصورة متتالية من العملية وبموجبه نتخذ القرار بأن العملية ضمن التحكم أو نتخذ القرار بأن العملية خارج التحكم حيث اصطلح على القول ان المخطط يصدر إشارة بخروج العملية عن التحكم. ومن المميزات المرغوب فيها في مخطط التحكم بالجودة (1) سرعة صدور إشارة بعد خروج العملية فعلاً عن التحكم حتى يتم الإصلاح بسرعة؛ (2) ندرة صدور إشارة طالما ظلت العملية ضمن التحكم وهذا يقلل عدد الإشارات الخاطئة وبالتالي يقلل عدد مرات التدخل والإصلاح الذي لا مبرر له في العملية. وبذلك يمكن تمييز نوعين من الأخطاء التي يمكن ارتكابها في مخطط التحكم بالجودة. خطأ من النوع الأول: صدور إشارة بينما العملية فعلاً ضمن التحكم؛ خطأ من النوع الثاني: عدم صدور إشارة بعد خروج العملية فعلاً عن التحكم. ويقابل هذان الخطآن خطأ من النوع الأول والثاني في الموضوع التقليدي لاختبار الفروض الإحصائية.

انظر فرض: اختبار الفرض.

ونستخدم احتمال ارتكاب الخطأ كمقياس لذلك الخطأ في موضوع اختبار الفروض وهذا لا يلائم موضوع مخططات التحكم بالجودة حيث نستخدم **متوسط طول الامتداد** كمقياس للخطأ. نعرف متوسط طول الامتداد بأنه متوسط عدد العينات اللازم سحبها من العملية لحين صدور إشارة من المخطط. فإذا كان L هو عدد العينات المسحوبة لحين صدور الإشارة فإن متوسط طول الامتداد عندما تكون العملية ضمن التحكم، يرمز له بالرمز ARL_o، هو $ARL_o = E(L|\text{in control state})$ كما أن متوسط طول الامتداد عندما تكون العملية خارج التحكم، يرمز له بالرمز ARL_o هو $ARL_1 = E(L|\text{out of control state})$ وحيث E يرمز للتوقع الرياضي. انظر **توقع**.

ومن المرغوب فيه أن يكون ARL_o كبيراً لتقليل عدد الإشارات الخاطئة، وأن يكون ARL_1 صغيراً لسرعة الحصول على إشارة صحيحة. وعند مقارنة كفاءة مخططين للتحكم بالجودة جرت العادة على مساواة ARL_o فيهما واعتبار المخطط ذي ARL_1 الأصغر أكثر كفاءة. وهناك نوعان رئيسيان من مخططات التحكم بالجودة.

- **مخطط شوهارت للتحكم:**

يتخذ قرار إصدار إشارة أو عدم إصدار إشارة في مرحلة معينة استناداً على المعلومات المحسوبة في عينة واحدة فقط هي العينة التي سحبت في تلك المرحلة (انظر دأناه).

- **مخطط المجموع التراكمي للتحكم:**

تصدر الإشارة أو لا تصدر في مرحلة معينة استناداً إلى المعلومات المحسوبة من عينة تلك المرحلة والمعلومات المتراكمة من عدة عينات سابقة (انظر أدناه).

- **مخطط شوهارت للتحكم:**

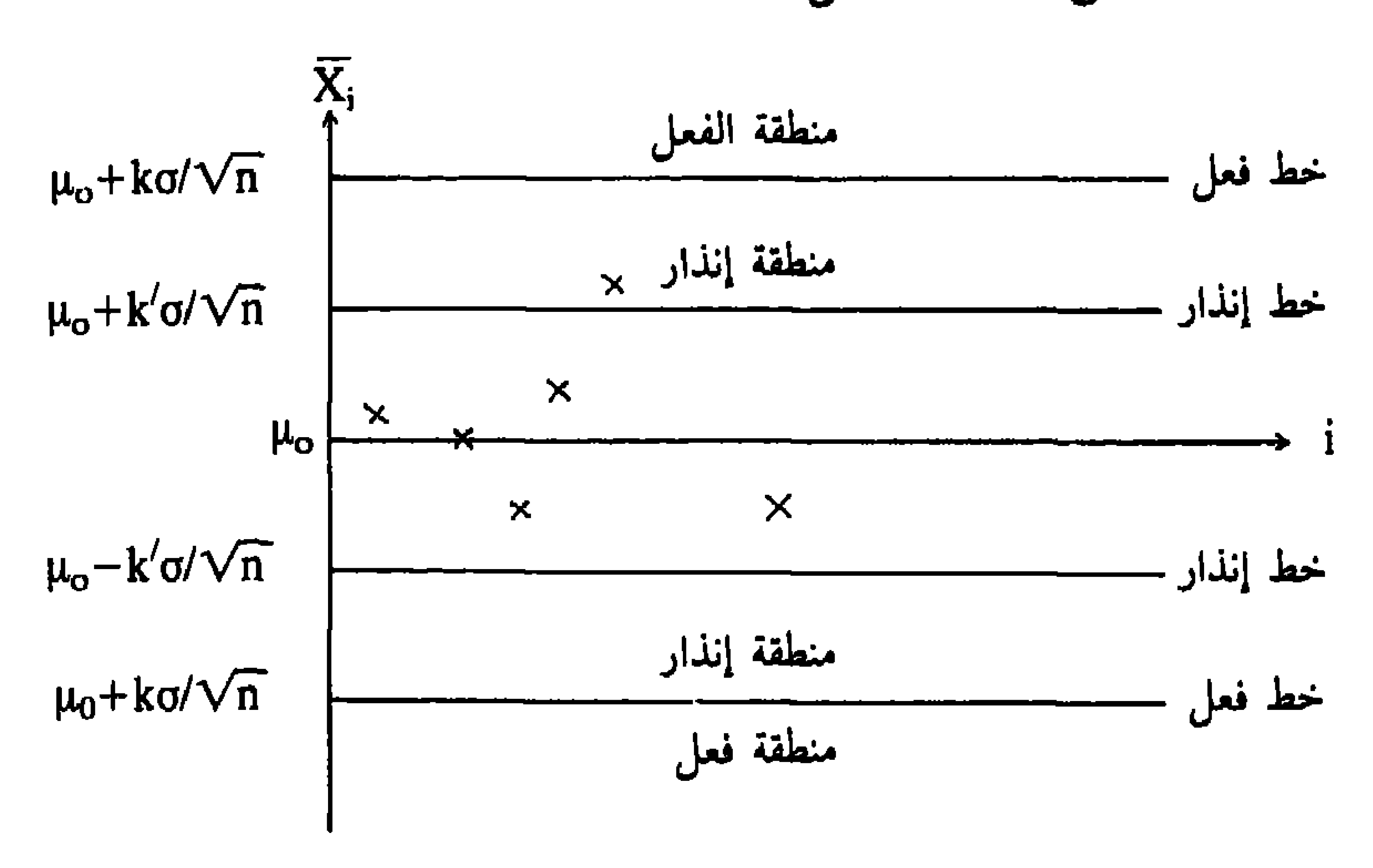
يستخدم تقليدياً للتحكم بالوسط μ للعملية عند قيمة معينة (قيمة الهدف) μ_0. تسحب عينات عشوائية $(X_{i1}, X_{12}, \ldots, X_{in})$ لأجل $i = 1,2,\ldots$ بصورة متتالية من العملية حيث حجم العينة الواحدة هو n (عملياً $4 \leq n \leq 6$).

يحسب وسط كل عينة $X_i = \sum_{i=1}^{n} X_i/n$ ويعين خطان يسميان خطيّ الفعل $\mu_0 \pm k\sigma/\sqrt{n}$ حيث $k>0$ ثابت يختار للحصول على ميزات معينة للمخطط مثل جعل ARL_o تأخذ قيمة معينة، وحيث σ هو الانحراف المعياري لقيم المشاهدات X وتعتبر قيمة σ معلومة وإلا فتقدر من عينات سابقة. تصدر إشارة في المرحلة i بخروج الوسط μ عن قيمة الهدف μ_0 إذا كان $\overline{X}_i \notin (\mu_o - k\sigma/\sqrt{n}, \mu_o + k\sigma/\sqrt{n})$. وهنا تتوقف عملية المعاينة وتوقف العملية لغرض إجراء الإصلاحات المناسبة. أما إذا كان $X \in (\mu_o - k\sigma/\sqrt{n}, \mu_o + k\sigma/\sqrt{n})$ فيتقرر أن وسط العملية ضمن التحكم باعتبار أن الانحرافات عن μ_o ضمن

خطي الفعل هي انحرافات عشوائية وهنا تستمر عملية المعاينة. إن متوسط امتداد هذا المخطط عندما يكون الوسط الفعلي للعملية، هو:

$$ARL(\mu) = [1 - Pr(\mu_o - k\sigma/\sqrt{n} < \bar{X}_i < \mu_o + K\sigma|\sqrt{n}|\mu]^{-1}$$

ويمكن استخدام مخطط شوهارت بطرف علوي واحد $\mu_o+k\sigma/\sqrt{n}$ الذي يكشف الانحرافات بالاتجاه الموجب عن μ_o أو بطرف سفلي واحد $\mu_o-k\sigma/\sqrt{n}$ الذي يكشف الانحرافات بالاتجاه السالب عن μ_o. واعتيادياً نـأخذ $k = 3$ باعتبار أنه لو كان $\bar{X}_i$ يتبع التوزيع الـطبيعي فإن احتمـال $\bar{X}_i \in \mu_o \pm k\sigma/\sqrt{n}$ هو 0.997 أي واحد تقريباً. ولزيادة كفاءة مخطط شوهارت للتحكم يضاف إليه خطان آخران هما خطا الإنذار $\mu_o \pm k'\sigma/\sqrt{n}$ حيث $k>0$ ثابت اختياري أصغر من k. وبذلك ينقسم المخطط إلى منطقة الفعل، منطقة الإنذار، ومنطقة التحكم كما في الشكل. وتصدر الإشارة بأن العملية خارج التحكم إذا وقعت r (ثابت اختياري) من القيم المتتالية لـ $\bar{X}_i$ ضمن منطقة الإنذار أو إذا وقعت قيمة واحدة لـ $\bar{X}_i$ ضمن منطقة الفعل.



وبنفس الطريقة يمكن إنشاء مخطط شوهارت للتحكم بنسبة المختل (يسمى مخطط p) حيث يكون خطّا الفعل $p_o \pm k[p_o(1-p_o)/n]^{1/2}$، حيث p_o هي قيمة الهدف. وتسحب عينات بصورة متتالية من العملية وتحسب $\hat{p}_i$ نسبة

العناصر المختلة في العينة i وتصدر إشارة إذا كانت $\hat{p}_i \notin p_o \pm k[p_o(1-p_o)]^{1/2}$. وفي أغلب الأحيان نأخذ $k = 3$ ويمكن جعل هذا المخطط بطرف موجب واحد للكشف عن زيادة نسبة المختل عن القيمة المسموح بها. كذلك يمكن إنشاء مخطط شوهارت للتحكم بالتباين.

- **مخطط المجموع التراكمي للتحكم:**

لاكتشاف الانحرافات الموجبة عن μ_o يحسب في كل مرحلة المجموع التراكمي لقيم $(\overline{X}_i - \mu_o - k+)$ حيث $k+>0$ ثابت اختياري يسمى **قيمة الاستناد**. وتصدر إشارة بأن وسط العملية خارج التحكم في المرحلة t إذا كان:

$$\sum_{i=1}^{t} (\overline{X}_i - \mu_o - k^+) - \min_{o \leq m \leq t} \sum_{i=1}^{m} (\overline{X}_i - \mu_o - k^+) \geq h^+ \sigma/\sqrt{n}$$

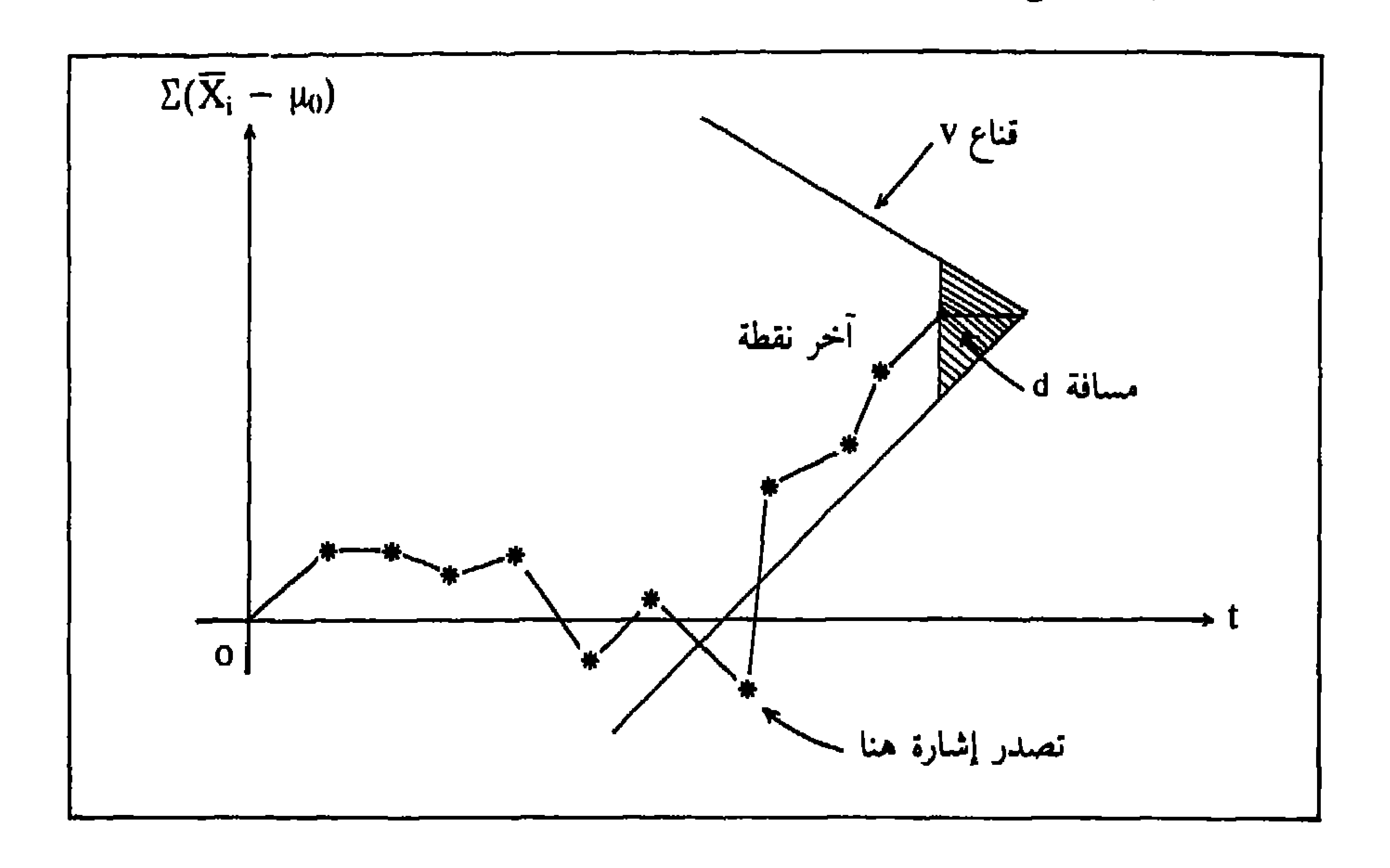
حيث h^+ ثابت يختار لجعل ARL قيماً معينة. ويكافىء هذا المخطط سلسلة من الاختبارات التتابعية للفروض حيث تتم مراكمة المجموع $\Sigma(\overline{X}_i - \mu_o - k^+)$ إلى أن يصبح المجموع أكبر من أو يساوي h^+ وهنا تصدر إشارة ويتقرر أن العملية خارج التحكم أي يرفض الفرض $\mu = \mu_o$، أو إلى أن يصبح المجموع أقل من أو يساوي صفراً وهنا يتقرر أن العملية ضمن التحكم أي يقبل الفرض $\mu = \mu_o$ ويبدأ باختبار تتابعي جديد ويبدأ بمراكمة المجموع من الصفر من جديد. أما مخطط المجموع التراكمي لاكتشافات الانحرافات السالبة عن μ_o فيصدر إشارة في المرحلة t إذا كان:

$$\max_{0<m \leq t} \sum_{i=1}^{m} (\overline{X}_i - \mu_o + k^-) - \sum_{i=1}^{t} (\overline{X}_i - \mu_o + k^-) \geq h^- \sigma/\sqrt{n}$$

حيث $k^->0$ و $h^->0$ ثابتان اختياريان. وبدمج المخططين السالب والموجب نحصل على مخطط المجموع التراكمي للتحكم. ولا توجد صيغة تحليلية لمتوسط مدى هذا المخطط الذي يعتمد على X بل يجب حل معادلة تكاملية معينة بصورة عددية. ولتنفيذ هذا المخطط بيانياً جرت العادة باستخدام أداة معينة تسمى قناع V وهي على شكل مثلث ساقي بزاوية رأسية معينة. يوضع القناع على مستوى الرسم البياني للمجموع التراكمي $\Sigma(\overline{X}_i - \mu_o)$ تقع

آخر نقطة مرسومة على بعد معين d عن رأس القناع. وتصدر إشارة إذا عبر الخط البياني للمجموع التراكمي أحد ساقي المثلث.

انظر الشكل.



ANALYSIS تحليل

هو ذلك الجزء من الرياضيات الذي يركز على استعمال طرائق جبرية وحسابية وذلك خلافاً للأقسام الأخرى كالهندسة التركيبية ونظريـة الأعداد ونظرية الزمر.

- **تحليل المسألة:**

هوعرض للبمادىء التي سيجري استخدامها وترجمة المعطيات الواردة في المسألة إلى لغة رياضية، ثم معرفة النهاية المرجوة والخطوات الواجب اتخاذها.

- **تحليل التباين:**

انظر تباين.

- **تحليل المواقع:**

هوفرع من فروع الرياضيات يعرف اليوم بالطوبولوجيا.

● تحليل ديوفانتيس:

انظر ديوفانتيس.

● البرهان بالتحليل:

وهو التدرج من الشيءالمراد إثباته إلى حقيقة معروفة وذلـك خلافـاً للتركيب الذي يبدأ بالحقيقة ويسير حتى يصل إلى المراد. وهناك طريقة برهان شائعة وتسمى طريقة التحليل والتركيب وفي هذه الطريقة نتدرج من الشيء المراد إثباته إلى حقيقة معروفة كما في التحليل ولكن الفرق هو أننا هنا نستطيع أن نعكس كل الخطوات التي اتخذناها.

● تحليل وحدي:

هو الانطلاق من عدد معطى من الوحدات وذلك إلى الوحدة ثم منها إلى العدد المطلوب من الوحدات. إذا أردنا أن نحسب مثلاً كلفة 7 أطنان من القش إذا كانت كلفة 2½ طن 25.00 دولاراً فإن التحليل يسير على الشكل التالي: إذا كـانت كلفة 2½çe طـن تساوي 25.00 دولاراً فـإن كلفة الـطن الواحـد هي 10.00 دولارات وتكون بذلك كلفة 7 أطنان هي 70.00 دولاراً.

تحليل إلى عوامل — FACTORING

ونورد هنا بعض صيغ التحليل إلى عوامل:

$$x^2 + xy = x(x + y) \quad (1)$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) \quad (2)$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \quad (3)$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2 \quad (4)$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b) \quad (5)$$

$$acx^2 + (bc + ad)x + bd = (ax + b)(cx + d) \quad (6)$$

$$x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3 = (x + y)^3 \quad (7)$$

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2) \quad (8)$$

وفي (7) و(8) إما أن نستخدم الإشارات العليا دائماً أو السفلى دائماً.

فرع من فروع علم الإحصاء يتعلق بمواضيع اختبار الفروض والتقدير واتخاذ القرارات. يتميز التحليل التتابعي (عن التحليل التقليدي ذي العينة الثابتة الحجم) بأن حجم العينة العشوائية لا يحدد مسبقاً بل يتحدد أثناء التحليل الإحصائي، لذلك فإن حجم العينة يكون متغيراً عشوائياً في هذه الحالة. وتتم عملية المعاينة بحسب المشاهدات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ بشكل تتابعي ومرحلي. ففي كل مرحلة $n(n \geq 1)$ اما أن نقرر وطبقاً لقاعدة معينة (تسمى قاعدة إيقاف) التوقف عن المعاينة نظراً لكفاية المعلومات في العينة ونعتمد النتيجة المناسبة أو نقرر الاستمرار بالمعاينة وسحب المشاهدة X_{n+1} نظراً لعدم كفاية المعلومات. ويؤدي التحليل التتابعي اعتيادياً إلى اقتصاد في حجم العينة. ومن أشهر أساليب التحليل التتابعي اعتيادياً إلى اقتصاد في حجم العينة. ومن أشهر أساليب التحليل التتابعي هو:

- **اختبار النسبة الاحتمالية التتابعي:**

الذي يلخص بالآتي: ليكن X متغيراً عشوائياً (مستمراً أو متقطعاً) تعتمد دالته الاحتمالية $f(x;\theta)$ على وسيط مجهول θ. ولنفرض أن المطلوب هو اختبار فرض العدم $H_0{:}\theta = \theta_0$ ضد الفرض البديل $H_0{:}\theta = \theta_1$ وبحيث أن احتمالي الخطأ من النوع الأول والنوع الثاني يساويان القيمتين المحددتين سلفاً α و β على التوالي. نسحب المشاهدات $X,X,\ldots$ على التوالي من مجتمع المتغير العشوائي x وفي المرحلة n (لكل $n \geq 1$) نحسب النسبة الاحتمالية:

$$\lambda_n = \prod_{i=1} f(x_i;\theta_1)/f(x_i;\theta_o)$$

ونتخذ أحد القرارات التالية:

(1) نتوقف عن المعاينة ونرفض H_o إذا كان $\lambda_n \geqslant A_1$.

(2) نتوقف عن المعاينة ونقبل H_o إذا كان $\lambda_n \leqslant A_o$.

(3) نستمر في المعاينة ونسحب المشاهدة x_{n+1} إذا كان $A_o < \lambda_n < A_1$

حيث A_o و A_1 $(0 < A_o < 1 < A_1)$ هي ثوابت نختارها لكي يكون احتمال الخطأ

من النوع الأول مساوياً إلى α واحتمال الخطأ من النوع الثاني مساوياً إلى β.

وبصورة تقريبية نجد أن $A_0 = \frac{\beta}{1-\alpha}$ ، $A_1 = \frac{1-\beta}{\alpha}$.

انظر فرض ــ اختبار الفرض.

تحليلي ANALYTIC

● **امتداد تحليلي:**

إذا كانت f دالة تحليلية معطاة وذات قيمة وحيدة في المجال D فإنه من المحتمل أن يكون هناك دالة F تحليلية في مجال جزئي فعلي من D بحيث يكون $F(z) = f(z)$ وذلك في D وعندئذٍ فمن الضروري أن تكون F وحيدة. وتسمى الطريقة التي نجد فيها F من f بطريقة الامتداد التحليلي. مثلاً: لنعرف الدالة f بواسطة:

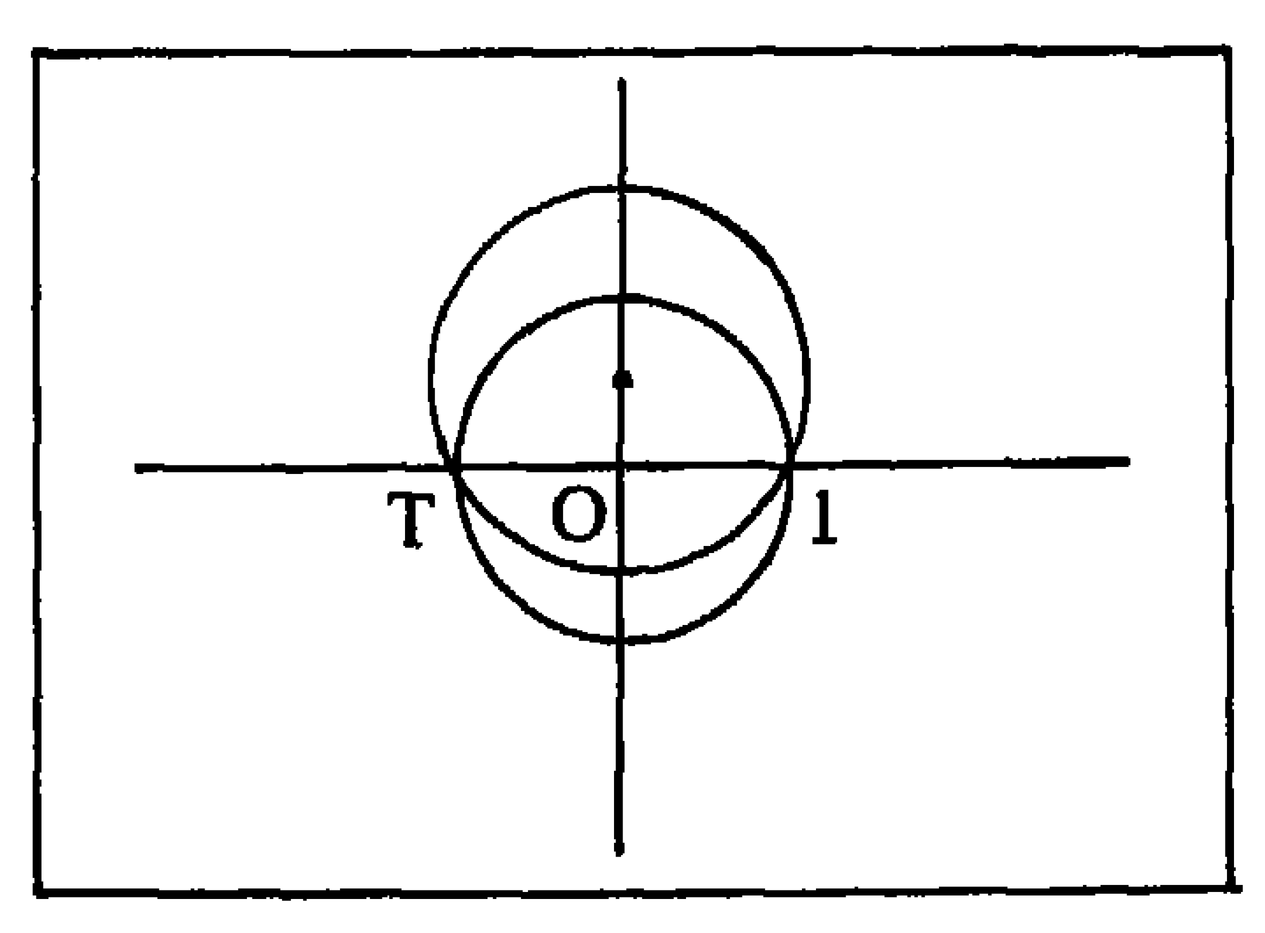
$$f(z) = 1 + z + z^2 + \ldots$$

وبذلك تكون f معرَّفة لقيم z التي تحقق $|z|<1$ لأن 1 هو نصف قطر التقارب للمتسلسلة ودائرة التقارب تتخذ 0 مركزاً لها. تمثل المتسلسلة أعلاه الدالة $\frac{1}{1-z}$ ولكن إذا أعطينا هذه الدالة تمثيلاً جديداً وذلك بواسطة:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(\frac{1}{2}i)}{n!} (z - \tfrac{1}{2}i)^n$$

بحيث نجد المعاملات من الدالة الأصلية، فإن دائرة التقارب الجديدة تمتد خارج الدائرة القديمة.

(انظر الشكل).



وتسمى الدالة f التي غالباً ما تعطى كمتسلسلة قوى (ولكن ليس دائماً) بالعنصر الدالي للدالة F، وقد نرى من الامتداد التحليلي أن F معرفة على سطح ريماني ذي أشطر كثيرة. انظر أحادي المولد ــ دالة تحليلية أحادية المولد.

● **منحنى تحليلي:**

هو منحنى في فضاء إقليدي ذي n بعداً بحيث يقبل في جوار كل نقطة من نقاطه تمثيلاً من الشكل:

$$x_j = x_j(t) \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

حيث $x_j(t)$ هي دوال تحليلية حقيقية للمتغيرالحقيقي t. وعلاوة على ذلك، فإذا كان لدينا $\sum_{j=1}^{n} (x'_j)^2 \neq 0$ فإننا نسمي المنحنى **نظامياً تحليلياً** ونقول إن t هو **وسيط نظامي** للمنحنى. أما إذا كان الفضاء ذا ثلاثة أبعـاد فإن التمثيل الوسيطي للمنحنى التحليلي هو $x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$ وكل من هذه الدوال تحليلي في المتغير t. ويكون المنحنى نظامياً تحليلياً إذا كانت المقادير $\frac{dz}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dx}{dt}$ لا تساوي جميعها الصفر بوقت واحد.

انظر **نقطة ــ** نقطة عادية على منحنٍ.

● **دالة تحليلية لمتغير عقدي:**

إذا كانت الدالة f قابلة للمفاضلة عند كل نقطة في مجال تعريفها D فإننا نقول أن f تحليلية في D. والجدير بالذكر أننا نعني «بالمجال» هنا مجموعة مفتوحة متصلة غير خالية، وأن f قد تكون ذات قيمة وحيدة أو ذات قيم متعددة ولكن يمكن اعتبارها ذات قيمة وحيدة وذلك على سطحها الريماني. كما أن بإمكاننا أن نثبت بأن للدالة التحليلية f للمتغير العقدي مشتقات مستمرة من كل المراتب وأنه يمكن نشرها بمتسلسلة تايلور في جوار كل نقطة z_0 في D على النحو التالي:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_o)^n$$

يقال أحياناً إن الدالة f تحليلية في D إذا كانت مستمرة في D ولها مشتقات عند كل نقاط Dباستثناء عدد منته نقط D فإذا كانت f قابلة للمفاضلة عند كل نقاط D فإننا نسميها دالة نظامية، أو نظامية تحليلية.

انظر **كوشي ــ** معادلات كوشي ــ ريمان التفاضلية الجزئية، أحادي المولد.

● دالة تحليلية لمتغير حقيقي:

تكون الدالة f لمتغير حقيقي تحليلية عند h إذا كان بالإمكان تمثيلها بمتسلسلة تايلور في قوى $(x - h)$ بحيث يكون مجموع المتسلسلة مساوياً لقيمة الدالة عند x وذلك لكل نقطة في جوار h. ونقول إن الدالة تحليلية في الفترة (a,b) إذا كان التعريف أعلاه يتحقق لكل h في الفترة (a,b).

انظر تايلور ــ نظرية تايلور.

● هندسة تحليلية:

انظر هندسة ــ هندسة تحليلية.

● تحليلي عند نقطة:

نقول إن الدالة f تحليلية عند نقطة z_o (حيث f دالة وحيدة القيمة لمتغير عقدي) إذا كان هناك جوار N للنقطة z_o بحيث تكون f قابلة للمفاضلة عند كل نقاط N. أي أننا نقول إن f تحليلية عند z_o إذا كانت تحليلية في جوار z_o، ونسمي هذه الدالة أحياناً نظامية أو أحادية المولد.

● برهان أو حل تحليلي:

هو برهان أو حل يعتمد على ذلك القسم من الرياضيات المعروف بالتحليل أو هو برهان يتألف من طرائق جبرية (لا هندسية) أو من طرائق ترتكز على حسبان التفاضل والتكامل.

● بنية تحليلية في فضاء:

هي تغطية لفضاء إقليدي محلياً ذي n بعداً وذلك بواسطة عائلة من المجموعات المفتوحة بحيث يتحقق ما يلي:

(1) تكون كل واحدة من هذه المجموعات متماثلة استمرارياً مع مجموعة مفتوحة في E_n الفضاء الإقليدي من n بعداً.

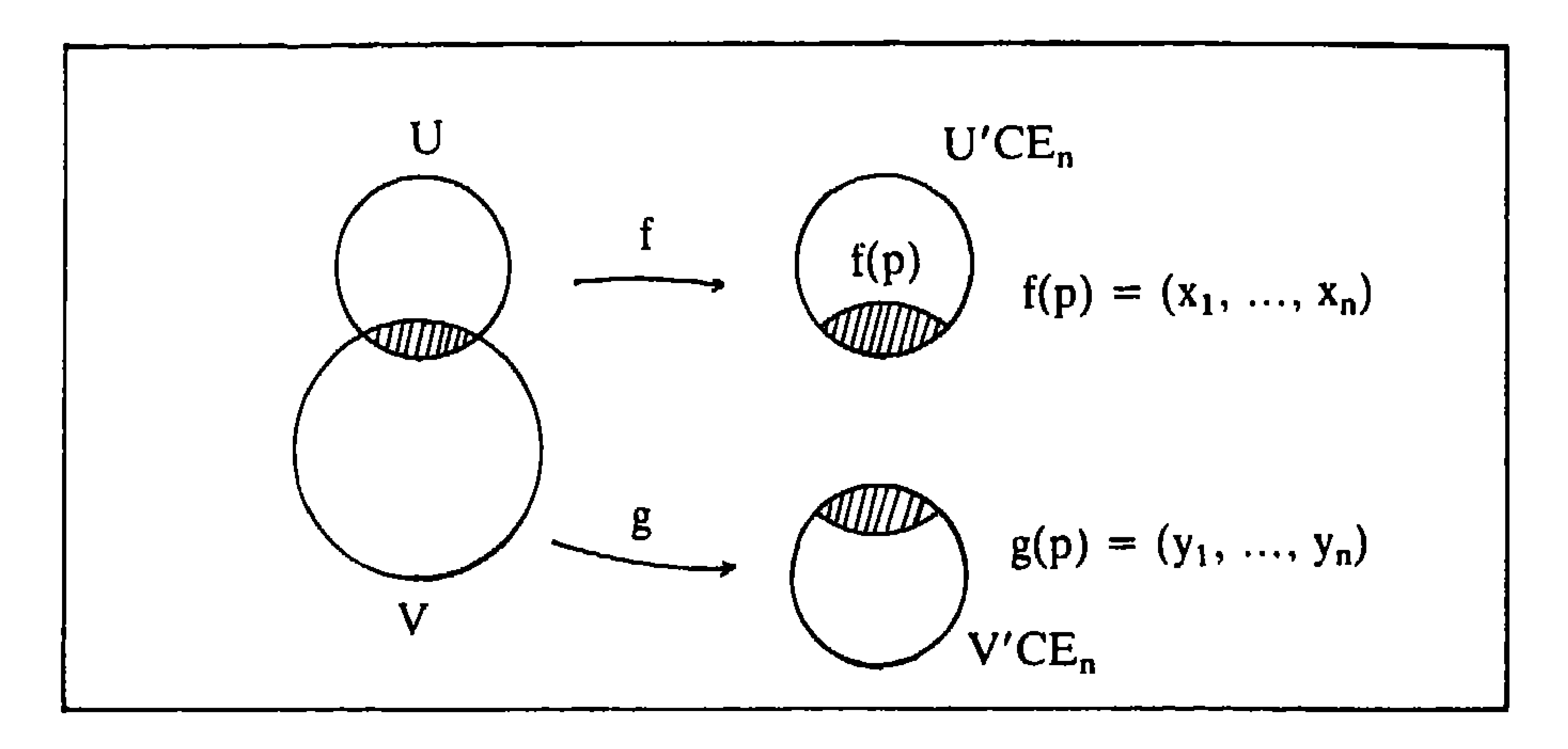
(2) إذا تشابكت اثنتان من هذه المجموعات، أي إذا كان تقاطعهما غير خال، يكون التحويل الاحداثي الناشىء في كلا الاتجاهين تحليلياً. لو تشابكت مثلاً المجموعتان U و V وكانت P نقطة في تقاطعهما فإن P ترث الاحداثيات

$(x_1, ..., x_n)$ عن طريق التماثل المستمر بين U ومجموعة جزئية من E_n كما ترث الاحداثيات $(y_1, ..., y_n)$ عن طريق التماثل المستمر بين V ومجموعة جزئية أخرى في E_n فينتج عن ذلك التحويلات الاحداثية:

$$y_i = y_i(x_1, ..., x_n) \qquad x_i = x_i(y_1, ..., y_n)$$

التي نشترط عليها أن تكون تحليلية.

انظر الشكل، نريد gof^{-1} و fog^{-1} تحليليين.



وتكون البنية التحليلية حقيقية إذا أخذنا الاحداثيات في E_n أعداداً حقيقية. أما إذا أخذنا الاحداثيات أعداداً عقدية (ويجب أن يكون n في هذه الحالة عدداً زوجياً) فإننا نسمي البنية **تحليلية عقدية**.

انظر إقليدي ــ فضاء إقليدي محلياً، منطو.

- **نقطة من a لدالة تحليلية f(z) لمتغير عقدي z:**

هي نقطة الصفر للدالة التحليلية f(z)−a ومرتبة النقطة من a هي مرتبة الصفر للدالة f(z)−a عند النقطة.

انظر صفر نقطة صفر لدالة تحليلية لمتغير عقدي.

- **دالة شبيهة التحليلية:**

لنأخذ متتالية من الأعداد الموجبة $\{M_1, M_2, ...\}$ وفترة مغلقة $[a,b]=I$ فإن الدوال شبيهة التحليلية هي مجموعة الدوال التي لها مشتقات من كل

المـراتب على I والتي يـوجد لكـل دالة منهـا عـدد ثـابت k بحيث يكـون $|f^{(n)}(x)|<k^nM_n$، وذلك لكل $n\geq 1$ ولكل $x\in I$. ويشترط أن تحقق هذه المجموعة التي نرمز لها بـ C' الخاصة التالية: إذا كانت f دالة في المجموعة C' وكانت $f^{(n)}(x_0) = 0$ لجميع قيم $n\geq 0$ $x_0\in I$ فلا بد أن تكون $f(x) = 0$ على I. إذا كانت $M_n = n!$ أو كانت $M_n = n^n$ فإن المجموعة C' في هذه الحالة، هي مجموعة الدوال التحليلية على I. كما أن كل دالة تمتلك مشتقات من كل المراتب على I (مثلاً e^{-1/x^2} على [0,1]) هي مجموع دالتين من مجموعة الدوال شبيهة التحليلية. إذا لم تكن المجموعة المعرفة بواسطة $M_1, M_2,...$ و I شبيهة التحليلية فإننا نقول أحياناً إن بعض المجموعات الجزئية منها هي شبيهة التحليلية إذا لم يكن بين عناصرها دالة f (غير صفرية) بحيث يكون $f^{(n)}(x_0) = 0$ لجميـع قيم $n\geq 0$ و $x_0\in I$. ونشير أخيراً إلى أن شبيهة التحليلية، أي الخاصة المميزة للدوال شبيهة التحليلية، هي واحدة من أهم خصائص الدوال التحليليـة ولكن يوجـد مجموعات من الدوال شبيهة التحليلية يمكن أن تحتوي على دوال غير تحليلية.

- **نقطة منفردة لدالة تحليلية:**

انظر منفرد.

ANALYTICALLY — تحليلياً

يتم إنجـازه بواسـطة التحليل أو الـطرق التحليلية بـدلاً من الطرق التركيبية.

ANALYTICITY — تحليلية

- **نقطة التحليلية:**

هي النقطة التي تكون عندها الدالة (لمتغير عقدي) تحليلية.

HOMOTOPIC — تحول

انظر تشوه ــ تشوه مستمر.

(1) هو تغيير تعبير جبري إلى تعبير جبري آخر له شكل مختلف.

(2) أو تغيير معادلة أو تعبير جبري وذلك بالتعويض عن المتغيرات بقيمها بدلالة مجموعة أخرى من المتغيرات.

(3) وقد يعني التحويل دالة معينة.

انظر دالة وخطي ـ تحويل خطي.

• **تحويل تآلفي:**

انظر تآلفي.

• **تحويل قرين:**

انظر قرين.

• **التحويل المتسامت:**

(1) هو تحويل خطي لا منفرد لفضاء إقليدي ذي بعدا على الشكل $y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \quad (i = 1,2,\ldots, n)$ في احداثيات متجانسة. وهو تحويل يأخذ النقاط المتسامتة إلى نقاط متسامتة أيضاً.

(2) أو هو تحويل B على الشكل $B = P^{-1}AP$ حيث P مصفوفة لا منفردة. وفي هذه الحالة تكون المصفوفتان A و B متشابهتين وكل منهما تحويل الآخر.

والتعريفان (1) و (2) للتحويل المتسامت مرتبطان على النحو التالي:

لنفرض أن النقطتين x و y مرتبطتان بالقانون $y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$ أو بالشكل المختصر $y = Ax$ حيث نعتبر كلاً من x و y مصفوفتين أحاديتي العمود. ولتكن P المصفوفة اللامنفردة لتحويل خطي لا منفردة بحيث $y = py'$ و $x = Px'$ فإن $Py' = APx'$ أو $y' = P^{-1}APx' = Bx'$.

انظر تسامت.

● **تحويل مطابق:**

هو تحويل B على الشكل $B = P^TAP$ لمصفوفة A بواسطة مصفوفة لا منفردة P، حيث P^T يرمز لمنقول P. ويقال في هذه الحالة إن B مطابق لـ A.

لنكتب الشكل التربيعي $Q = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$ بالشكل $Q = (x)A\{x\}$ حيث (x) تمثل المصفوفة الأحادية الصف و {x} تمثل المصفوفة الأحادية العمود والتي هي منقول (x) وحيث الضرب هو ضرب المصفوفات الاعتيادي.

وإذا كان $x_i = \sum_{j=1}^{n} p_{ij}y_i$ (i = 1,2,...,n)، أو بالرمز $\{x\} = P\{y\}$ فإن $(x) = (y)p^T$ و $Q = (y).p^TAP.\{y\}$.

وبهذا فإن المصفوفة A تحولت إلى مصفوفة مطابقة بواسطة تحويل خطي للمتغيرات. والجدير بالذكر أن كل مصفوفة متناظرة تكون مطابقة لمصفوفة قطرية وبالتالي فإن كل شكل تربيعي يمكن تغييره إلى الشكل $\Sigma k_ix_i^2$ بواسطة تحويل خطي.

انظر مميز ـ مميز الشكل التربيعي.

● **التحويل العطفي:**

ويرتبط التحويل العطفي بالأشكال الهرميتية بنفس الطريقة التي يرتبط بها التحويل المطابق بالأشكال التربيعية فيما عدا أن p^* تستبدل بـ p^T المرافق الهرميتي لـ P. ويمكن تحويل كل مصفوفة هرميتية إلى مصفوفة قطرية بواسطة تحويل عطفي. وبالتالي فإن كل مصفوفة هرميتية يمكن تحويلها إلى الصيغة $\sum_{i=1}^{n} a_i\bar{z}_iz_i$ بواسطة تحويل خطي حيث a_i هو عدد حقيقي من أجل جميع قيم i.

● **تحويل أويلر:**

انظر أويلر ـ تحويل أويلر.

● **تحليل تحويل إلى العوامل:** انظر تحليل إلى عوامل.

● **تحويل هرميتي:** انظر هرميتي.

● تحويل متجانس:

هو تحويل تكون معادلته جبرية وحدوده من نفس الدرجة. ويعتبر دوران المحاور والانعكاس على المحاور والانكماش والاستطالة من الأمثلة المعروفة للتحويلات المتجانسة.

● التحويل المعاكس:

هو التحويل الذي يلغي تأثير تحويل معطى. ويكون للتحويل معكوس إذا وفقط إذا كان التحويل متبايناً. واذا كان T يأخذ العنصر x إلى العنصر y فإن المعكوس T^{-1} يأخذ y إلى x وبالتالي فإن $T^{-1}T(x) = x$ و $TT^{-1}(y) = y$.

● التحويل المتزاوي:

انظر متزاو.

● التحويل الخطي:

انظر خطي.

● مصفوفة التحويل الخطي:

انظر مصفوفة.

● التحويل المعتدل:

انظر معتدل.

● التحويل المتعامد:

انظر متعامد.

● جداء تحويلين:

هو تطبيق التحويلين واحداً بعد الآخر. وجداء تحويلين لا يكون في العادة تبديلياً. فمثلاً إذا كان $g(x) = x+a$ و $f(x) = x^2$ فإن $fog(x) = (x+a)^2$ و $gof(x) = x^2+a$. وهذا يعني أن $fog \neq gof$.

● التحويل المنطق:

هو التحويل الذي يستبدل بمتغيرات معادلة أو دالة متغيرات أخرى كل منها دالة منطقة في المتغيرات الأصلية.

مثل $x' = x+2$ و $y' = y+3$ و $x' = x^2$ و $y' = y^2$.

- **التحويل القابل للاختزال:**

انظر قابل للاختزال.

- **التحويل المتناظر:**

انظر متناظر.

- **التحويل الطوبولوجي:**

انظر طوبولوجي.

- **تحويل الاحداثيات:**

أي تغيير نظام الاحداثيات المتبع إلى نظام احداثيات آخر إما أن يكون من نفس النوع أو من نوع آخر. وكأمثلة على التحويلات التي تغير النظام الاحداثي نورد التحويلات الخطية والتآلفية وسحب المحاور ودوران المحاور والتحويلات بين أنظمة الاحداثيات الديكارتية والقطبية والكروية.

- **زمرة تحويلية:**

انظر زمرة.

- **التحويل الوحدي:**

انظر وحدي.

تخاصص

- **زمرة تخاصص:**

إذا كانت G زمرة تحويلات تؤثر على فضاء طوبولوجي X فإن زمرة التخاصص G_x لكل $x \in X$ هي الزمرة: $G_x = \{g \in G \mid g\,x = x\}$. انظر مدار.

تخالفي ASYMMETRIC

- **علاقة تخالفية:**

نقول إن العلاقة R على مجموعة معينة A هي علاقة تخالفية إذا لم يكن في المجموعة أي عنصرين a,b بحيث يكون aRb و bRa في نفس الوقت.

وإذا نظرنا إلى R على أنها مجموعة جزئية من AxA فتكون R علاقة تخالفية إذا وفقط إذا كان $R \cap R^{-1} = \Phi$.

تخطيطي **ALIGNMENT**

مخطط تخطيطي ويستعمل كمرادف لخطط.

انظر خطط.

تخفيف **RELAXATION**

● طريقة التخفيف:

طريقة في التحليل العددي تعتبر الأخطاء أو الرواسب الناتجة من تقريب ابتدائي قيوداً يجب تخفيفها، ثم نختار تقريبات جديدة لتصغير أسوأ الرواسب وهكذا إلى أن تكون كل الرواسب ضمن حد معقول.

تخيلي **IMAGINARY**

● المحور التخيلي:

انظر عقدي ـ الأعداد العقدية؛ وانظر كذلك أرغاند ـ شكل أرغاند.

● المنحنى أو السطح التخيلي:

هو الجزء التخيلي من المنحنى أو السطح الذي يقابل القيم التخيلية للمتغير والتي تحقق المعادلة.

مثال: المحل الهندسي الحقيقي للمعادلة $x^2+y^2+z^2 = 1$ يشكل كرة نصف قطرها يساوي 1 ومركزها (0,0,0). أما المحل الهندسي التخيلي للمعادلة فهو مجموعة جميع النقاط (x,y,z) التي تحقق المعادلة، والتي تكون إحدى احداثياتها تخيلية مثل النقطة (1,1,i).

انظر دائرة ـ دائرة تخيلية وقطع ناقص ومجسم قطع ناقص وتقاطع.

● العدد التخيلي:

انظر عقدي ـ العدد العقدي.

● الجزء التخيلي من عدد عقدي:

إذا كان $z = x+iy$ عدداً عقدياً فإن y يسمى الجزء التخيلي للعدد z ويرمز له بإحدى الرموز $I(z)$، $Im(z)$.

● الجذور التخيلية:

هي جذور معادلة أو عدد بحيث تكون أعداداً عقدية وغير حقيقية. فمثلاً جذور المعادلة $x^2+x+1 = 0$ $i \quad -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{3}$ وبالتالي فهي جذور تخيلية.

انظر عقدي ــ عدد عقدي وأساسي ــ النظرية الأساسية في الجبر وجذر ــ وجذر العدد 1.

تداخل NEST

انظر متداخل.

تدرج GRADIENT

والتدرج يعني في الفيزياء معدل تغير قيمة كمية متغيرة مثل الحرارة والضغط.

وفي حالة الحرارة نطلق عليه التدرج الترمومتري كما يطلق عليه إسم التدرج البارومتري في حالة الضغط.

● تدرج الدالة:

ويعرف تدرج الدالة f بأنه المتجه $\nabla f = f_x \vec{i} + f_y \vec{j} + f_z \vec{k}$، حيث $f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$، $f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$، $f_z = \frac{\partial f}{\partial z}$، والجدير بالذكر هنا أن اتجاه تدرج الدالة Δf يطابق اتجاه المتجه $\vec{u}$ والتي يأخذ عندها المشتق الاتجاهي $D_u(f)$ قيمة عظمى كما أن $|\nabla f|$ تساوي القيمة العظمى للمشتق الاتجاهي $D_u(f)$. كما نلاحظ أيضاً أن $\nabla f(x_1, y_1, z_1)$ عند النقطة (x_1, y_1, z_1) على سطح $f(x,y,z) = C$ يكون ناظماً للسطح عند النقطة (x_1,y_1,z_1).

● طريقة التدرجات المترافقة: انظر مرافق.

تدفق STREAM

● **دالة تدفق وخطوط تدفق:**

انظر دالة ـ دالة تدفق.

تدوير ROUNDING OFF

حذف المراتب العشرية التي تلي مرتبة معنوية معينة طبقاً للقواعد التالية:

(1) إذا كانت أول مرتبة عشرية محذوفة أقل من 5، لا نغير المرتبة العشرية السابقة.

(2) إذا كانت أول مرتبة عشرية محذوفة أكبر أو تساوي 5 متبوعة بصورة مباشرة أو غير مباشرة بمرتبة لا صفرية نزيد المرتبة العشرية السابقة واحداً.

(3) إذا كانت أول مرتبة عشرية محذوفة 5 ويليها أصفار فقط فالقاعدة الغالبة (قاعدة الحاسب) هي أن نجعل المرتبة السابقة زوجية، أي نضيف لها واحداً إذا كانت فردية ونتركها كما هي إذا كانت زوجية. مثلاً 2.324 ,2.316, 2.315, تصبح 2.32 بعد تدويرها إلى مرتبتين عشريتين.

تدوير ROTATION

● **زاوية تدوير:**

هي حركة صلبة حول خط بحيث تتحرك كل نقطة من نقاط الشكل على ممر دائري حول هذا الخط وفي مستوى عمودي عليه.

● **تدوير حول نقطة:**

هو حركة صلبة في ممر دائري (في المستوى) حول النقطة.

● **تدوير المحاور:**

هو حركة صلبة تترك نقطة الأصل ثابتة، وتفيد التحويلات من هذا النوع في دراسة المنحنيات والسطوح لأنها لا تغيرها بشكل جوهري (أي لا تغير الشكل ولا الحجم).

مثلاً: نستطيع بواسطة تدوير مناسب لمحاور الاحداثيات في المستوى أن نجعل المحاور موازية لمحوري أي قطع ناقص معطى أو أي قطع زائد معطى. أو نجعلها موازية لمحور قطع مكافىء معطى، وبذلك نكون في كل من هذه الحالات قد جعلنا الحدود المشتملة على (xy) تختفي. ليكن (x,y) يمثل الاحداثيات بالنسبة لمحوري احداثيات في المستوى. إذا قمنا بتدوير هذين المحورين بواسطة زاوية (θ) وكانت (x′,y′) تمثل الاحداثيات بالنسبة للمحورين الجديدين فإن العلاقات بين (x,y) و (x′,y′) أو **صيغ التدوير** تكون:

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

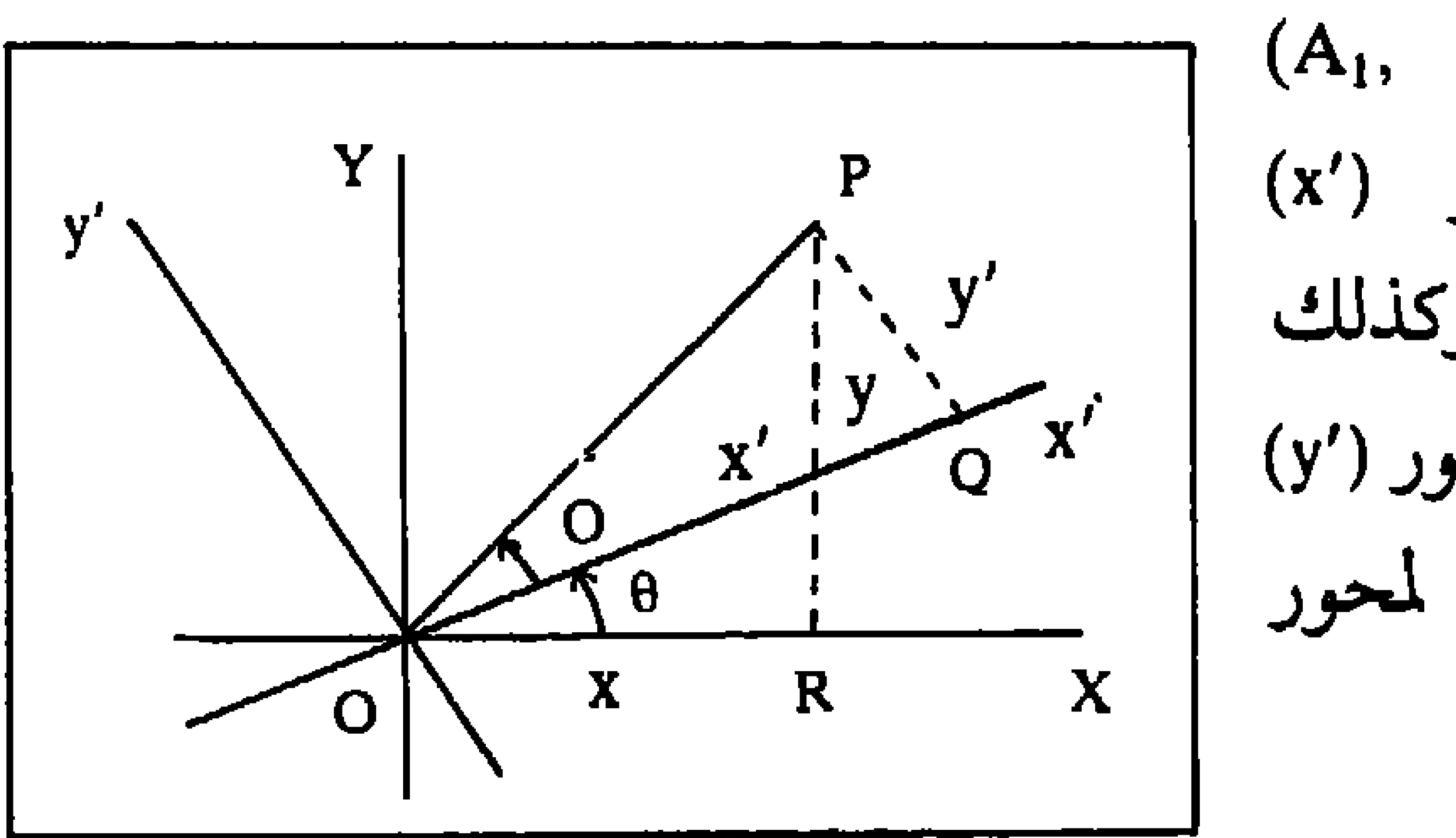
$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$

أما التدوير في الفضاء فيحرِّك ثلاثي الوجوه الاحداثي بشكل تبقى معه نقطة الأصل ثابتة ويُحتفظ بمواضع المحاور بالنسبة إلى بعضها. إذا كانت (x,y,z) احداثيات النقطة بالنسبة لنظام محاور متين وكانت (x′,y′z′) احداثيات هذه النقطة بالنسبة لنظام محاور جديد نتج عن القديم بواسطة عملية تدوير فإن صيغ التدوير تكون:

$$x = x' \cos A_1 + y' \cos A_2 + z' \cos A_3$$

$$y = x' \cos B_1 + y' \cos B_2 + z' \cos B_3$$

$$z = x' \cos C_1 + y' \cos C_2 + z' \cos C_3$$



حيث أن (A_1, B_1, C_1) هي زوايا الاتجاه لمحور (x′) بالنسبة للمحاور القديمة وكذلك (A_2, B_2, C_2) زوايا الاتجاه لمحور (y′) و (A_3, B_3, C_3) زوايا الاتجاه لمحور (z′).

انظر متعامد ــ تحويل متعامد.

تدويم GRYRATION

- **نصف قطر التدويم:**

يعرف نصف قطر التدويم r بالقانون:

$$r = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

حيث I عزم القصور الذاتي لجسيم و M كتلته.

انظر نصف قطر.

تذبذب OSCILIATION

هو تأرجح شيء ما من أقصى نقطة في جهة أخرى. وأبسط مثال هو تأرجح رقاص الساعة (البندول) أو أي جسم معلق عندما ندفعه بقوة ابتدائية ثم نتركه.

- **تذبذب دالة في فترة ما I:**

هو الفرق بين أصغر حد علوي وأكبر حد سفلي لقيم الدالة في الفترة I.

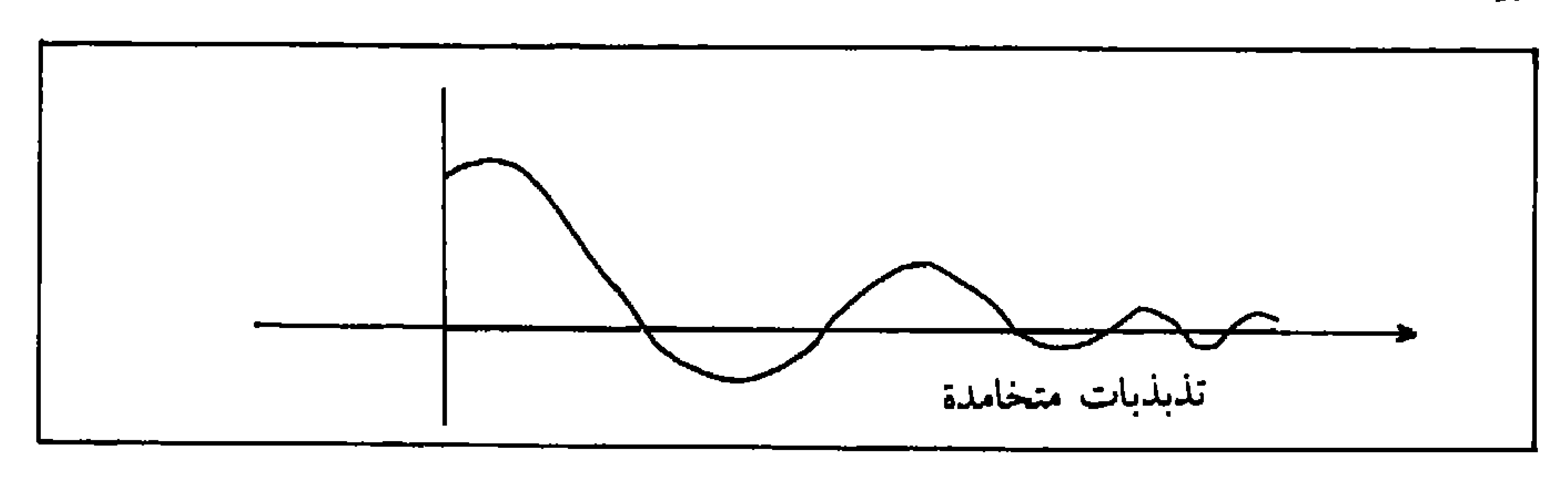
- **تذبذب دالة في نقطة P:**

هو نهاية تذبذب الدالة في فترة I تحوي P وذلك عندما تنتهي الفترة I إلى الصفر.

انظر تغير.

- **تذبذب متغير السعة:**

إذا تغيرت السعة مع كل ذبذبة فنحن أمام حالة التذبذب متغير السعة. وإذا تناقصت السعة باتجاه الصفر كانت ذبذبات متخامدة.



● **تذبذبات قسرية:**

هي التذبذبات التي تنجم عن قوى خارجية مؤثرة في جسم بحيث تؤدي إلى تغيير السعة لتذبذبات الجسم في حالة عدم وجود هذه القوى. ونسمي تذبذبات الجسم دون تأثير أية قوى خارجية **بالتذبذبات الحرة**، مثل تذبذب جسم معلق نعطيه سرعة ابتدائية.

● **تذبذبات مستقرة:**

هي تلك التي تقترب من موضع ثابت ومحدد مع مرور الزمن. فإذا كانت المعادلة التفاضلية الممثلة لحركة ما هي $\frac{d^2y}{dt^2} + A\frac{dy}{dt} + By = f(t)$، فإن لهذه الحركة تذبذبات حرة إذا كان $f(t)\equiv 0,\ B>0,\ A = 0$. وتسمى الحركة في هذه الحالة **حركة توافقية بسيطة**.

● **حل غير متذبذب:**

هو حل له عدد منته من الأصفار في الفترة I.

● **حل متذبذب:**

لتكن لدينا المعادلة التفاضلية:

$$(p(t)x')' + q(t)x = 0 \qquad (*)$$

نقول بأن الحل $u(t)$ لهذه المعادلة متذبذب في الفترة $I = [a,\infty[$ إذا كان لهذا الحل عدد لا منتهٍ من الأصفار في الفترة I.

● **مبرهنة الفصل لشتورم:**

إن أصفار الحلول المستقلة خطياً للمعادلة (*) تفصل بعضها. أي أنه إذا كان $u(t)\not\equiv 0,\ v(t)\not\equiv 0$ حلين مستقلين خطياً للمعادلة (*) فإنه يوجد صفر واحد للحل $u(t)$ بين كل صفرين للحل $v(t)$. وينتج من هذه المبرهنة أن المعادلة (*) تكون غير متذبذبة في الفترة I إذا كان لها حل غير صفري وليس له أصفار في الفترة I.

● **معادلة غير متذبذبة:**

نقول عن المعادلة (*) بأنها غير متذبذبة إذا كان لأي حل غير صفري صفر واحد على الأكثر في الفترة I.

مثال: لتكن المعادلة $x'' + \frac{\gamma}{(1+t)^2} x = 0$، $t \geq 0$. إن الحل العام لهذه المعادلة يعطي بالعلاقة:

$$x(t) = \begin{cases} k_1 (1+t)^{\rho} + k_2 (1+t)^{1-\rho}; \gamma \neq \frac{1}{4} \\ \qquad \rho = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-4\gamma} \\ \sqrt{(1+t)}\,[k_1 + k_2 \ln(1+t)]; \gamma = \frac{1}{4} \end{cases}$$

وهذا يبين أن المعادلة غير متذبذبة إذا كان $\frac{1}{4} \leq \gamma$ ومتذبذبة إذا كان $\frac{1}{4} \leq \gamma$.

- **معادلة متذبذبة**: نقول بأن (*) هي معادلة متذبذبة إذا كانت جميع حلولها متذبذبة.

ترابط ذاتي — AUTOCORRELATION

لتكن γ_k $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ دالة التغاير الذاتي للمتسلسلة الزمنية ... $Z_{t-2}, Z_{t-1}, Z_t, Z_{t+1}, Z_{t+2}, \ldots$ نعرف **الترابط الذاتي** عند التأخير k بأنه $\rho_k = \gamma_k\,\gamma_0$، $k = 0, 1, 2, \ldots$. وإذا اعتبرنا ρ_k دالة في k فإننا نسميها **دالة الترابط الذاتي**.

انظر تغاير ذاتي.

تراتبـي — ORDENAL

- **عدد تراتبـي**:

هو عدد يشير إلى مرتبة عناصر المجموعة. نقول بأن المجموعتين A و B **متشابهتان** إذا أمكن وضع تقابل واحد - لواحد بين جميع عناصر A و B مع المحافظة على الترتيب.

ولجميع المجموعات المتشابهة نفس **النمط التراتبي** أي نفس العدد التراتبي وفيما يلي بعض المجموعات والعدد التراتبـي الموافق لها:

(0)

{1} (1)

{1,2} (2)

{1, 2, ..., n} (n)

{1, 2,...} (ω)

$\{-1, -2, \ldots\}$ (ω^*)

$\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ (π)

مجموعة الأعداد المنطقة (η).

مجموعة الأعداد الحقيقية (λ).

● **خواص الأعداد التراتبية:**

(1) إذا كان α, β عددين تراتبيين للمجموعتين المرتبتين كلياً Q،P فإن $\alpha+\beta$ يكون معرفاً ويمثل العدد التراتبي للمجموعة (P,Q) التي تحوي جميع عناصر P و Q بالترتيب المعطى لـ P و Q ووفق كون أي عنصر من P يسبق أي عنصر من Q.

(2) لدينا $\omega \neq \omega^*$, $\omega^* + \omega = \pi \neq \omega + \omega^*$.

(3) إذا تساوى العددان التراتبيان لمجموعتين فإن لهما نفس العدد الرئيسي. بينما لا يتساوى بالضرورة العددان التراتبيان لمجموعتين إذا تساوى عدداهما الرئيسيان فمثلاً $\omega \neq \omega^*$.

(4) إذا اقتصر تعريفنا للعدد التراتبي على المجموعات حسنة التعريف، فإن أية مجموعة من الأعداد التراتبية تكون حسنة التعريف إذا قصدنا بالعلاقة $\alpha \leq \beta$ أن أية مجموعة ذات نمط تراتبي α يمكن أن تقابل واحداً لواحد مع المحافظة على الترتيب بقطعة ابتدائية لأية مجموعة ذات نمط تراتبي β.

● **القطعة الابتدائية s(a):**

للعنصر a المنتمي إلى مجموعة A حسنة الترتيب، هي جميع العناصر التي تسبق a قطعاً أي: $s(a) = \{x | x \in A, x < a\}$

تراكب SUPERPOSITION

● **مبدأ تراكب الشدة الكهروسكونية:**

انظر كهروسكوني.

● **موضوعة التراكب:**

انظر موضوعة.

تراكمي CUMULATIVE

● تكرار تراكمي:
انظر تكرار.

تربيع SQUARING

● تربيع الدائرة:
هو مسألة إنشاء مربع مساحته تساوي مساحة دائرة معينة وذلك باستخدام حافة مستقيمة وفرجار فقط.

وحل هذه المسألة غير ممكن. وإذا كان نصف قطر الدائرة واحداً فإن مساحتها تساوي π. وهذا يعني أن طول ضلع المربع يجب أن يكون العدد المتسامي $\sqrt{\pi}$. ولا يمكن رسم قطعة مستقيمة طولها يساوي عدداً متسامياً باستخدام حافة مستقيمة وفرجار فقط.

تربيع QUADRATURE

هو عملية إيجاد مربع تتساوى مساحته مع مساحة سطح معطى.

● تربيع الدائرة:
وهو مسألة إيجاد (إنشاء) مربع مساحته تساوي مساحة دائرة معطاة باستخدام الفرجار والمسطرة فقط. وحل هذه المسألة هو أمر مستحيل لأنه لا يمكن رسم قطعة مستقيمة طولها يساوي عدداً متسامياً $\sqrt{\pi}$ باستخدام المسطرة والفرجار.

تربيعي QUADRATIC

أي من الدرجة الثانية.

● شكل تربيعي:
انظر شكل.

● **صيغة تربيعية:**

هي صيغة تعطي جذور المعادلة التربيعية:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

حيث $a \neq 0$ وتأخذ هذه الصيغة الشكل:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

انظر **مميز معادلة كثير حدود.**

● **قانون المقلوبية التربيعية:**

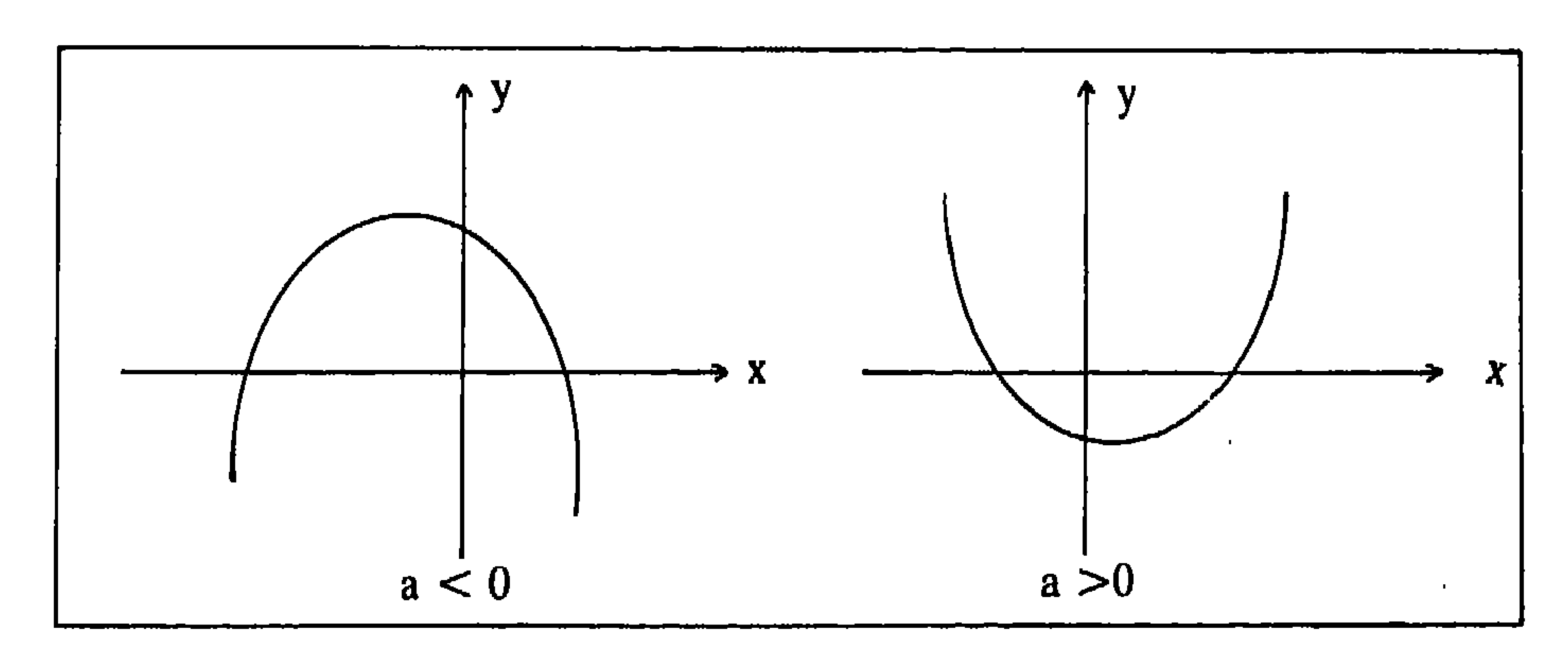
إذا كان p و q عددين أوليين مختلفين فرديين، عندئذٍ:

$$(q/p)(p/q) = (-1)^{\frac{1}{4}(q-1)(p-1)}$$

انظر **لوجاندر ــ رمز لوجاندر.**

● **كثير حدود تربيعي (دالة تربيعية):**

هو كثير حدود من الدرجة الثانية ويأخذ الشكل ax^2+bx+c، بحيث $a \neq 0$ وتسمى الدالة $y = ax^2+bx + c$ دالة تربيعية. أما بيان هذه الدالة فيأخذ في الحالة العامة إحدى الصورتين المبينتين على الشكل.



● **متباينة تربيعية:**

هي المتباينة $ax^2 + bx + c < 0$ بحيث $a \neq 0$ ويمكن أن يستبدل بالإشارة $<$ إحدى الإشارات التالية:

$$\leq, \geq, >$$

ومجموعة الحل لهذه المتباينة هي جميع قيم x المحققة لها.

مثال (1): $x^2+1<0$ غير محققة أبداً ومجموعة القيم هي المجموعة الخالية. هنا نعتبر x عدداً حقيقياً.

مثال (2): المتباينة $-x^2+2x-3<0$ محققة من أجل جميع قيم x.

مثال (3): المتباينة $x^2-6x+8<0$ محققة من أجل $2<x<4$ فقط.

● **معادلة تربيعية:**

هي معادلة كثير حدود من الدرجة الثانية وتأخذ**الشكل العام** $ax^2+bx+c = 0$ بحيث $a\neq0$. أما **الشكل المختزل** لها فهو:

$$x^2 + px + q = 0$$

أما المعادلة $ax^2 + b = 0$ فتسمى **معادلة تربيعية بحت.**

● **مميز التربيع:**

انظر **مميز معادلة كثير حدود.**

ترتيب

● **ترتيب الأعداد الحقيقية وخواصها:**

إذا كان $x<y$ يعني أنه يوجد عدد موجب a بحيث $y = x+a$ **فإن علاقة الترتيب** هذه تسمى **«ترتيب خطي»** أي أن لها خاصتين أساسيتين:

أولاً ــ التثليث: من أجل أي عددين x و y فلا بد أن تتحقق واحدة من ثلاث $x>y,\ x=y,\ x<y$.

ثانياً ــ التعدي: إذا كان $y<z,\ x<y$ فإن $x<z$.

هذا، ويمكن أن نبرهن كثيراً من خواص الترتيب للأعداد الحقيقية أهمها:

(الجمع) $\qquad$ (1) $x<y \Rightarrow x + a < y + a$

(الضرب) $\qquad$ (2) $x < y \Rightarrow ax < ay,\ a > 0$

$x < y \Rightarrow ax > ay,\ a < 0$

(3) $0 < x < y \Leftrightarrow x^2 < y^2$

(4) إذا كان $x > 0$ وكان $y > 0$ فإنه يوجد عدد صحيح موجب n بحيث $x < ny$.

● **ترتيب طبيعي:**

هو أي ترتيب لمجموعة عناصر نتخذه أساساً لمقارنته بالترتيبات الأخرى لهذه المجموعة من العناصر، وهو مفهوم اصطلاحي.

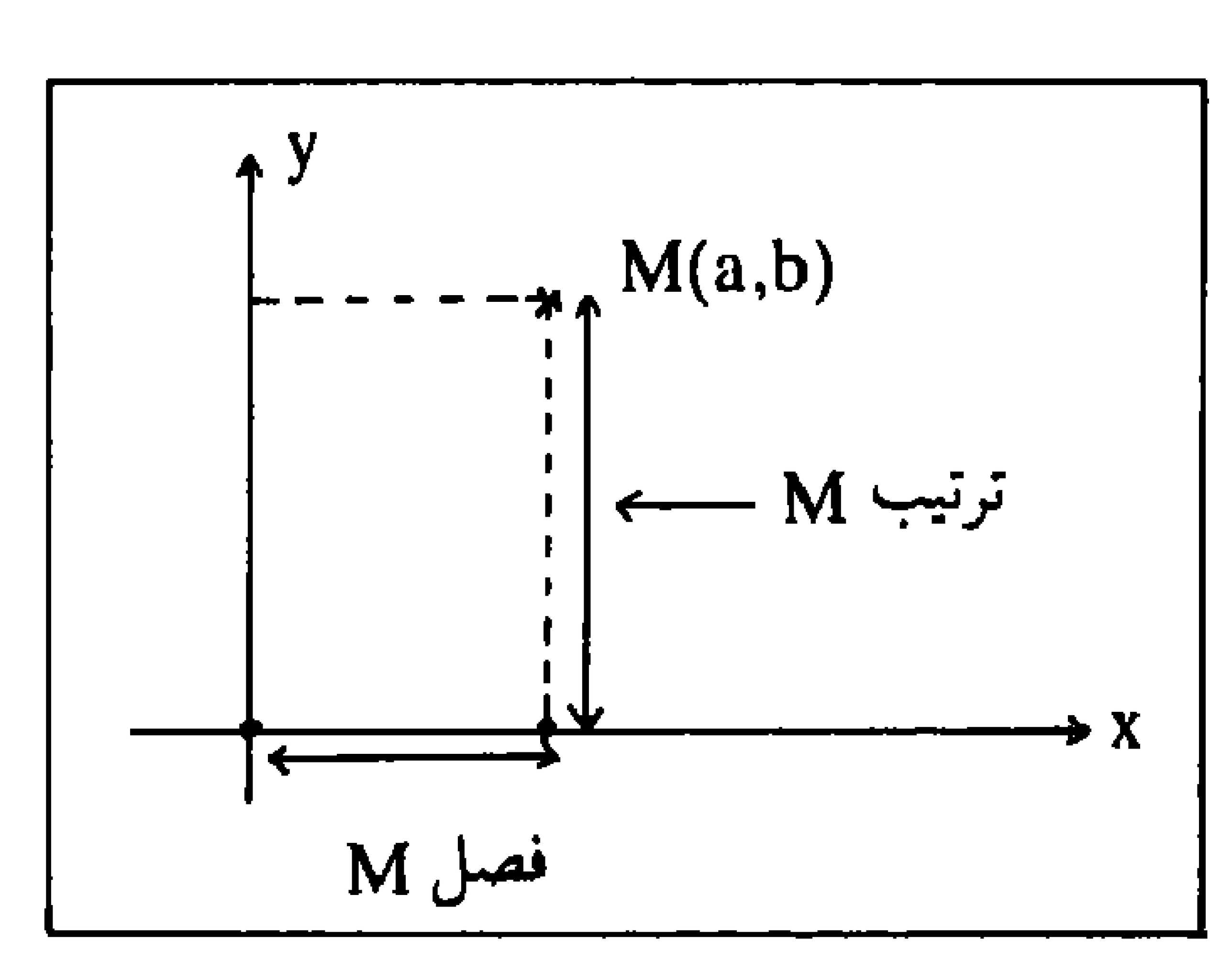
مثال: لنأخذ الترتيب bca على أنه الترتيب الطبيعي للأحرف a,b,c فإن cba هو تعاكس بالنسبة للترتيب الذي اخترناه ليكون طبيعياً.

● **ترتيب نقطة:**

هو الاحداثي الديكارتي الثاني لنقطة M. أي هو بعد النقطة M عن المحور ox. أما الاحداثي الأول فنسميه فصل النقطة M. ونسمي المحور oy **محور التراتيب** بينما نسمي ox **محور الفصول**.

● **خاصية الترتيب الحسن:**

إن مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة (أو أي مجموعة من الأعداد الصحيحة التي لها عنصر أصغر) تتمتع **بخاصية الترتيب الحسن**. ذلك يعني أنه يوجد عنصر أصغر لأية مجموعة جزئية S من مجموعة الأعداد الصحيحة.



والعنصر الأصغر هو عنصر أصغر أو يساوي أي عنصر آخر في المجموعة.

انظر متباينة؛ انظر مرتب ـ مجموعة مرتبة.

● **علاقة ترتيب:**

هي علاقة R في مجموعة A بحيث تكون:

(1) منعكسة، أي aRa من أجل أي عنصر a ينتمي إلى A.

(2) أي $a=b > aRb \quad bRa$.

(3) متعدية أي $aRc > aRb \quad bRc$.

ونرمز عادة لعلاقة الترتيب هذه بالرمز (≤) لتمييـزها عن العـلاقات الأخرى، ونقرأ الرمز (≥) على النحو « a يسبق b وهذا يعني أن a قد يسبق b وقد ينطبق عليه، فإذا أردنا أن نؤكد أن a يسبق b ولا ينطبق عليه نكتب $a<b$ ونقرأ a يسبق b قطعاً».

مثال: إن العلاقة ≤ العادية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي علاقة ترتيب.

ونلاحظ من تعريف علاقة الترتيب أننا لم نشترط تحقق الشرطين (2) و (3) من أجل جميع العناصر المنتمية إلى A ووفقاً لذلك فإننا نميز بين حالتين:

أولاً: الشرطان (2) و (3) محققان من أجل بعض عناصر A، وعندئذٍ نسمي العلاقة «علاقة ترتيب جزئي».

ثانياً: الشرطان (2) و (3) محققان من أجل جميع عناصر A وعندئذٍ تسمى هذه العلاقة «علاقة ترتيب كلي».

ونقول بشكل آخر علاقة الترتيب الكلي هي علاقة ترتيب تحقق الخاصة الإضافية التالية (خاصة التثليث) من أجل أي عنصرين a و b منتميين إلى A يكون $a=b$ أو bRa أو arb. وتسمى هذه الخاصة عادة **قابلية المقارنة** أي أن أي عنصرين a و b منتميين إلى A يقبلان المقارنة وفق العلاقة R. فمثلاً لو أخذنا العلاقة ⊂ (الاحتواء) فإن المجموعتين المنفصلتين أو المتقاطعتين لا تكونان قابلتين للمقارنة وفق هذه العلاقة.

● **علاقة السلفية:**

إذا عرفنا في مجموعة السكان A لمدينة ما العلاقة (a سلف لـ b) عندما يكون a هو b أو أحد والديه أو أجداده. فإن هذه العلاقة هي علاقة ترتيب بين الأجداد والأحفاد. وهي على وجه التحديد علاقة ترتيب جزئي.

مثال (2): إن علاقة (a يقسم b) أي أن b يقبل القسمة على a بدون باق بين مجموعة الأعداد الطبيعية:

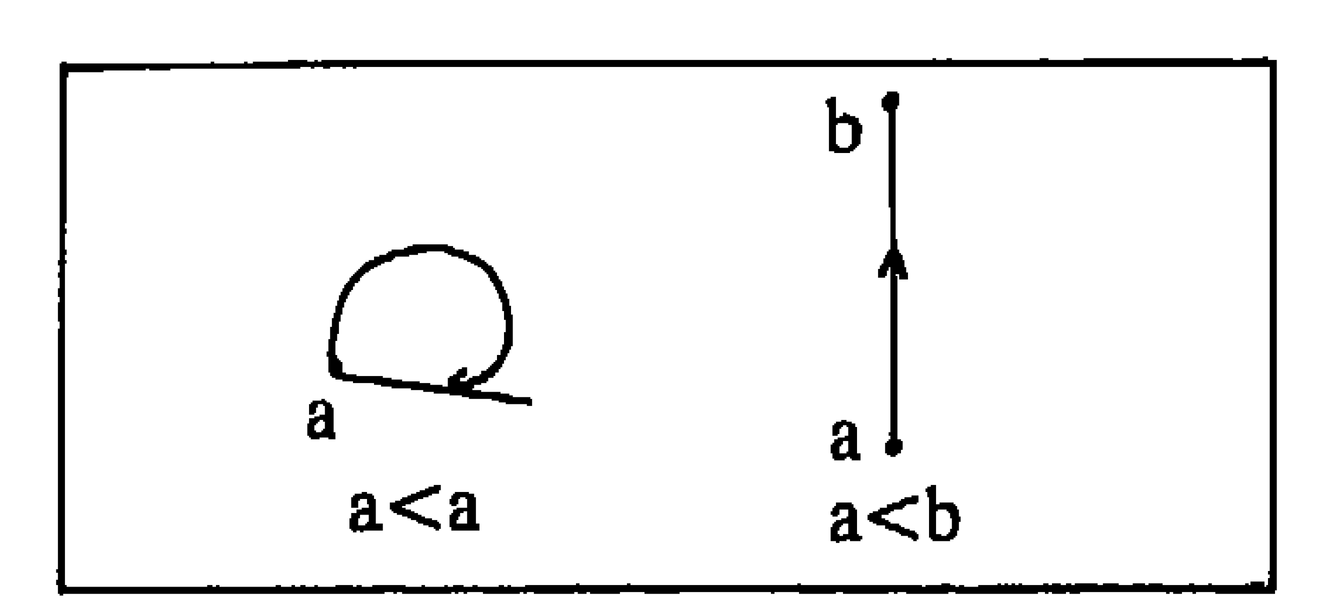
$$N = \{1, 2, \dots\}$$

هي علاقة ترتيب وبالذات علاقة ترتيب جزئي.

مثال (3): إن العلاقة السابقة المعرفة على المجموعة {2,6,18} هي علاقة ترتيب كلي.

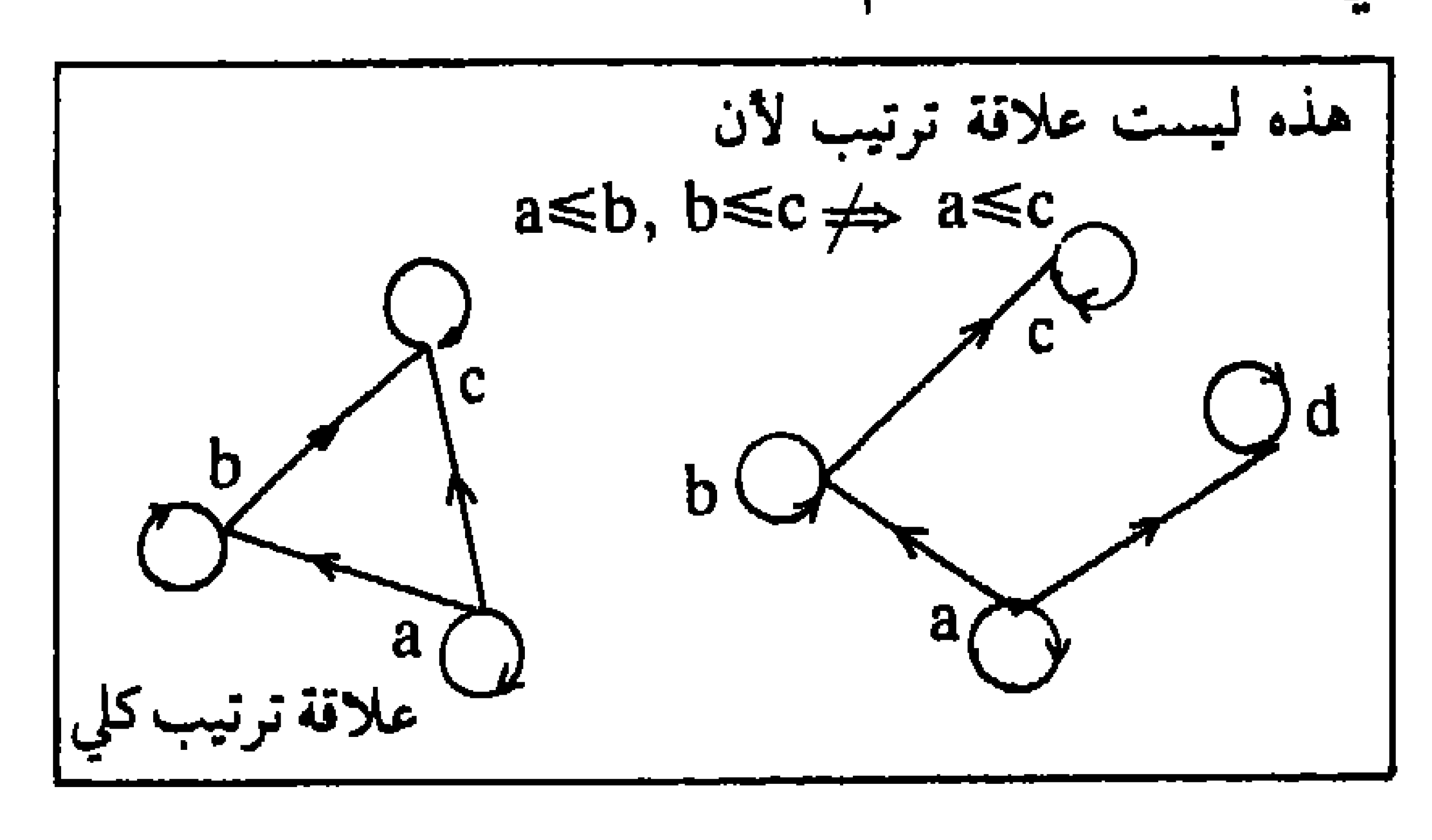
● **تمثيل سهمي لعلاقة الترتيب:**

من المناسب أحياناً تمثيل العلاقة a<b بسهم ينطلق من a إلى b بعد أن نضع العنصر a تحت العنصر b. كما نمثل العلاقة a<a بسهم ينطلق من a ويعود إلى a كما يبين الشكل.



ومن هذا التمثيل يمكن أن نعرف العلاقة بواسطة الأسهم وعندئذٍ يتم التحقق من كون هذه العلاقة هي علاقة ترتيب أم لا.

مثال:



● **مجموعة بسيطة الترتيب:**

انظر مرتب.

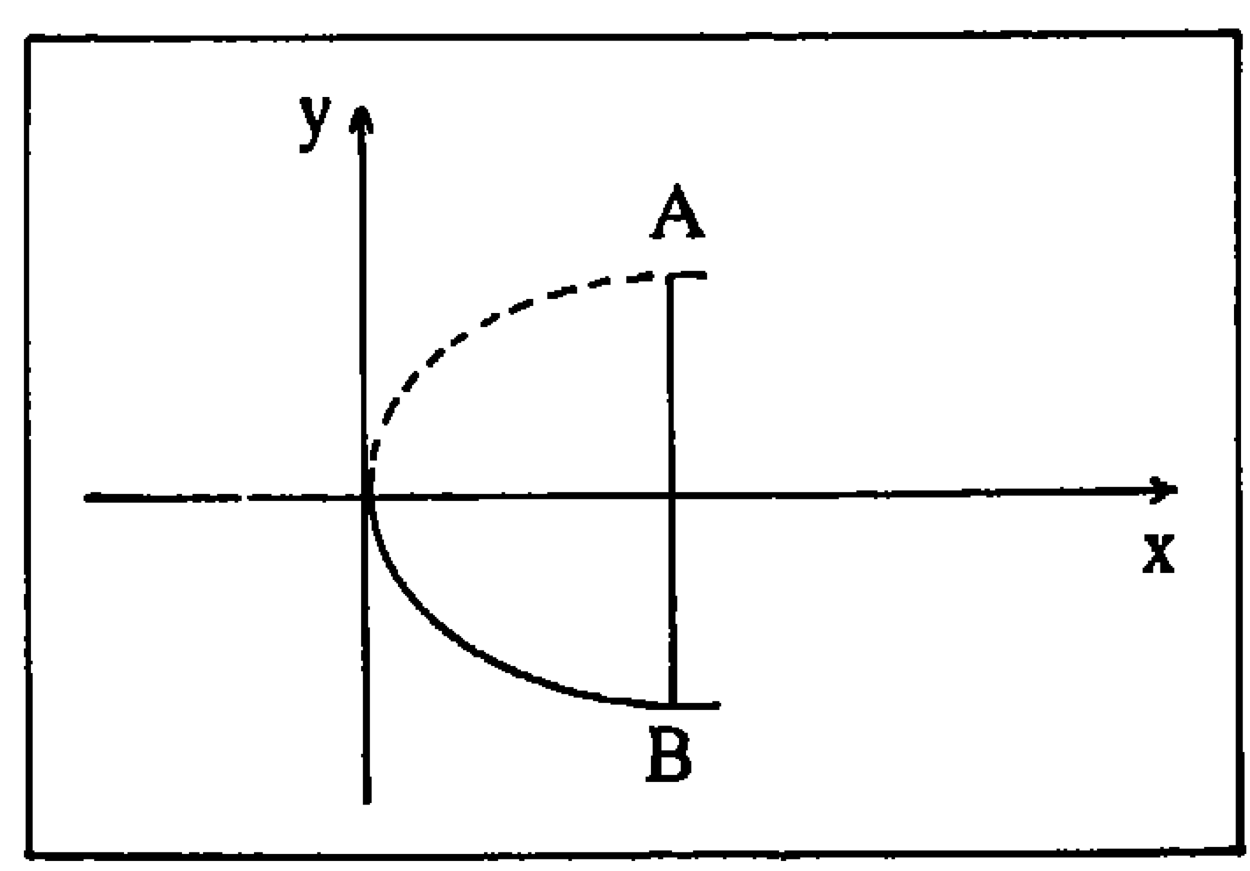
● **مجموعة حسنة الترتيب:**

انظر مرتب.

● **مضاعف الترتيب:**

هو القطعةالمستقيمة الواصلة بين نقطتين متناظرتين في منحنى Γ بالنسبة للمحور ox.

مثال: AB هو مضاعف الترتيب في المنحنى $y^2 = 2px$.



● تركيب الدوال:

هو تشكيل دالة جديدة h (تسمى الدالة المركبة) من دالتين f,g بواسطة القاعدة $h(x) = g[f(x)]$ وذلك لكل x في مجال f بحيث يكون f(x) في مجال g

مثلاً: إذا كانت $g(x) = \sqrt{x}$, $x \geq 0$ وكانت $f(x) = x+3$ وذلك لكل الأعداد الحقيقية فإن مجال الدالة h المركبة من g و f هو مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث يكون $x \geq -3$ وتكون $h(x) = \sqrt{x+3}$، وغالباً ما نكتب h على الشكل التالي $h = gof$ أو $h = gf$ كما أنها تكتب أحياناً $h = fog$, $h = fg$ كما هـو الحال في تركيب العلاقات، حيث أن الدوال هي حالات خاصة من العلاقات.

ترتيب الدوال التي تؤلف دالة مركبة مهم جداً لأن تغيير الترتيب غالباً ما يعطي دالة مركبة مختلفة.

مثلاً: في الدالتين f,g أعلاه، إذا أخذنا $h = gof$ لتعني أن $h(x) = g[f(x)]$ لحصلنا على $h(x) = g(x+3) = \sqrt{x+3}$. أما إذا غيرنا ترتيب g,f فنحصل على:

$$h(x) = f[g(x)]$$
$$= f(\sqrt{x}) = \sqrt{x} + 3$$

نحصل على مشتق دالة مركبة باستعمال قاعدة السلسلة.

● تركيب العلاقات:

إذا أخذنا علاقتين R,S فإن تركيبهما هو العلاقة $T = RoS$ بحيث يكون xTz إذا وفقط إذا كان هناك عنصر y بحيث يكون xRy, ySz.

مثلاً: إذا كانت r, s, t ترمز لأعداد صحيحة موجبة وكانت rRs تعني $r<s$ وكانت rSs تعني أن r يقسم s فإن rTt يعني أن هناك عدداً s أكبر من r ويقسم t أما r(SoR)t فتعني أن هناك عدداً صحيحاً موجباً s أصغر من t ويقبل القسمة على r.

انظر علاقة.

● تركيب في التناسب:

هو المرور من قضية التناسب $a/b = c/d$ إلى القضية $\frac{c+d}{c} = \frac{a+b}{c}$.

● تركيب متجهات:

وهو نفس عملية جمع المتجهات ولكن كلمة تركيب تستعمل لتعني أكثر من مجرد الجمع عندما نتحدث عن متجهات السرعة والقوة والتسارع حيث نقصد بالتركيب إيجاد المتجه الذي يمثل محصلة السرعات أو القوى أو التسارعات . . إلخ .

انظر مجموع ـ مجموع متجهات.

● تركيب موترات:

انظر داخلي ـ جداء داخلي للموترات.

● تركيب وقسمة في التناسب:

هو المرور من قضية التناسب $a/b = c/d$ إلى القضية $\frac{c+d}{c-d} = \frac{a+b}{a-b}$.

انظر قسمة ـ قسمة في التناسب.

● رسم بياني بواسطة تركيب الترتيبات:

انظر رسم بياني ـ رسم بياني بواسطة التركيب.

تركيبي SYNTHETIC

● طريقة البرهنة التركيبية:

الوصول إلى نتيجة عن طريق الاعتماد على مبادىء وقواعد مبرهنة أو مسلم بصحتها. عكس التحليل. مرادف: طريقة البرهنة الاستنتاجية.

● قسمة تركيبية:

قسمة كثير حدود ذي متغير واحد x على المقدار $(x-c)$ حيث c هو عدد ثابت موجب أو سالب. ولتوضيح ذلك نقسم $2x^2-5x+2$ على $x-2$ وباستخدام القسمة الطويلة نحصل على:

$$
\begin{array}{l|l}
2x^2 - 5x + 2 & x-2 \\
\underline{2x^2 - 4x} & 2x+1 \\
\quad - x + 2 & \\
\quad \underline{- x + 2} & \\
\qquad 0 &
\end{array}
$$

ويكون خارج القسمة (2x−1) وباقي القسمة صفراً. ونلاحظ هنا أن معامل الحد الأول في خارج القسمة هو نفس معامل الحد الأول في المقسوم وأنه لا حاجة لكتابة x− وأنه بإبدال إشارة2− في المقسوم عليه نستطيع أن نجمع بدل أن نطرح. وباستخدام هذه التبسيطات نجري عملية القسمة التركيبية بدل القسمة الطويلة، كما يلي:

$$
\begin{array}{l|l}
2 - 5 + 2 & 2 \\
\underline{\quad 4 - 2} & \\
2 - 1 + 0 &
\end{array}
$$

وتظهر معاملات خارج القسمة 2 و1− بشكل بواق جزئية لعملية القسمة. ويكون الحد الأخير0 في البواقي الجزئية هو الباقي.

- **هندسة تركيبية:**

دراسة الهندسة بالطرق التركيبية. ويقصد بهذا الاصطلاح عادة الهندسة الاسقاطية. مرادف: هندسة بحتة.

O,oNOTATION | **ترميز O,o**

انظر مقدار ــ مرتبة الكبر (للمقدار).

NOTATION | **ترميز**

هي مجموعة الرموز التي تشير إلى الكميات والعمليات.. إلخ.

- **ترميز الاستمرار:** انظر استمرار.
- **ترميز العاملي:** انظر عاملي.
- **ترميز الدالي:** انظر دالي.

ترنح SALTUS

● ترنح الدالة:

انظر تذبذب ـ تذبذب الدالة.

ترويسي TROY

● وزن ترويسي:

نظام أوزان وحدته الأساسية الباوند المتكون من 12 أونس فقط. ويستخدم هذا النظام غالباً لوزن المعادن الصافية.

تريليون TRILLION

(1) في الولايات المتحدة الأميركية وفرنسا: عدد يساوي 1.0×10^{12}.

(2) في إنجلترا: عدد يساوي 1.0×10^{18}.

تزاو مع خطوط الطول LOXODROMIC

● حلزون ثابت الميل:

وهو خط سير باخرة تتقاطع مع خطوط الزوال بزاوية ثابتة لا تساوي $\frac{\pi}{2}$ وبشكل عام فإن الحلزون ثابت الميل هو منحنٍ على سطح دوراني بحيث يتقاطع هذا المنحنى مع خطوط الزوال على السطح بزوايا متساوية.

انظر سطح ـ سطح دوراني.

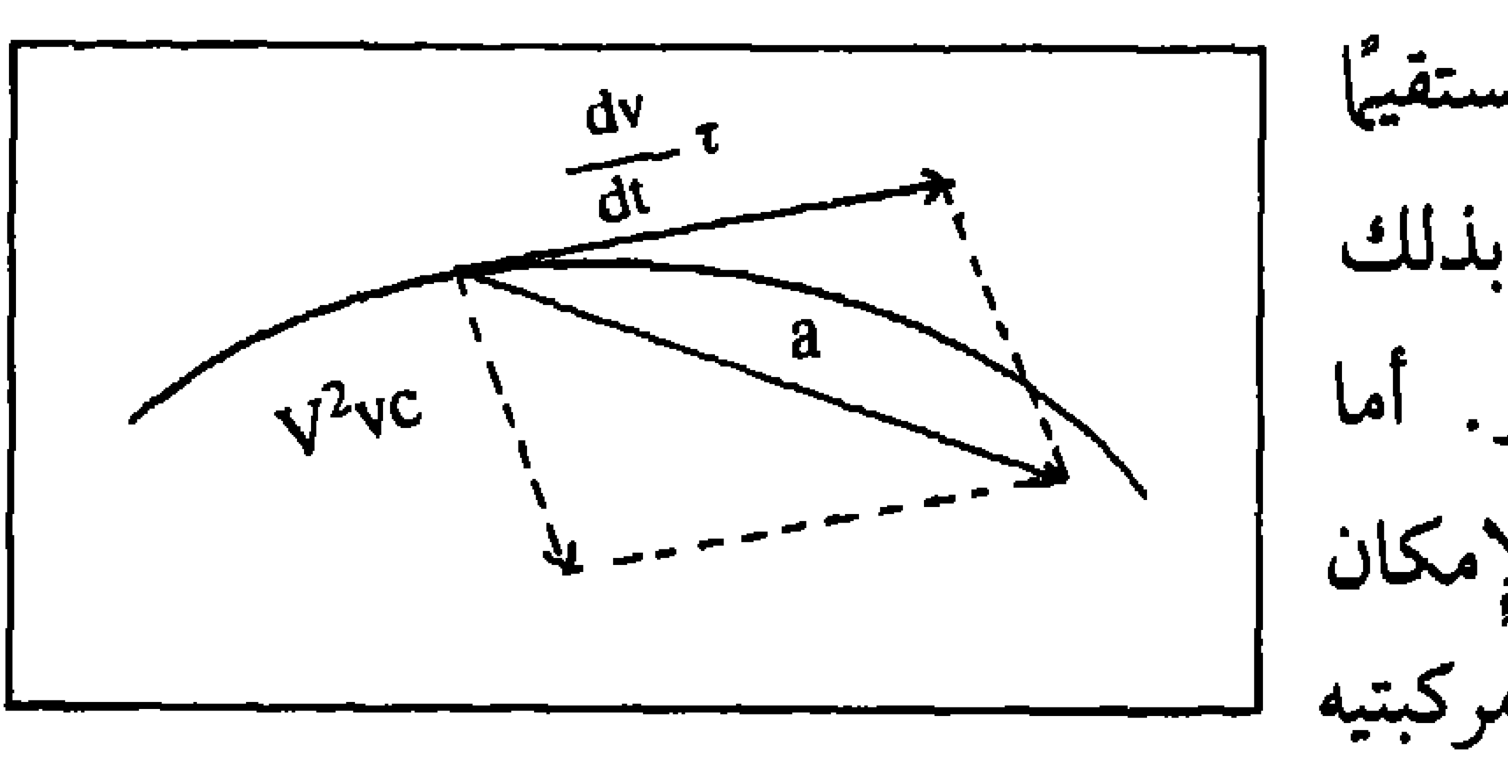
ويسمى هذا المنحنى أحياناً منحنى التزاوي مع خطوط الطول.

تسارع ACCELERATION

هو معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن. وبما أن السرعة هي كمية موجهة يكون التسارع متجهاً مساوياً: $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ ،

حيث أن Δv هي الزيادة في السرعة $\vec{v}$ التي يبلغها الكائن المتحرك خلال t من الزمن. كمثال نأخذ طائرة تسير في خط مستقيم بسرعة ميلين في الدقيقة، أخذت بزيادة سرعتها حتى وصلت إلى خمسة أميال في الدقيقة وقد حصل ذلك خلال دقيقة واحدة. فيكون بذلك متوسط تسارعها خلال تلك الدقيقة هو ثلاثة أميال في الدقيقة. وإذا كانت الزيادة في السرعة منتظمة يكون متوسط التسارع مساوياً للتسارع الفعلي أما إذا كانت الزيادة غير منتظمة فيمكن حساب التسارع الآني عند الزمن t_1 عن طريق تقييم نهاية خارج القسمة $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ عندما تقترب $\Delta t = t - t_1$ من الصفر. أما إذا كان الجسيم متحركاً على ممر منحن تكون السرعة $\vec{v}$ موجهة باتجاه مماس الممر أما التسارع فنحصل عليه من الصيغة التالية: $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v^2c\vec{v}$

حيث أن $\frac{d\vec{v}}{dt}$ هو مشتق السرعة العددية، c هو تقوس المسار عند النقطة و $\vec{\tau}$, $\vec{v}$ متجهان طول كل منهما وحدة موجهان باتجاه المماس والعمود للمسار. وتسمى $\frac{d\vec{v}}{dt}$ المركبة المماسة أما v^2c فتسمى المركبة العمودية للتسارع.



إذا كان المسار خطاً مستقيًا يكون التقوس صفراً ويكون بذلك التسارع متجهاً موازياً للمسار. أما إذا كان المسار غير مستقمي فبالإمكان الحصول على اتجاه التسارع من مركبتيه كما في الشكل.

- **تسارع كوريوليس:**

إذا كان S^1 إطار استناد يدور بسرعة زاوية $\vec{W}$ حول نقطة ثابتة في إطار استناد آخر S، يكون التسارع $\vec{a}$ لجسيم كما يقيسه مراقب ثابت في S هو مجموع ثلاثة حدود كالتالي:

$$\vec{a} = \vec{a}^1 + \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

حيث $\vec{a}^1$ هو تسارع الجسيم بالنسبة لـ S^1، a_t تسارع الفضاء المتحرك و $\vec{a}_c = 2\vec{w} \times \vec{v}^1$ هو تسارع كوريوليس، حيث أن $\vec{w} \times \vec{v}^1$ هو الجداء التصالبي للسرعة الزاوية $\vec{w}$ والسرعة $\vec{v}^1$ بالنسبة لـ S^1. ويدل هذا على أن تسارع كوريوليس عمودي على المستوى الذي يعينه $\vec{w}$ $\vec{v}^1$ وأن مقدار هذا التسارع هو $2wv^1 \sin(w,v^1)$ يسمى تسارع كوريوليس أيضاً بالتسارع المتمام.

● **تسارع الأجسام الساقطة:**

ويقصد بذلك تسارع الأجسام التي تسقط في الفراغ عند نقاط قريبة من سطح الأرض ويرمز لهذا التسارع عادة بالحرف g. وتتغير قيمة g بتغير المكان على سطح الأرض ولكن هذا التغير لا يزيد عن واحد في المائة. ويقدر متوسط هذا التسارع كما أعطته الوكالة الدولية للأوزان والقياسات بـ 9.80665 متراً (أو 32.174 قدماً) في الثانية. أما قيمة هذا التسارع في كل من القطبين الشمالي والجنوبي فهي 9.8321 وعند خط الاستواء 9.7799. ويُعرف هذا التسارع عادة بتسارع الجاذبية.

● **تسارع زاوي:**

هو معدل التغير في السرعة الزاوية بالنسبة للزمن. إذا مثلنا السرعة الزاوية بمتجه $\vec{w}$ الموجه نحو محور الدوران فإن التسارع الزاوي $\vec{\alpha}$ يساوي المشتق $\frac{d\vec{w}}{dt}$.

انظر سرعة ــ سرعة زاوية.

● **تسارع منتظم:**

وهو التسارع الثابت أي أن التغيرات التي تصيب السرعة في فترات زمنية متساوية تكون متساوية.

تسارع مركزي جاذب — CENTRIPETAL ACCELERATION

انظر تسارع.

تساعي NONAGON

هو مضلع له تسعة أضلاع.

● تساعي نظامي:
هو مضلع له تسعة أضلاع متساوية، كما أن زواياه التسع متساوية.

تسامت COLLINEATION

هو تحويل في المستوى أو في الفضاء يأخذ النقاط إلى نقاط والخطوط إلى خطوط والمستويات إلى مستويات.
انظر تحويل ـ تحويل تسامتي.

تسامتي COLLINEATORY

● تحويل تسامتي:
انظر تحويل ـ تحويل تسامتي.

تسطير RULING

انظر مسطر ـ سطح مسطر.

● النقطة المركزية والمستوى المركزي لتسطير:

ليكن S سطحاً مسطراً وليكن L تسطيراً ثابتاً على S النقطة المركزية هي النقطة في الموضع النهائي للقدم على L. العمود المشترك بين L وتسطير متغير L^1 على S عندما يسعى L^1 إلى L. المستوى المماس للسطح S عند أي نقطة من نقاط L يحتوي على L بالضرورة.

المستوى المماس عند النقطة المركزية للتسطير L تسمى بالمستوى المركزي للتسطير L على السطح S.

● إسقاط التسعات:
انظر إسقاط.

● دائرة تسع النقط:
انظر دائرة.

تسيرملو (ارنست فريدريخ فرديناند)
ZERMELO, ERNST FRIEDRICH FERDINAND (1871-1953)

رياضي ألماني اختص بالتحليل ونظرية المجموعات.

● موضوعة تسيرملو:
انظر اختيار ــ موضوعة الاختيار؛ وانظر زورن، تمهيدية زورن.

تشيبيتشيف (بافنوتي لفوفيتش)
CHEBYSHEV, PAFNUTI LVOVICH (1821-1894)

رياضي روسي اشتغل بالجبر والتحليل والهندسة ونظرية الأعداد ونظرية الاحتمال.

انظر برتراند ــ مصادرة برتراند، عزم ــ مسألة العزم.

● متباينة تشيبيتشيف:
إذا كان X متغيراً عشوائياً، f دالة حقيقية القيم غير سالبة و $k>0$ فإن:

$$P[f(x) > k] \leq E[f(x)]/k$$

حيث $P[f(x)]>k]$ هو احتمال $f(x)>k$ و $E[f(x)]$ هو وسط $f(x)$ أو قيمته المتوقعة. في الحالة الخاصة عندما يكون $k = t^2\sigma^2$ ويكون $f(x) = (x-\mu)^2$ تسمى المتباينة متباينة بيانيمي ــ تشيبيتشيف لأن بيانيمي اكتشفها عام 1853 وأعاد تشيبيتشيف اكتشافها عام 1867 وهذه المتباينة هي:

$$P[|x-\mu| > \sigma t] \leq 1/t^2$$

حيث σ^2 هو التباين و μ هو الوسط للمتغير X، $t>0$ إذا كان σ^2 منتهياً وكان $\varepsilon>0$ فإنه يمكن كتابة المتباينة على الشكل التالي:

$$P[|X-\mu| > \varepsilon] \leq \sigma^2/\varepsilon^2$$

● **شبكة تشيبيشيف من المنحنيات الوسيطية على سطح:**

انظر **وسيطي ــ** نظام متساوي الأبعاد من المنحنيات الوسيطية على سطح.

● **كثيرات حدود تشيبيشيف:**

هي كثيرات الحدود المعرفة كما يلي: $T_o(x) = 1$

كما أن: $T_n(x) = 2^{1-n} \cos (n \text{ arc} \cos x) \;.\; n \geq 1$

أو المعرفة كما يلي: $\dfrac{1 - t^2}{1 - 2tx + t^2} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} T_n(x) \, (2t)^n$

إذا كان $n \geq 2$ فإن: $T_{n+1}(x) - xT_n(x) + \frac{1}{4} T_{n-1}(x) = 0$

بينما يكون: $T_2 - xT_1 + \frac{1}{4} T_o = - \frac{1}{4}$

$$T_1 - xT_o = 0$$

إن $T_n(x)$ هو حل لمعادلة تشيبيشيف التفاضلية. ويمكن وصف $T_n(x)$ أيضاً كما يلي:

$$T_n(x) = 2^{1-n} \frac{(x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{1.3...(2n-1)} \; \frac{d^n \, (x^2 - 1)^{\, n-\frac{1}{2}}}{dx^n}$$

وتعرف أحياناً على أنها القيمة السابقة ضرب 2^{n-1}.

انظر **جاكوبي ــ** كثيرات حدود جاكوبي.

● **معادلة تشيبيتشيف التفاضلية:**

هي المعادلة التفاضلية:

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \, \frac{dy}{dx} + n^2y = 0$$

تشابه SIMILARITY

هي خاصية كون الأشياء متشابهة.

- تحويل التشابه العام:

هو تحويل يحول الأشكال إلى أشكال متشابهة. ويتكون هذا التحويل اعتيادياً من تحويل الانسحاب وتحويل التدوير المتحاكي.

تشارلير (كارل فيلهلم لودفيغ)
CHARLIER, CARL VILHELM LUDVIC (1862-1934)

فلكي سويدي.

- متسلسلة غرام ـ تشارلير:

انظر غرام.

تشاكل HOMOMORPHISM

هو دالة f مجالها D ومداها R خاضعة لشروط معينة ترتبط ارتباطاً وثيقاً بطبيعة R و D.

(1) إذا كان كل من D و R فضاء طوبولوجياً فإنه يشترط أن تكون f دالة مستمرة.

(2) إذا كانت هناك عمليات كالضرب والجمع والضرب بسلمي معرفة على R و D فلا بد أن يكون هناك تقابل بين هذه العمليات في D و R كما يلي:

(أ) إذا كانت (R,⋆) و (D,.) زمرتين (أو مثيلتي زمرة) فإن:

$$f(xoy) = f(x) \star f(y)$$

(ب) إذا كانت (R, ⋆, o) و (D, ., +) حلقتين (أو حقلين أو مجالين كاملين) فإن:

$$f(x.y) = f(x) \star f(y)$$

$$f(x+y) = f(x) \circ f(y)$$

(جـ) إذا كان $(R, \star)$ و $(D, \circ)$ فضائي متجهات على نفس الحقل F فإنه لكل $a \in F, x \in D$:

(A) $f(ax) = a f(x)$

(B) $f(x o y) = f(x) \star f(y)$

وإذا كان فضاءا المتجهات R و D معيرين بالمعيارين | | و || || على الترتيب فبالإضافة إلى الشرطين (A)، (B) فإنه يشترط أن تكون f مستمرة. وتكون f مستمرة إذا وفقط إذا وجد عدد M بحيث $|f(x)| \leq M\|x\|$ لكل $x \in D$.

والجدير بالذكر هنا أن فضاء بناخ وفضاء هيلبرت تعتبران من الأمثلة المهمة على الفضاءات المتجهة المعيرة.

والتحويل الخطي اسم أكثر شعبية يطلق على التشاكل بين فضاءي متجهات.

انظر تحويل – تحويل خطي.

(د) إذا كانت (R,S,ρ) و (D,T,π) زمرتين تحويليتين حيث D و R فضاءين طوبولوجيين و T و S زمرتين طوبولوجيتين (انظر زمرة – زمرة تحويلية). فإن التشاكل يعرف بأنه الزوج (h,ϕ) حيث h تشاكل (دالة مستمرة مجالها D ومداها R) بين الفضاءين D و R و ϕ تشاكل بين الزمرتين T و S كما هو معرف في (p) و $\rho(h(x),\phi(t)) = h(\pi(x,t))$ لكل $x \in X$ و $t \in T$.

تشاكل داخلي — ENDOMORPHISM

انظر تشاكل وطائفة.

تشتت — DISPERSION

- **تشتت المعطيات (إحصاء):**

يقاس التشتت بعدة طرق، منها:

(1) بواسطة الانحراف الوسطي.

(2) بواسطة الانحراف المعياري.
(3) بواسطة الانحراف الربيعي.

تشفير CODING

(في الحاسبات) هو التحضير المفصل للأوامر من تعليمات المبرمج أو من المخططات الانسيابية وذلك للوصول إلى حل المسألة المطروحة.

انظر **مسألة** ــ صياغة المسألة.
برمجة ــ برمجة لآلة حاسبة.

تشكّل CONFIGURATION

هو اصطلاح نطلقه على أي شكل هندسي أو أي تركيب من العناصر الهندسية كالنقاط والمنحنيات والسطوح.

تشوه STRAIN

هو التغير في أماكن النقط بالنسبة لبعضها في وسط ما.

● موتر التشوه:

هو مجموعة الدوال $e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{xy}, e_{xz}, e_{yz}$ الموافقة للإزاحات u, v, w على امتدادالمحاور الاحداثية x, y, z على الترتيب والمعرفة بالعلاقات:

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$e_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right), e_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$e_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

● التشوه المستمر:

هو تحويل يلوي أو يكمش.. إلخ بأية طريقة كانت شريطة أن لا يحدث تمزق، وبشكل أدق يمكن تعريف التشوه المستمر من الكائن A إلى الكائن B على أنه التطبيق المستمر T من A على B بحيث توجد دالة $F:A\times I\to B$، حيث تمثل I الفترة المغلقة [0,1]، ويشترط في الدالة F أن تكون مشتركة الاستمرار في A و I وأن تحقق الشرطين التاليين:

(1) $F(p,0) = p$ لكل p في A.

(2) تتطابق الدالة $F(p,1)$ مع $T(p)$ لكل p في A.

واستناداً لهذا التعريف فإنه يمكننا تحويل الدائرة في المستوى إلى نقطة بواسطة التشوه المستمر. ولقد جرت العادة على أن يشترط في تعريف التشوه المستمر على أن تكون الدالة F متباينة لكل عدد t في I. وإذا تبينا هذا التعريف الأخير للتشوه المستمر فإنه بالإمكان تحويل الدائرة في المستوى إلى مربع بواسطة تشوه مستمر ولكنه لا يمكن تحويلها مثلاً إلى نقطة أو إلى الشكل ثمانية 8 بأية تشوه مستمر.

وبالإمكان كذلك تحويل الكرة التي بها ثقب واحد إلى قرص (أي دائرة مع ما بداخلها) بواسطة تشوه مستمر ولكنه لا يمكن تحويلها إلى أسطوانة أو كرة بأي تشوه مستمر.

لنعتبر الآن التطبيقين T_1 و T_2 من الفضاء الطوبولوجي A إلى الفضاء الطوبولوجي B. يقال إنه يمكن تشويه التطبيقين T_1 و T_2 أحدهما للآخر باستمرار إذا وجدت دالة F مشتركة الاستمرار في A و I, $F:A\times I\to B$ بحيث يكون $F(x,0) = T_1(x)$ و $F(x,1) = T_2(x)$ لكل x في A، ويقال إن التطبيقين **متحاولان** إذا تحول أحدهما للآخر بتشوه مستمر. وإذا فرضنا أن A محتواة في B وأن T_1 هو التطبيق المحايد من A إلى A فيقال إن T_2 تشوه مستمر للفضاء A في مدى التطبيق T_1 إذا أمكننا أن نحول T_1 إلى T_2 بالتشوه المستمر.

انظر **لاجوهري ــ** التطبيق اللاجوهري.

● التشوه (نظرية المرونة):

هو التغير في مكان نقاط الجسم مصحوب بتغير في المسافة بين هذه النقاط.

انظر جهد.

● نسبة التشوه:

نلاحظ أنه في التطبيق المتزاوي يكون التكبير عند نقطة ثابتاً في جميع الاتجاهات، أي أن:

$$ds^2 = [M(x,y)]^2 (dx^2 + dy^2)$$

وتسمى الدالة $M(x,y)$ **بنسبة التشوه الخطي**. أما $[M(x,y)]^2$ فتسمى **بنسبة التشوه المساحي**. وفي الحالة التي يكون فيها التطبيق المتزاوي معرفاً بالدالة $w = f(z)$ حيث يكون z متغيراً عقدياً، فإن الدالة M تساوي $|f'(a)|$.

تشيك (إدوارد) — CECH, EDUARD (1893-1960)

عالم بولندي اشتغل بالطوبولوجيا والهندسة التفاضلية الإسقاطية.

● رص ستون ـ تشيك:

انظر رص.

تصادفي — STOCHASTIC

● استقلال تصادفي:

نفس استقلال إحصائي.

انظر حدث: أحداث مستقلة؛ وانظر مستقل.

● عملية تصادفية:

هي مجموعة من المتغيرات العشوائية $\{X(t), t \in T\}$ حيث لكل $X(t)$ $(t \in T)$ متغير عشوائي معرف على الفضاء الاحتمالي (Ω,β,P) ويأخذ قيمًا في الفضاء S الذي يسمى **فضاء الحالات**.

أما T فتسمى **مجموعة الدليل**. وإذا كانت T مجموعة متقطعة (أي قابلة

للعد) فنسمي العملية التصادفية عملية تصادفية متقطعة الوسيط أو متقطعة الزمن. أما إذا كانت T (غير قابلة للعد) (فترة من الأعداد الحقيقية) فتسمى العملية مستمرة الوسيط أو مستمرة الزمن.

انظر حكمة، وبواسون: عملية بواسون، وعشوائي: سير عشوائي؛ وانظر وينر: عملية وينر.

- **متغير تصادفي:**

نفس متغير عشوائي.

انظر عشوائي.

تصاعدي ASCENDING

- **قوى تصاعدية لمتغير في كثير الحدود:**

قوى المتغير تزيد عندما نقرأ الحدود من اليسار إلى اليمين كما في المثال:

$$a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$$

- **شرط السلسلة التصاعدية في الحلقات:**

انظر سلسلة ـ شروط السلسلة في الحلقات.

تصحيح CORRECTION

- **تصحيح شيبرد (في الإحصاء):** انظر شيبرد.
- **تصحيح في الاستكمال:** انظر استكمال.
- **تصحيح ييتس (في الإحصاء):** انظر ييتس.

تصنيف (إحصاء) CLASSIFICATION (statistics)

هو تصنيف عناصر العينة أو قيم متغير عشوائي حسب فئات عامل واحد (صفة واحدة) أو حسب فئات عدة عوامل ــ ويسمى التصنيف حسب عامل واحد تصنيفاً أحادي الاتجاه، وحسب عاملين تصنيفاً ثنائي الاتجاه، وهكذا.

انظر تباين ــ تحليل التباين.

تضاعف MULIPLICITY

● **تضاعف جذر في معادلة:**

هو عدد مرات كون الجذر متضاعفاً.

انظر متضاعف.

تطابق CONGRUENCE

● **تطابق الأشكال:**

انظر متطابق.

● **تطابق باقي n (مقياس n):**

نقول إن بين العددين x,y تطابق باقي n أو أن العدد x مطابق للعدد y باقي n ونرمز لذلك بالرمز $x \equiv y (mod\ n)$ إذا كان هناك عدد صحيح k بحيث يكون $x-y = kn$ ونقول إن n هو مقياس التطابق، مثلاً $23 \equiv 9 (mod 7)$ $14 = 2 \times 7,\ 23-9 = 14$.

الحساب المقياسي أو الحساب مقياس n يكون باستعمال الأعداد $0,1,2,\ldots,n-1$ ونعرف ab و a+b على أنهما الباقي بعد قسمة $a+b,\ ab$ على n.

مثلاً: لنأخذ $n=7$ ففي هذه الحالة $2+5 \equiv 0$, $3.6 \equiv 4$, $2.4 \equiv 1$، وبذلك يكون معكوس 2 بالنسبة للضرب هو العدد 4. إذا كان $n = 15$ فإنه ليس للعدد 3 معكوس بالنسبة للضرب والسبب هو أنه لو كان هناك معكوس a لتحقق ما يلي:

$$3.a = k.15 + 1 \quad \text{أو} \quad 3(a-5k) = 1$$

الحساب مقياس n يعطي حلقة تبديلية فيها عنصر وحدة.

إذا كان n عدداً أولياً فإن الحساب مقياس n يعطي حقلاً.

انظر حلقة، حقل.

كما نستطيع أن نعرف هذا النوع من التطابق في حالات أخرى. مثلاً على كثيرات الحدود، نقول $f \equiv g (mod\, x^2-1)$ إذا كان $f-g$ يقبل القسمة على x^2-1 بدون باق.

مثلاً: $x^3 + 5x^2 - 1 \equiv 3x^2 + x + 1 \ (\mathrm{mod}\, x^2 - 1)$ لأن:

$$(x^3 + 5x^2 - 1) - (3x^2 + x + 1) = (x^2 - 1)(x + 2)$$

مكان آخر نعرف فيه هذا النوع من التطابق هو في الزمر.

إذا كان x,y عنصرين في زمرة وكانت W زمرة جزئية فإننا نقول $x \equiv y (\mathrm{mod} W)$ إذا كان xy^{-1} ينتمي إلى W، مثلاً إذا كان كل من x,y عدداً عقدياً وكانت W مجموعة الأعداد الحقيقية فإن $x \equiv y \ (\mathrm{mod}\ W)$ قد تعني أن x/y هو عدد حقيقي أو أن $x - y$ هو عدد حقيقي إذا أردنا.

انظر فيرما ــ مبرهنة فيرما.

● **تطابق تربيعي:**

هو تطابق من الدرجة الثانية، أي أن شكله العام، هو:

$$a \neq 0 \quad ax^2 + bx + c \equiv 0 (\mathrm{mod}\ n)$$

● **تطابق خطي:**

هو تطابق تكون فيه كل الحدود من الدرجة الأولى في متغيراتها، مثلاً: $12x + 10y - 6 \equiv 0 (\mathrm{mod}\ 42)$ هو تطابق خطي.

تطبيق — MAP, MAPPING

هو نفس ما نعنيه بكلمة (دالة) ــ انظر دالة.

● **تطبيق محافظ على الزوايا:**

انظر متزاو ــ تطبيق متزاو ــ تحويل متزاو.

● **تطبيق محافظ على المساحة:**

هو التطبيق الذي ينقل المساحات إلى أخرى مساوية لها، ليكن لدينا التطبيق $x = x(u,v), \ y = y(u,v), \ z = z(u,v)$ المعرف على المجال D على السطح S في المتغيرين (u,v)، نقول بأن هذا التطبيق محافظ على المساحة إذا وفقط إذا كانت الكميات الأساسية من المرتبة الأولى تحقق العلاقة:

$$E \cdot G - F^2 \equiv 1$$

ويكون التطبيق المحدث بين السطح S والسطح

$\bar{S}: x = \bar{x}(u,v), y = \bar{y}(u,v), z = \bar{z}(u,v)$ محافظاً على المساحة إذاً وفقط إذا كان :

$$E.G - F^2 \equiv \bar{E}.\bar{G} - \bar{F}^2$$

ويسمى التطبيق المحافظ على المساحة أيضاً ـ بالتطبيق متساوي المساحة أو التطبيق المكافىء.

● **تطبيق اسطواني:**

انظر اسطواني.

تطبيق غامر — SURJECTION

التطبيق الغامر من المجموعة A إلى المجموعة B هو دالة مجالها A ومداها كل المجموعة B. مرادف: دالة غامرة.

انظر تقابل و تطبيق متباين.

تطبيق متباين — INJECTION

ويعرف **التطبيق** المتباين من المجموعة A إلى المجموعة B بأنه دالة واحد لواحد مجالها A ومداها مجموعة جزئية من B.

انظر تقابل و تطبيق غامر.

تطبيقي — APPLIED

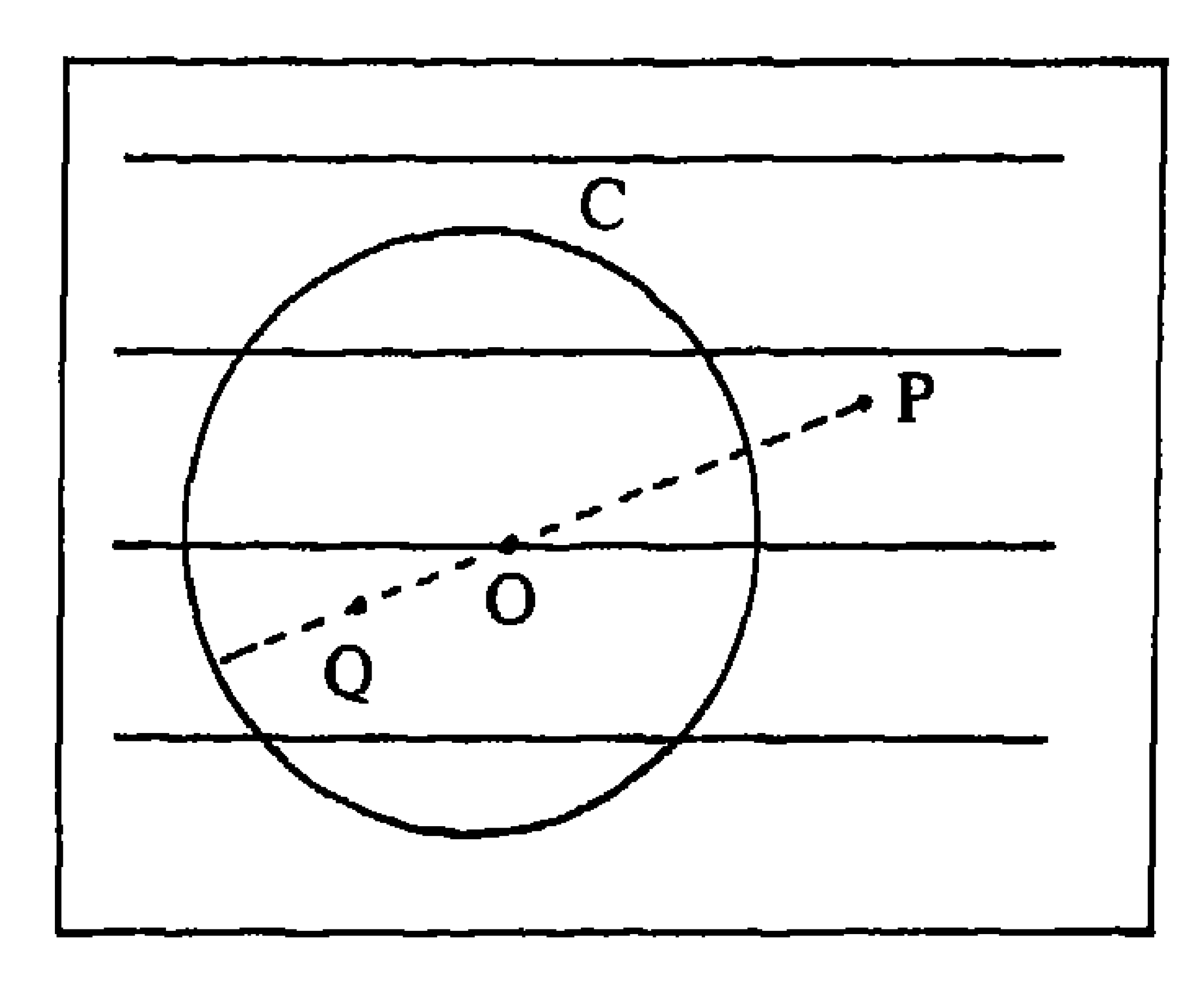
● **رياضيات تطبيقية:** أنظر رياضيات.

تعاكس — INVERSION

● **صيغ التعاكس:**

هي صيغ تعطي زوجاً من التحويلات الخطية T_1 و T_2 بحيث $T_2(T(f)) = f$ لكل الدوال f في صنف معين. وتعتبر **تحويلات فورييه ولابلاس** وصيغ التعاكس لملّين من أمثلة صيغ التعاكس.

● **تعاكس نقطة بالنسبة لدائرة:**



ويعرف **تعاكس النقطة** P بالنسبة للدائرة C بأنه إيجاد النقطة الواقعة على القطر المار بالنقطة P بحيث يكون $|OQ|.|OP| = k^2$ حيث k نصف قطر الدائرة C. وتسمى النقطة Q **بمعكوس** النقطة P. كما تسمى P **معكوس** Q. أما مركز الدائرة فيسمى **بمركز التعاكس**.

ويعرف **معكوس المنحنى** A بأنه المنحنى A^{-1} المكون من جميع معكوسات نقط A.

مثال: يكون معكوس الدائرة المارة بمركز التعاكس خطاً مستقيماً. ويكون معكوس أية دائرة أخرى دائرة. وبصورة عامة فإن معادلة معكوس المنحنى $f(x,y) = 0$ بالنسبة لدائرة مركزها نقطة الوصل كما يلي:

$$f\left(\frac{k^2x}{x^2 + y^2}, \frac{k^2y}{x^2 + y^2}\right) = 0$$

حيث k نصف قطر الدائرة.

مثال: لنأخذ الدائرة الثابتة C والتي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها يساوي 2.

نجد أن معكوس الخط المستقيم $x=2$ بالنسبة للدائرة c هو:

$$\frac{4x}{x^2 + y^2} - 2 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x = 0$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 1$$

وهي دائرة مركزها (1,0) ونصف قطرها 1.

● **تعاكس نقطة بالنسبة لكرة:**

وتعريفه مشابه تماماً لتعاكس نقطة بالنسبة لدائرة. فمثلاً معكوس أية كرة

تمر بنقطة التعاكس بالنسبة لكرة ثابتة هو مستوى. أما معكوس أية كرة أخرى فهو كرة.

● **تعاكس متتالية:**

هو تبادل متجاورين.

ويعرف عدد التعاكسات في المتتالية بأنه أقل عدد من التعاكسات اللازم القيام بها لوضع الكائنات في المتتالية في ترتيب طبيعي معين.

مثال: إذا كان 1,2,3,4,5 هو الترتيب الطبيعي فإن عدد التعاكسات في التبديل 1,3,2,4,5 يساوي 1 أما عدد التعاكسات في التبديل 1,4,3,2,5 فهو 3.

ونقول ان التبديل فردي إذا كان عدد تعاكساته فردياً كما نقول أنه زوجي إذا كان عدد تعاكساته زوجياً.

● **التناسب بالتعاكس:**

انظر تناسب.

تعاوني COOPERATIVE

● **مباراة تعاونية:**

انظر مباراة.

تعريف DEFINITION

التعريف هو اتفاق على استخدام رموز أو مجموعة من الكلمات بدلاً من شيء أو عبارة يصعب كتابتها لطولها.

وعلى سبيل المثال نأخذ مثلاً التعريف التالي:

«المربع هو مستطيل كل أضلاعه متساوية وزواياه كلها قائمة» ما هو إلا اتفاق على استبدال «المربع» بالعبارة «مستطيل كل أضلاعه متساوية وزواياه كلها قائمة».

SUBSTITUTION تعويض

● تعويض كمية بدل أخرى:

وضع كمية بدل أخرى في معادلة أو في صيغة ما.

ويستعمل التعويض لتبسيط المعادلات أو المكاملات أو لتغيير التشكلات الهندسية إلى أشكال أخرى.

● تعويض مثلثي:

انظر مثلثي.

● تعويض معاكس:

هو التعويض الذي يلغي تأثير تعويض معين.

مثلاً انظر تحويل و تحويل معاكس.

● حذف بالتعويض:

انظر حذف.

● زمرة تعويضات:

نفس زمرة تباديل.

● مكاملة بالتعويض:

انظر مكاملة.

SUSPENSION تعليق

ليكن X فضاء طوبولوجياً و $J = [-1,1]$. تعرف التعليق SX بأنه فضاء الخارج $(XxJ)/R$ حيث R علاقة التكافؤ $((x,1), (x',1)) \in R$ و $((x,-1), (x',-1)) \in R$ لكل $x,x' \in X$.

أي أننا نحصل على SX من XxJ وذلك بجعل كل من Xx1 و Xx(−1) نقطة واحدة ونرمز لعناصر SX بالرمز <x,t>.

مثال: لكل $n = 0,1,2,...$ فإن $SS^n \simeq S^{n+1}$ حيث $\simeq$ ترمز لعلاقة التماثل المستمر و S^n لكرة بعدها n.

تعييني DENOMINATE

● **العدد التعييني:**

هو عدد تمثل وحدته وحدة قياس معينة، مثل 3 بوصات و 2 رطل و 5 غالونات.

● **جمع وطرح الأعداد التعيينية:**

هو العملية الخاصة بتحويل الأعداد التعيينية إلى وحدات متطابقة ثم الشروع بالقيام بالعمليات الحسابية المطلوبة كما هي العادة في الأعداد العادية.

فمثلاً لإيجاد مساحة غرفة طولها متران وخمسة سنتمترات وعرضها ثلاثة أمتار وعشرون سنتمتراً نقوم بتحويل الطول والعرض إلى وحدات المتر وبذلك يكون الطول 2.05 متر ويكون العرض 3.20 أمتار. وبالتالي تكون مساحة الغرفة مساوية $6.56 = 3.20 \times 2.05$ متراً مربعاً.

انظر ضرب ـ ضرب الأعداد الحقيقية.

تغاير COVARIANCE

التغاير لمتغيرين عشوائيين X و Y هو $E(X-E(x))(Y-E(Y))$. إن الصيغة الملائمة لحساب التغاير هي $E(XY)-E(X)E(Y)$ والتغاير هو مؤشر لكيفية التغير المشترك في X و Y.

● **مصفوفة التغاير:**

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_p$ متغيرات عشوائية فإن مصفوفة التغاير هي $\|\sigma_{ij}\|$ حيث σ_{ij} هو التغاير بين X_i و X_j لأجل $i,j = 1,2,\ldots,p$.

● **تحليل التغاير:**

عند دراسة تأثير معالجات مختلفة على متغير عشوائي y يحدث أحياناً وجود متغير آخر (أو أكثر من متغير آخر) X يؤثر على قيم y والتي يمكن التحكم به. ويسمى مثل هذا المتغير X بالمتغير الملازم. ولكي نحدد تأثير المعالجات على y يجب أن نعزل تأثير المتغير الملازم ومن ثم نحلل الرواسب من قيم y. فمثلاً

لدراسة تأثير t من أنواع التغذية (المعالجات) على نمو العجول الصغار نأخذ مجموعات من العجول (كل مجموعة تحتوي على n) ونُخْضِعْ كل مجموعة منذ الولادة إلى نوع معين من التغذية. ثم نقارن أوزانها y بعد ستة أشهر مثلاً. ولكن الوزن y عند العمر ستة أشهر يعتمد بصورة عامة على الوزن عند الولادة X. لذلك يجب إزالة تأثير المتغير الملازم X من قيم y قبل مقارنة أنواع التغذية. وأبسط نموذج لتحليل التغاير الذي يناسب هذا المثال، هو:

$$y_{ij} = \mu + \pi_i + \beta X_{ij} + \epsilon_{ij};\ i = 1, 2, \ldots, t;\ j = 1, 2, \ldots, n$$

حيث τ_i هو تأثير المعالجة i، X_{ij} هو وزن العجل (عند الولادة) j الذي يأخذ المعالجة i و y_{ij} وزن العجل عند بلوغه ستة أشهر من العمر، أما μ فهو ثابت و ϵ_{ij} أخطاء عشوائية. ويتضح أن هذا النموذج هو تركيب من نموذج تحليل تباين ونموذج انكفائي. إن تحليل التغاير يتعلق بتحليل النموذج أعلاه والنماذج المشابهة الأكثر تعقيداً بأكثر من متغير ملازم واحد.

تغاير ذاتي — AUTOCOVARIANCE

لتكن $\ldots, Z_{t-2}, Z_{t-1}, Z, Z_{t+1}, Z_{t+2}, \ldots$ متسلسلة زمنية توقفية وسطها $E(z_t) = \mu$. نعرف **التغاير الذاتي** عند تأخر k‏ $(k = 0,1,2,\ldots)$ بأنه:

$$\gamma_k = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)$$

وإذا اعتبرنا γ_k دالة في k فإننا نسميها **دالة التغاير الذاتي**.

انظر **تغاير**؛ وانظر **زمن**: متسلسلة زمنية.

تَغَيُّر — VARIATION

● **تغير دالة:**

y هو دالة أخرى y تضاف إلى δy لتعطي دالة جديدة $y+\delta y$. ويدخل هذا التعريف مع تعاريف أخرى في حسبان **التغيرات** الذي ابتدعه العالم لاغرانج حوالي عام 1760 عندما قارن قيمة تكامل على منحنى بقيمة التكامل على منحنى مجاور للمنحنى الأصلي.

● تغير أول لتكامل:

نعرف التغير الأول δI للتكامل $I = \int_a^b f(x,y,y')dx$ بالعلاقة:

$$\delta I = \frac{d}{d\varepsilon} \int_a^b f(x, y + \varepsilon\phi, y' + \varepsilon\phi')\, dx]_{\varepsilon = 0}$$

بفرض أن التكامل الأخير موجود من أجل دوال ϕ نضع عليها بعض القيود. إذا كان $\phi(a) = \phi(b) = 0$، عندئذٍ:

$$\delta I = \int_a^b \phi[\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}(\frac{\partial f}{\partial y'})]\, dx$$

نقول بأن الدالة y تجعل I توقفياً أو أن للتكامل I قيمة توقف عند y إذا كان التغير الأول للتكامل I يساوي الصفر في y من أجل جميع الدوال المقبولة ϕ أي التي تحقق الشرط $\phi(a) = \phi(b) = 0$ ونشير إلى أن الدالة ϕ تسمى مقبولة إذا كانت تحقق بعض الشروط (كأن يكون مشتقها مستمراً).

إن الشرط اللازم لتجعل الدالة y التكامل I يأخذ قيمة عظمى أو صغرى (نسبية) هو أن تجعل للتكامل I قيمة توقف.

● تغير من المرتبة n:

نعرف التغير n_I من المرتبة n للتكامل I على أنه:

$$\delta^n I = \frac{d^n}{d\varepsilon^n} \int_a^b f(x, y + \varepsilon\phi, y' + \varepsilon\phi')\, dx]_{\varepsilon = 0}$$

انظر حسبان ــ حسبان التغيرات.

● معامل التغير:

هو حاصل قسمة الانحراف المعياري على وسط التوزع. وقد يضرب حاصل القسمة أحياناً بالعدد 100.

● تغير مركب:

هو كمية تتغير كتركيب لكميات أخرى. كأن نقول إن z تتغير طردياً مع x وعكسياً مع y.

● **تغير طردي:**

إذا ارتبط متغيران بحيث تبقى نسبة أحدهما على الآخر تساوي مقداراً ثابتاً، قلنا بأن أحدهما يتغير طردياً مع الآخر. وهكذا إذا كان $c = \frac{y}{x}$ أو $y = cx$ حيث c ثابت، نقول إن y يتغير طردياً مع x. ونرمز لذلك أحياناً بالرمز $y \propto x$ كما نسمي التغير الطردي أحياناً **تغيراً تناسبياً**. ويدعى الثابت c **ثابت التناسبية** أو **معامل التناسبية** أو **ثابت التغير**.

مثال: إذا كانت سرعة جسم متحرك ثابتة وتساوي k فإن المسافة s تتغير طردياً مع الزمن t وتكتب $s = kt$.

k هنا هي ثابت التغير.

● **مأخوذة أساسية في حسبان التغيرات:**

انظر أساسي.

● **تغير عكسي:**

إذا كانت النسبة بين متغير y ومقلوب المتغير x تساوي مقداراً ثابتاً فإن y يتغير عكسياً مع x أي إذا كان $y = \frac{c}{x}$ أو $xy = c$.

● **تغير مشترك:**

نقول بأن المتغير x يتغير تغيراً مشتركاً مع المتغيرين z,y إذا كان $x = kyz$ فإذا كان $x = k\frac{yz}{w}$ قلنا بأن x يتغير تغيراً مشتركاً مع y و z وعكسياً مع w.

● **تغير دالة في فترة [a,b]:**

لتكن لدينا الدالة $w(t)$ المعرفة في الفترة [a,b] إن تغير الدالة w في الفترة [a,b] والذي نرمز له بـ $Var(w)$ يعطى بالعلاقة:

$$Var(w) = \sup \sum_{i=1}^{n} |w(t_i) - w(t_{i-1})|$$

من أجل جميع التجزئات الممكنة $a = t_o < t_1 < ... < t_n = b$ للفترة [a,b]. فإذا كان $Var(w)$ محدوداً قلنا أن **الدالة ذات تغير محدود**. كما نسمي $Var(w)$ **التغير الكلي للدالة في الفترة [a,b]**.

وتجدر الإشارة إلى أن مجموعة الدوال ذات التغير المحدود تشكل فضاء متجهات نأخذ عليه معياراً بالشكل:

$$\|w\| = |w(a)| + Var(w)$$

● **دالة محدودة التغير:**

هي دالة ذات تغير محدود.

انظر تغير دالة في فترة.

ومما يميز الدالة محدودة التغير في فترة [a,b] أنه يمكن أن تكتب كمجموع دالتين رتيبتين.

● **تغير دالة على سطح:**

لتكن لدينا الدالة f(u,v) والسطح S المعرف بالعلاقات:

$$x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$$

إن تغير الدالة f(u,v) هو معدل تغير قيمة هذه الدالة عند نقطة P عندما تتحرك P باتجاه ما على السطح S.

وينعدم هذا التغير عندما تتحرك P على السطح بحيث f(u,v) = c (c مقدار ثابت). ويأخذ التغير قيمة عظمى (بالقيمة المطلقة) عندما تتحرك P باتجاه عمودي على المنحنى f(u,v) = c وتعطى هذه القيمة بالعلاقة:

$$\left|\frac{df}{ds}\right| = \frac{\left[E\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 - 2F\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial f}{\partial v} + G\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{EG - F^2}}$$

حيث s طول قوس المنحنى.

انظر **تدرج** ـ تدرج دالة؛ وانظر **سطح** ـ معاملات أساسية لسطح.

● **تغيير الوسطاء (تحويل الثوابت):**

هي طريقة لإيجاد حل خاص لمعادلة تفاضلية عندما يكون الحل العام للمعادلة التفاضلية المتجانسة معلوماً.

انظر معادلة تفاضلية.

● تغير الإشارة في كثير الحدود:

ونعني به تغير إشارة حدين متتاليين في كثير حدود مرتب وفق القوى المتنازلة.

مثال (1) لكثير الحدود $x - 1$ تغير واحد في الإشارة.

مثال (2): لكثير الحدود $x^3 + x - 3x + 1$ تغيران.

مثال (3): لكثير الحدود $x^3 - x^2 + 2x - 1$ ثلاثة تغيرات في الإشارة.

انظر ديكارت ــ قاعدة الإشارات لديكارت.

● تغير إشارة مجموعة مرتبة من الأعداد:

هو تغير إشارة عددين متتاليين من مجموعة المرتبة وهكذا.

للمجموعة $\{1,2, -2, -3, 4\}$ تغيران في الإشارة.

تغيرية (إحصاء) VARIABILITY

نفس تشتت.

● مقاييس التغيرية:

أهم المقاييس: **انحراف ربيعي، انحراف معياري، مدى.**

تغيير CHANGE

● تغيير أساس اللوغاريتم:

انظر أساس ــ تغيير أساس اللوغاريتم.

● تغيير الاحداثيات:

انظر تحويل ــ تحويل الاحداثيات.

● تغيير المتغير في المكاملة:

انظر مكاملة ــ تغيير المتغيرات في المكاملة.

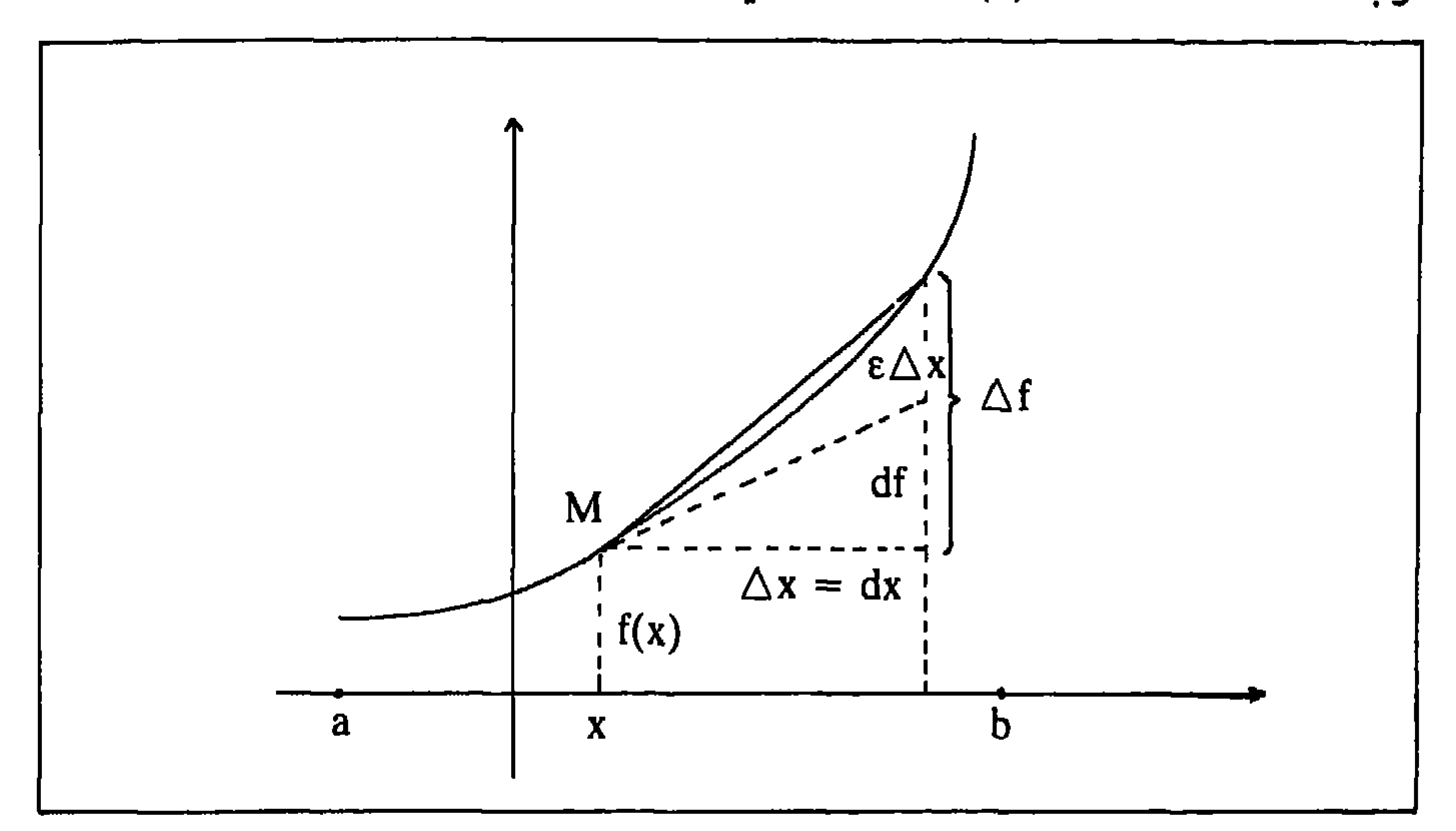
● تغيير متغيرات دوروي:

ويقصد به تبديل دوروي.

انظر تبديل.

● تفاضل دالة:

لتكن $f(x)$ دالة بمتغير واحد x معرفة في الفترة (a,b) إن مشتق الدالة $f(x)$ في نقطة ما $a<x<b$ إن وجد معرف بـالعلاقـة $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x)$، أو بالعلاقة $\Delta f = f'(x)\Delta x + \varepsilon \Delta x$. حيث $\varepsilon \to 0$ عندما $\Delta x \to 0$.



نسمي المقدار $f'(x)\Delta x$ الذي يمثل الجزء الرئيسي من تزايد f، تفاضل الدالة f ونرمز له بـ df ونكتب:

$$df = f'(x)\ \Delta x$$

ولكن بحسب هـذا التعـريف، فـإن $dx = 1.\Delta x$ وهكـذا نكتب $df = f'(x)dx$. ويتم إيضاح هذه المقادير على الشكل بسهولة.

● تفاضل كلي:

لتكن لدينا الدالة $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ذات n متغيراً مستقلاً، فإن التفاضل الكلي لهذه الدالة يعرف بالعلاقة:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$$

حيث $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ هو المشتق الجزئي للدالة f بالنسبة للمتغير x_i . انظر مشتق جزئي.

أما المقدار $\frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i$ فيسمى **تفاضلاً جزئياً**.

مثال (1): لدينا $f = \sin xy$ عندئذٍ $df = x \cos xy\, dx + y \cos xy\, dy$ إذا كان $u = f(x,y,z)$ وكان z دالة في المتغيرين x,y فإن:

$$du = (\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}) dx + (\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y}) dy$$

ويسمى كل حد من هذه الحدود أحياناً **تفاضلاً وسطياً**، إذا كان $z = f(x,y),\ x = u(s,t),\ y = v(s,t)$ فإن:

$$dz = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x} [\frac{\partial u}{\partial s} ds + \frac{\partial u}{\partial t} dt] + \frac{\partial f}{\partial y} [\frac{\partial v}{\partial s} ds + \frac{\partial v}{\partial t} dt]$$

● **شكل تفاضلي**:

هو كثير حدود متجانس في التفاضلات.

مثال: إذا كان $g_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ هو حقل موترات موافق التغير وكان $t_{\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_q}$ هو حقل موترات متناوب موافق التغير، فإن:

$$g_{i_1 i_2 \ldots i_r} dx^{i_1} dx^{i_2} \cdots dx^{i_r}$$

و $t_{\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_q} dx^{\beta_1} dx^{\beta_2} dx^{\beta_q}$ يتحولان كحقول عددية، ونسمي الأول **شكلاً تفاضلياً متناظراً** أما الثاني فنسميه **شكلاً تفاضلياً متناوباً**.

● **قابلية المفاضلة**:

نقول بأن $f(x,y)$ قابل للمفاضلة في (x,y) إذا كان يوجد $\delta>0$ مقابل كل $\varepsilon>0$ بحيث:

$$|\Delta f - (\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y)| < \varepsilon (|\Delta x| + |\Delta y|)$$

حيث $\Delta f = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x,y)$

$\Delta x, \Delta y$ هي تزايد x و y بحيث $|\Delta x|<\delta$ و $|\Delta y|<\delta$.

● مؤثر تفاضلي معاكس:

هو المؤثر المعاكس للمؤثر L(D) ونكتبه بالشكل $\frac{1}{L(d)}$.

مثال: $L(\alpha)\neq 0$, $\frac{1}{L(d)} e^{x} = \frac{e^{\alpha x}}{L(\alpha)}$.

مثال: $\frac{1}{D-a} f(x) = Ce^{ax} + e^{ax} \int e^{-ax} f(x)dx$.

ويستخدم المؤثر التفاضلي عادة في إيجاد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية الخطية غير المتجانسة ولذا فإننا نعرف $\frac{1}{D-a} f(x)$ أو عموماً $\frac{1}{L(D)}f(x)$ بجعل الثوابت الناتجة عن المكاملات صفراً، وعندئذٍ نكتب:

$$\frac{1}{D-a} f(x) = e^{ax} \int e^{-ax} f(x)dx$$

● محلل تفاضلي:

هو آلة تحل المعادلات التفاضلية ومجموعات المعادلات التفاضلية. وقد صمم بوش عام 1920 أول آلة من هذا النوع تعمل ميكانيكياً.

● هندسة تفاضلية:

هي الدراسة النظرية للتشكلات في جوار لأحد عناصرها.

انظر هندسة.

● هندسة تفاضلية إسقاطية:

هي الدراسة النظرية للخواص التفاضلية للتشكلات، تلك الخواص التي لا تتغير عند إجراء تحويلات إسقاطية.

● وسيط تفاضلي لسطح:

ليكن لدينا السطح S المعرف بالمعادلات $y = y(u,v)$, $z = z(u,v)$ $x = x(u,v)$, والدالة $f = f(u,v)$ المعرفة على السطح S نقول بأن الدالة $\Delta_1 f$ المعرفة لاحقاً هي **وسيط تفاضلي من المرتبة الأولى** للدالة f بالنسبة للسطح S:

$$\Delta_1 f = \left(\frac{df}{ds}\right)^2 =$$

$$= \frac{E\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 - 2F\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial f}{\partial v} + G\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2}{EG - F^2}$$

حيث نحسب المشتق $\frac{df}{ds}$ باتجاه عمودي على المنحنى. ثابت = f على S، وبحيث يكون $\Delta_1 f$ لا متغيراً عند إجراء تغيير الوسطاء $v = v(u_1,v_1)$ $u = u(u_1,v_1)$,.

انظر تغير.

أما الوسيط التفاضلي من المرتبة الثانية، فهو اللامتغير:

$$\Delta_2 f \equiv \frac{\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{G\frac{\partial f}{\partial u} - F\frac{\partial f}{\partial v}}{\sqrt{EG - F^2}}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{E\frac{\partial f}{\partial v} - F\frac{\partial f}{\partial u}}{\sqrt{EG - F^2}}\right)}{\sqrt{EG - F^2}}$$

وتنقلب صورة $\Delta_2 f$ إلى لابلاس f، أي ($\Delta_2 f = \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\sigma^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\right)$) عند القيام بتطبيق محافظ على الزوايا لمجال التعريف (u,v) من السطح S حيث $E = G = \sigma(u,v) \neq 0,\ F = 0$ ونشير هنا إلى أنه لا يوجد لا متغيرات تفاضلية أخرى من المرتبة الثانية والمراتب العليا، مثل $\Delta_1\Delta_1(f,g)$ أو $\Delta_1\Delta_2 f$.

انظر وسيط تفاضلي مختلط.

وسيط تفاضلي مختلط من المرتبة الأولى، هو اللامتغير:

$$\Delta_1(f,g) \equiv \frac{E\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial g}{\partial v} - F\left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial g}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial g}{\partial u}\right) + G\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial g}{\partial u}}{EG - F^2}$$

المعرف من أجل الدالتين $f(u,v),\ g(u,v)$ وسطح S معطى بالمعادلات:

$$x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$$

ويتضح عدم تغير $\Delta_1(f,g)$ عند إجراء تغيير الوسطاء u,v من المعنى الهندسي لـ $\Delta_1(f,g)$ أي من:

$$\cos\theta = \frac{\Delta_1(f,g)}{\sqrt{\Delta_1 f}\,\sqrt{\Delta_1 g}}$$

حيث θ هي الزاوية بين المنحنيين ثابت = f وثابت = g المارين من نقطة على السطح S. وهناك شكل آخر للوسيط التفاضلي من المرتبة الأولى هو:

$$(f,g) \equiv \frac{\partial(f,g)}{\partial(u,v)} \,/\, \sqrt{EG - F^2}$$

كما لدينا:

$$\Delta_1^2(f,g) + \Theta^2(f,g) = [\Delta_1 f]\,[\Delta_1 g]$$

● **تفاضل ثنائي الحد:**

انظر ثنائي الحد.

● **تفاضل قوس، مساحة، جاذبية، كتلة، عزم، عزم عطالة، ضغط، حجم، شغل:**

انظر عنصر.

● **حسبان التفاضل:**

انظر حسبان.

● **معامل تفاضلي:**

انظر معامل.

● **معادلة تفاضلية:**

انظر معادلة تفاضلية.

● **هندسة تفاضلية مقاسية:**

انظر هندسة.

تفاعل — INTERACTION

(إحصاء) إذا جمعت نواتج التجارب طبقاً لعدة عوامل، فإنه يكون هناك تفاعل إذا كانت هذه العوامل غير مستقلة. فمثلاً ليكن لدينا ثلاثة حقول قسم

كل منها إلى جزءين زرع في الجزء الأول ذرة من النوع C_1 وزرع في الآخر ذرة من النوع C_2. ثم راقبنا محاصيل الأجزاء الستة. وإذا كان الفرق بين محصول نوعي الذرة لا يتغير بتغير الحقل، فإنه لا يوجد تفاعل بين خصوبة الحقول ونوع الذرة.

تفرع BRANCH

- **نقطة تفرع لسطح ريمان:**
  هي نقطة على سطح ريمان يلتقي عندهما شطران أو أكثر.

تفريق DECOMPOSITION

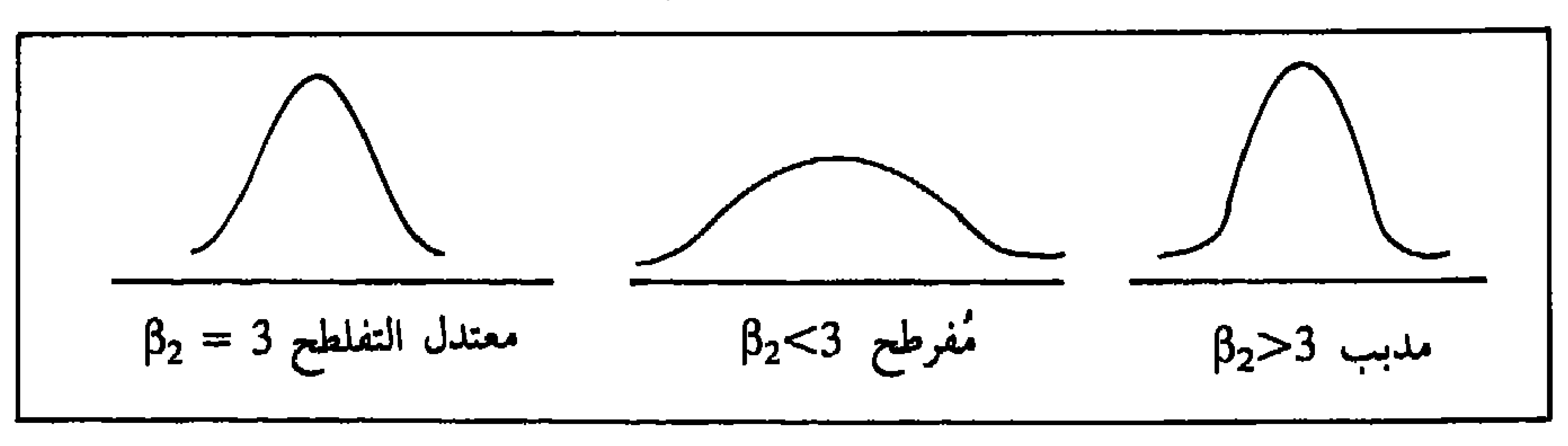
- **تفريق كسر:** هو حله إلى كسور جزئية.

تفلطح (إحصاء) KURTOSIS

مؤشر عددي يصف مدى انبساط منحنى التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي حول نقطة مركز التوزيع. إذا كان $\mu = E(X)$ هو وسط متغير عشوائي X وكان $\sigma^2 = E(x-\mu)^2$ تباين X فإن تفلطح التوزيع الاحتمالي للمتغير X هو:

$$\beta_2 = E(X - \mu)^4/\sigma^4$$

إن قيمة تفلطح التوزيع الطبيعي هي 3 وتعتبر هذه القيمة مرجعاً لوصف بقية التوزيعات الاحتمالية. فنقول إن التوزيع **معتدل التفلطح** إذا كان $\beta_2 = 3$، وأن التوزيع مفرطح إذا كان $\beta_2<3$، ونقول إن التوزيع **مدبب** إذا كان $\beta_2>3$. ويتضح أن التوزيع المفرطح يكون أكثر انبساطاً من التوزيع الطبيعي، وأن التوزيع المدبب يكون أقل انبساطاً من التوزيع الطبيعي.



MESOKURTIC **تفلطحي**

● توزيع تفلطحي:

انظر تفلطح.

BIJECTION **تقابل**

التقابل من مجموعة A إلى مجموعة B هو دالة من A إلى B بحيث تكون متباينة وغامرة.

انظر تطبيق متباين و تطبيق غامر.

BIJECTIVE **تقابلي**

انظر تقابل.

تقارب

● **التقارب المطلق للجداء اللامنتهي:**

انظر جداء ـ الجداء اللامنتهي.

● **التقارب المطلق لمتسلسلة لا منتهية:**

هو خاصية تقارب المتسلسلة المكونة من القيم المطلقة لحدود متسلسلة معطاة. وفي هذه الحالة نقول أن المتسلسلة تتقارب **تقارباً مطلقاً**.

مثال: المتسلسلة التالية تتقارب تقارباً مطلقاً:

$$1 - \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{2})^3 + \ldots + (-1)^{n-1} (\frac{1}{2})^{n-1} + \ldots$$

انظر مجموع ـ مجموعة متسلسلة لامنتهية.

● **دائرة التقارب:**

لكل متسلسلة قوى $C_0 + C_1(z-a) + C_2(z-a)^2 + \ldots + C_n(z-a)^n + \ldots$ هناك عدد لاسالب، بحيث تكون المتسلسلة متقاربة (مطلقاً) إذا كان $|z-a|<R$ وتكون متباعدة إذا كان $|z-a|>R$. وتسمى الدائرة التي يكون نصف قطرها مساوياً R

ومركزها a في المستوى العقدي بدائرة التقارب (ومعادلتها هي $|z-a| = R$).
كما يسمي R **بنصف قطر التقارب**. ومن المحتمل أن يكون R مساوياً للصفر
أو لانهاية.

وتتقارب المتسلسلة بانتظام في أية دائرة مركزها a ونصف قطرها أقل
من R. أما على محيط دائرة التقارب فقد تتقارب أو تتباعد المتسلسلة.

مثال: لنعتبر المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3z)^n}{n}$. هذه المتسلسلة تتقارب تقارباً مطلقاً
داخل الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها $\frac{1}{3}$ وتتباعد خارجها.
كما تتقارب المتسلسلة إذا كان $z=-\frac{1}{3}$ وتتباعد إذا كان $z=\frac{1}{3}$.

● **التقارب الشرطي:**

نقول إن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ متقاربة شرطياً إذا كانت متقاربة وكانت
المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ متباعدة.

فمثلاً المتسلسلة $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + (-1)^{n-1}(\frac{1}{n}) + \dots$ تكون متقاربة
شرطياً لأنها متقاربة، بينما المتسلسلة $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ متباعدة.

● **تقارب الجداء اللامنتهي:**

انظر جداء ـ جداء لا منتهٍ.

● **تقارب متتالية لا منتهية:**

انظر متتالية ـ نهاية المتتالية.

● **تقارب متسلسلة لا منتهية:**

انظر مجموع ـ مجموعة متسلسلة لا منتهية.

● **تقارب التكامل:**

نقول إن **التكامل المعتل** متقارباً إذا كانت قيمته محدودة، فمثلاً التكامل
المعتل $\int_2^{\infty} (\frac{1}{x_2})dx$ يكون متقارباً ويساوي $\frac{1}{2}$ لأن:

$$\int_2^{\infty} \left(\frac{1}{x_2}\right) dx = \lim_{y\to\infty} \int_2^{y} \left(\frac{1}{x_2}\right) dx = \lim_{y\to\infty} \left(-\frac{1}{y} + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

● **التقارب في الوسط:**

نقول إن متتالية الدوال $\{f_n\}$ **تتقارب في الوسط من المرتبة** P إلى الدالة F على الفترة أو المنطقة Ω إذا كان:

$$\lim_{n\to\infty} \int_{\Omega} |F(x) - f_n(x)|^p dx = 0$$

وعندما نقول إن التقارب في الوسط بدون ذكر مرتبته فإننا نقصد أحياناً التقارب في الوسط من المرتبة 2 وأحياناً التقارب في الوسط من المرتبة 1.

● **التقارب في القياس:**

نقول أن متتالية الدوال القابلة للقياس $\{f_n\}$ تتقارب في القياس إلى الدالة F على المجموعة S المعرف عليها القياس μ إذا كان لكل زوج من الأعداد الموجبة (ϵ,η) حيث عدد صحيح موجب N بحيث يكون $\mu(E_n)<\eta$ لكل $n>N$:

$$E_n = \{x\epsilon S | F(x) - f_n(x)| < \epsilon\}$$

وإذا كان للمجموعة S قياس محدود فإن المتتالية $\{f_n\}$ تتقارب في القياس إلى F إذا كان $\lim_{n\to\infty} f_n(x) = F(x)$ لجميع النقاط x فيما عداه مجموعة صفرية القياس.

● **التقارب في الاحتمال**: انظر احتمال.

● **فترة التقارب:**

لنعتبر متسلسلة القوى

$$p(x-a) = C_0 + C_1(x-a) + C_2(x-a)^2 + C_n(x-a)^n + \dots$$

هذه المتسلسلة إما أن تتقارب لجميع قيم x أو أنه يوجد عدد موجب R بحيث تتقارب المتسلسلة إذا كان $|x-a|<R$ وتتباعد إذا كان $|x-a|>R$ وتتقارب المتسلسلة **تقارباً مطلقاً** إذا كان $|x-a|<R$ وتتقارب بانتظام في أية فترة (A,B) بحيث $a-R<A\leqslant B<a+R$.

انظر آبل ــ مبرهنة آبل لمتسلسلات القوى.

● **اختبارات تقارب المتسلسلات اللامنتهية**

انظر آبل وكوشي ومقارنة ومتناوب ونسبة وجذر.

● التقارب المنتظم للمتسلسلات:

نقول إن المتسلسلة اللامنتهية (والتي حدودها دوال في المجال D) متقاربة بانتظام إذا كانت القيمة العددية للباقي (بعد عدد n من الحدود الأولى للمتسلسلة) يمكن جعله صغيراً صفراً كافياً إذا كانت n أكبر من عدد معين كبير بدرجة كافية.

ولتوضيح ذلك لنفرض أن مجموع n من الحدود الأولى لمتسلسلة يساوي $S_n(x)$ فإننا نقول إن المتسلسلة تتقارب بانتظام إلى $f(x)$ على D إذا كان لكل موجب ϵ يوجد عدد صحيح موجب N (لا يعتمد على G) بحيث $|f(x)-S_n(x)|<\epsilon$ لكل $n>N$ ولكل $x\epsilon D$.

ويمكن البرهنة على أن المتسلسلة تتقارب بانتظام على D إذا وفقط إذا كان لكل $\epsilon>0$ يوجد عدد صحيح N (لا يعتمد على ϵ) بحيث $|S_{n+p}(x)-S_n(x)|<\epsilon$ لكل $n>N$ ولكل عدد صحيح موجب p ولكل $x\epsilon D$.

فمثلاً تتقارب المتسلسلة $1 + \frac{x}{2} + (\frac{x}{2})^2 + \ldots + (\frac{x}{2})^{n-1} + \ldots$ بانتظام لكل x في أية فترة مغلقة محتواة في الفترة $(-2,2)$ ولكنها لا تقترب بانتظام من الفترة $(-2,2)$ لأن الكمية $|f(x)-S_n(x)| = |(\frac{x}{2})^n/(1-\frac{x}{2})|$ تقترب من اللانهاية عندما تقترب x من 2 (مع الإبقاء على n ثابتة).

انظر آبل وفايرشتراس وديريخليه.

ASYMPTOTICALLY **تقاربياً**

● متساوية تقاربياً:

انظر مقدار ــ مرتبة مقدار.

● غير متحيز تقاربياً:

انظر غير متحيز ــ مقدار غير متحيز.

● مستقر تقاربياً:

انظر مستقر.

MORPHYISM تقارن

انظر طائفة.

INTERSECTION تقاطع

التشكلات الهندسية: نعرف تقاطع تشكلين هندسيين أو أكثر بأنه مجموعة النقاط المشتركة بينهما. ويحتوي تقاطع منحنيين عادة على عدد منته من النقط. ولكن أحياناً ما يحتوي التقاطع على قوس من أحد المنحنيين.

وبالنسبة للخطوط المستقيمة فإما أن تقاطعها يكون خالياً أو أنها تتقاطع في نقطة واحدة. أما تقاطع مستويين فإما أن يكون خالياً أو يكون خطاً مستقيمًا. وأما إذا كان تقاطع سطحين ليس خالياً فإنه يتكون من منحنيات ولكنه قد يحتوي أحياناً على نقط منعزلة أو أجزاء من السطوح.

ويستخدم تعبير التقاطع التخيلي لإكمال وجوه الشبه بين المعادلات وبياناتها. ويتكون التقاطع التخيلي لمعادلتين من مجموعة القيم التخيلية للمتغيرات والتي تكون حلولاً مشتركة للمعادلتين.

- **تقاطع مجموعتين:**

وهو يتكون من مجموعة كل النقاط التي تنتمي لكلا المجموعتين. ويرمز لتقاطع المجموعتين A و B في الكتب الحديثة بالرمز A∩B أما في الكتب الأخرى فيرمز للتقاطع أحياناً بالرموز AB أو A.B. ويسمى جداء أو تقابل B,A في هذين الحالتين.

- **زاوية التقاطع:**

انظر زاوية ــ زاوية التقاطع.

ISOMETRY تقايس

(1) هو تطبيق متحارر.

انظر متحارر.

(2) أو هو تطبيق يحافظ على الأطوال. فمثلاً يكون التطبيق $x = x(y,\upsilon)$ و $y = y(u,\upsilon)$ و $z = z(u,\upsilon)$ متقايساً إذا وفقط إذا كانت المعاملات الأساسية من المرتبة الأولى تحقق الشروط $E = G = 1$ و $F = 0$. وتسمى الإحداثيات v,u بالوسطاء المتقايسة.

(3) ونقول إن التطبيق $f:(A,d)\rightarrow(B,\rho)$ (من فضاء القياس A إلى فضاء القياس B) تقـايس إذا كان f تقابلاً وكـان $d(x,y) = \rho(f(x), f(y))$ لكل y,x في A.

وفي هذه الحالة نقول أن A و B **متقـايسـان**.

وإذا كان A و B فضاءي متجهات فإنه يشترط أن يكون f **تماثلاً**. وفي هذه الحالة فإن شرط الحفاظ على المسافة يكون مكافئاً للشرط $\|x\|_A = \|f(x)\|_B$ لكل $x\epsilon A$.

أما إذا كان A و B **فضاءي هيلبرت** فإن شرط الحفاظ على المسافة يكافىء الشرط $(x,y)_A = (f(x), f(y))_B$ حيث (x,y) يرمز للجداء الداخلي المعرف على فضاء هيلبرت. انظر **تحويل ــ** تحويل وحدي.

تقدير **ESTIMATE**

---

(1) (إحصاء) قيمة عددية تعطي لوسيط دالة توزيعاً احتمالياً لمتغـير عشوائي. وتحسب هذه القيمة من مشاهدات عينة عشوائية. ويكون التقدير قيمة خاصة من قيم المقدر.

انظر **مقدّر**.

(2) قيمة لمتغير معين أو وصف لمفهوم رياضي.

● **تقدير كمية معينة**:

إعطاء قيمة لكمية معينة بالاستناد إلى معلومات عامة وبدون اللجوء إلى حسابات رياضية دقيقة. مثلاً نستطيع تقدير الجذر التربيعي لأي عدد بأقرب عدد صحيح. ولكننا نستطيع أيضاً حسابه رياضياً بدقة لأي مرتبة عشرية مطلوبة.

تقريب APPROXIMATION

عملية التقريب هي عملية الحصول على نتيجة غير صحيحة بالضبط ولكنها صحيحة بشكل يكفي لأغراض معينة.

● التقريب بواسطة التفاضلات:

انظر تفاضل.

● تقريبات متتالية:

هي الخطوات المتتالية التي نتخذها خلال عملنا باتجاه الحصول على النتيجة المرجوة.

التقعر CONCAVITY

التقعر هو حالة أو خاصة أن يكون الكائن الرياضي مقعراً.

تقلص CONTRACTION

● تقلص موتر:

هو عملية وضع واحدة من الدلائل المخالفة التغير مساوية لدليل موافق التغير ثم الجمع بالنسبة لذلك الدليل.

ويسمى الموتر الناتج **بالموتر المتقلص**.

تقوس CURVATURE

● تقوس تكاملي:

لمنطقة على سطح هو تكامل التقوس الكلي على المنطقة $\iint K\, dA$ إذا كانت المنطقة مثلثاً جيوديزياً على السطح، فإن تقوسها التكاملي يكون أقل من مجموع زوايا هذا المثلث بمقدار π.

إذا أخذنا الإشارة في الاعتبار بشكل مناسب يكون التقوس التكاملي

مساوياً لمساحة ذلك الجزء من كرة الوحدة الذي تغطيه الصورة الكروية للمنطقة.

- **التقوس الثاني لمنحنى فضائي:**

ويقصد به الفتل.

انظر فتل.

- **تقوس ريماني:**

انظر ريمان.

- **تقوس سطح:**

التقوس الناظمي لسطح عند نقطة معطاة وفي اتجاه معطى هو تقوس مقطع ناظمي C من السطح عند النقطة وفي الاتجاه المعطى وذلك مع اختيار الإشارة المناسبة لهذا التقوس. تكون الإشارة موجبة إذا اتفق الاتجاه الموجب للناظم الرئيسي للمقطع C مع الاتجاه الموجب للناظم للسطح S وإلا فتكون الإشارة سالبة. ونحصل على التقوس الناظمي $\frac{1}{R}$ من المعادلة التالية:

$$\frac{1}{R} = \frac{D\,du^2 + 2D'du\,dv + D''dv^2}{E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2}$$

المقلوب R للتقوس الناظمي يسمى **نصف قطر التقوس الناظمي** للسطح عند النقطة المعطاة وفي الاتجاه المعطى.

- **مركز التقوس الناظمي:**

هو مركز التقوس للمقطع الناظمي C.

انظر مونييه، سطح ـ معاملات أساسية لسطح.

إذا أخذنا نقطة عادية على السطح، فإننا نجد اتجاهاً يأخذ فيه نصف قطر التقوس الناظمي قيمة عظمى مطلقة، وكذلك نجد اتجاهاً يأخذ فيه قيمة صغرى مطلقة، وتكون الزاوية بين هذين الاتجاهين مطلقة (ما لم يكن نصف قطر التقوس الناظمي ثابتاً بالنسبة لكل الاتجاهات عند النقطة) ويسمى هذان الاتجاهان **بالاتجاهين الرئيسيين** على السطح وعند النقطة.

انظر سري ـ نقطة سرية على سطح.

التقوسان الرئيسيان عند نقطة هما التقوسان الناظميان $\frac{1}{\rho_1}$ ، $\frac{1}{\rho_2}$ في الاتجاهين الرئيسيين عند النقطة. ρ_2, ρ_1 **هما نصفا القطر الرئيسيان** للتقوس الناظمي للسطح عند النقطة. **ومركزا التقوس الرئيسي** هما مركز التقوس الناظمي في الاتجاهين الرئيسيين.

● **التقوس الوسط** (أو التقوس الناظمي الوسط):

هو مجموع التقوسين الرئيسيين:

$$K_m = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{ED'' + GD - 2F\,D'}{EG - F^2}$$

التقوس الكلي أو التقوس الناظمي الكلي أو التقوس الغاوسي للسطح عند نقطة هو حاصل ضرب التقوسين الرئيسيين عند النقطة:

$$K = \frac{1}{\rho_1\rho_2} = \frac{Dd'' - D'^2}{EG - F^2}$$

إذا استعملنا ترميز الموترات فإن هذا التقوس يكون الحقل السلمي $K = \frac{R_{1221}}{g_{11}g_{22} - (g_{12})^2}$ إذا كان $ds^2 = g_{\mu\gamma}dx^{\mu}dx^{\gamma}$ هو المقاس على السطح باعتباره فضاء ريمانياً بعديته 2. كما أن R_{1221} هو المركبة الوحيدة التي لا تساوي صفراً في موتر كريستوفل ــ ريمان الموافق التغير $R\alpha\beta\gamma\delta$. وبما أن R_{1221} هو معين معاملات الشكل الأساسي الثاني على السطح فإننا نستنتج أن التقوس الكلي هو نسبة معين الشكل الأساسي الثاني إلى معين الشكل الأساسي الأول:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^{\alpha}dx^{\beta}$$

انظر **نصف قطر ــ** نصف قطر التقوس الكلي لسطح.

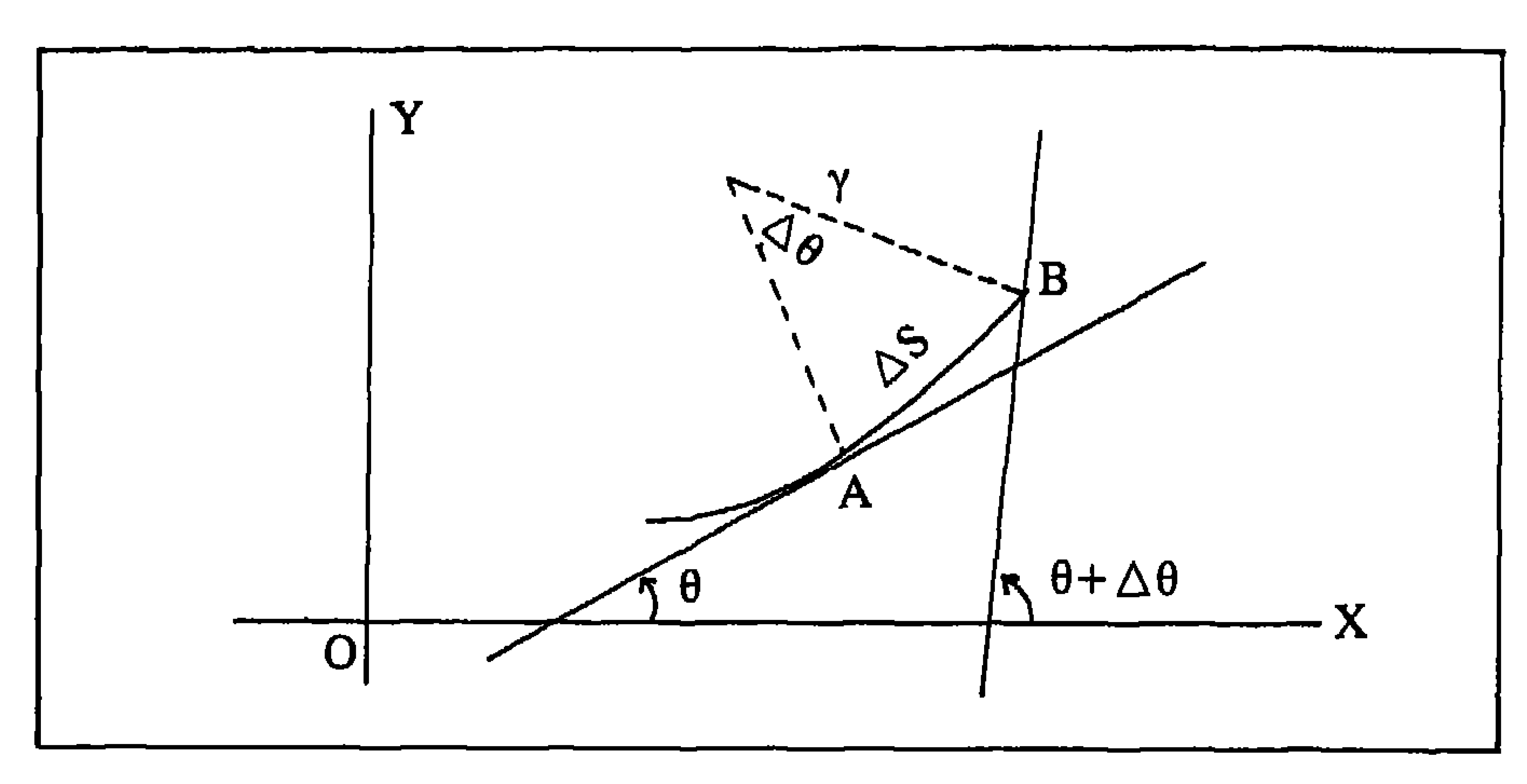
● **تقوس غاوسي لسطح:**

وهو نفس التقوس الكلي أعلاه.

● **التقوس المتوسط لقوس:**

هو القيمة المطلقة لنسبة تغير ميل زاوية المماس إلى طول القوس. والتقوس عند نقطة هو نهاية التقوس المتوسط عندما يقترب طول القوس من

الصفر. الدائرة المماسة للمنحنى من الجانب المقعر والتي لها نفس تقوس المنحنى عند نقطة الملامسة تسمى **دائرة التقوس** للمنحنى عند تلك النقطة. ونصف قطرها هو القيمة العددية لنصف قطر التقوس. أما مركزها فيسمى مركز التقوس.



التقوس عند A يساوي $\left|\frac{\Delta\theta}{\Delta s}\right|$ $\lim_{\Delta s\to 0}$، حيث Δs هو طول القوس AB، و θ مقيسة بالراديان.

يعرف البعض التقوس بدون إشارة القيمة المطلقة، وتعتمد إشارة K في هذه الحالة على إشارة $\Delta\theta$ التي تكون موجبة إذا كان المنحنى مقعراً إلى أعلى وسالبة إذا كان مقعراً إلى أسفل. (حسب ما يكون $\frac{d^2y}{dx^2}$ موجباً أو سالباً).

لنأخذ C منحنياً فضائياً، ونأخذ P نقطة ثابتة عليه و P′ نقطة أخرى متحركة بحيث يكون s طول القوس PP′ ولتكن $\Delta\theta$ الزاوية بين الاتجاهين الموجبين للماسين عند P و P′. يكون تقوس هذا المنحنى عند P مساوياً:

$$K = \frac{1}{\rho} = \lim_{s\to 0} \left|\frac{\Delta\theta}{\Delta s}\right|$$

وفي هذه الحالة أيضاً، يقيس التقوس معدل دوران المماس بالنسبة للمسافة على المنحنى. أما العدد ρ فيسمى **نصف قطر التقوس**. أما دائرة التقوس فتكون الدائرة الملاصقة. انظر ملاصق.

كما يسمي البعض ρ بالتقوس الأول.
انظر فتل.

إذا كان المنحنى مستوياً أو فضائياً فإن تقوسه يساوي $|\frac{d\vec{T}}{ds}|$ حيث إن T متجه الوحدة المماس و s ترمز للمسافة على المنحنى بالنسبة لمتجه الموضع $\vec{P} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. حيث x,y,z دوال في الوسيط t و (x,y,z) نقطة على المنحنى فإن التقوس يكون $|\vec{V} \times \vec{A}|/v^3$، حيث $\vec{v} = \frac{d\vec{p}}{dt}$، $\vec{A} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $v = |\vec{V}|$ والضرب هو الضرب المتجهي للمتجهين $\vec{A}$, $\vec{V}$.

● **تقوس منحنى:**

إذا كان المنحنى دائرة فالتقوس يكون مقلوب نصف القطر. أما المنحنيات المستوية الأخرى فيمكن اعتبار تقوسها عند نقطة ما هو تقوس الدائرة التي تقرب الدائرة عند النقطة. وبشكل أدق نعرف التقوس لمنحنى عند نقطة بأنه القيمة المطلقة لمعدل زاوية ميل المماس بالنسبة للمسافة على المنحنى.

إذا كانت معادلة المنحنى $y = f(x)$ فإن زاوية ميل المماس تكون $Tan^{-1}(\frac{dy}{dx})$. إذا استعملنا الاحداثيات الديكارتية فإن التقوس K يكون:

$$K = |\frac{d^2y}{dx^2}| / [1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{\frac{3}{2}}$$

أما في الاحداثيات الوسيطية فإن التقوس يكون:

$$\left| \frac{(\frac{dx}{dt})(\frac{d^2y}{dt^2}) - (\frac{dy}{dt})\frac{d^2x}{dt^2}}{[(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2]^{\frac{3}{2}}} \right|$$

حيث x,y دالتان في الوسيط t. وفي الاحداثيات القطبية يكون التقوس:

$$\left| \frac{r^2 + 2(\frac{dr}{d\theta})^2 - r\frac{d^2r}{d\theta^2}}{[r^2 + (\frac{dr}{d\theta})^2]^{\frac{3}{2}}} \right|$$

● **خطوط التقوس على سطح:**

إذا أخذنا السطح s: $x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$

فإن خطوط التقوس هي المنحنيات المحققة للعلاقة:

$$(Ed' - FD)\,du^2 + (ED'' - GD)\,du\,dv + (FD'' - GD')\,dv^2 = 0$$

انظر **سطح ـ** معاملات أساسية على سطح.

تشكل هذه المنحنيات نظاماً متعامداً على S ويعني منحنيا هذا النظام عند النقطة P على S الاتجاهين الرئيسيين على S عند P.

● **سطح ذو تقوس سالب:**

هو سطح يكون عليه التقوس الكلي سالباً عند كل نقطة. وفي جوار كل نقطة P يقع جزء من السطح على أحد جانبي المستوى المماس عند P بينما يقع الجزء الآخر من السطح على الجانب الآخر للمستوى.

وكأمثلة على هذه السطوح نذكر السطح الداخلي للطارة ومجسم القطع الزائد ذا الشطر الواحد.

● **سطح ذو تقوس كلي صفري:**

هو سطح يكون عليه التقوس صفراً عند كل نقطة. من هذه السطوح الاسطوانة وكل سطح قابل للانبساط.

● **سطح ذو تقوس كلي موجب:**

هو سطح يكون عليه التقوس الكلي موجباً عند كل نقطة. من هذه السطوح الكرة ومجسم القطع الناقص.

● **نصف قطر التقوس:**

انظر **نصف قطر ـ** نصف قطر التقوس.

جيوديزي ـ تقوس جيوديزي.

تقويم

نقول عن منحنٍ إن له تلامساً من مرتبة أعلى مع مماس إذا كانت معادلة المنحنى $r^2 = \vec{r}(t)$ من الصنف C_n وكانت المشتقات $\vec{r'}(s_0), \ldots, \vec{r}^{(k)}(s_0)$ كلها

أصفاراً. ومرتبة التلامس هي واحد أقل من مرتبة المشتق الذي لا يساوي صفراً، حيث $\overline{r} = \overline{r}\ (s_0)$ هي النقطة التي يحصل عندها التماس بين المنحنى والمماس.

انظر **تلامس** ــ مرتبة التلامس.

أما النقطة P_0 على المنحنى حيث يكون للماس تلامس من مرتبة أعلى فتسمى **بنقطة تقويم** للمنحنى.

CONSTRAINING **تقييد**

● **قوى التقييد أو القوى المقيدة:**

(1) هي تلك القوى التي تحاول منع الجسيم من البقاء راقداً أو منعه من الحركة بسرعة منتظمة على خط مستقيم. (وفقاً لقانون نيوتن الأول للحركة).

(2) هي تلك القوى المبذولة بشكل عمودي على اتجاه الحركة.

EVALUATION **تقييم**

هو عملية التقييم.

VALUATION **تقييم**

عملية إيجاد وتعيين قيمة شيء معين.

CONDENSATION **تكاثف**

● **نقطة تكاثف:**

نقول عن نقطة P أنها نقطة تكاثف لمجموعة S إذا احتوى كل جوار من جوارات P على عدد غير قابل للعد من نقاط S.

انظر تراكم ــ نقطة تراكم؛ قابل للعد ــ مجموعة قابلة للعد.

● **تكافؤ القضايا:**

التكافؤ هو قضية شكلت من قضيتين معطيتين موصولتين بالأداة «إذا وفقط إذا» ويكون **التكافؤ** صواباً إذا كانت القضيتان صائبتين معاً أو خاطئتين معاً. فمثلاً القضية «يكون المثلث A متساوي الأضلاع إذا وفقط إذا كان A متساوي الزوايا» قضية صائبة لأن أي مثلث إما أن يكون متساوي الأضلاع والزوايا معاً أو أن لا يكون متساوي الأضلاع ولا يكون متساوي الزوايا.

ويرمز **للتكافؤ** بين القضيتين p و q عادة بالرمز $p \leftrightarrow q$ أو $p \equiv q$ وأحياناً كثيرة يعبر عن التكافؤ $p \leftrightarrow q$ بالقول «p شرط لازم وكاف لـ q» أو يقال p إذا وفقط إذا q. والتكافؤ $p \leftrightarrow q$ يكافىء **عطف الاقتضاءين** $p \rightarrow q$ و $q \rightarrow p$. ويقال أن العبارتين **متكافئتان منطقياً** إذا تكافأتا بسبب صيغتهما المنطقية وليس بسبب محتواهما الرياضي.

فمثلاً العبارة $\sim(p \wedge q)$ **تكافىء منطقياً** العبارة $(\sim p) \vee (\sim q)$ مهما كانت القضيتان p و q.

انظر **عطف وفصل ونفي**؛ وانظر كذلك **متكافىء**.

● **صنف تكافؤ:**

إذا عرفنا علاقة تكافؤ S على مجموعة X فإن المجموعة X تتفرق إلى أصناف بحيث يكون العنصران x و y من المجموعة X في نفس الصنف إذا كان $(x,y) \in S$، أي إذا تكافأ العنصران x و y وتسمى هذه الأصناف **أصناف التكافؤ** ويرمز لها أحياناً بالرمز [x]، حيث نكتب:

$$[x] = \{y \in X \mid (x,y) \in S\}$$

وإذا كان هناك صنفا تكافؤ [x] و [z] فإما أن يكون $[z] \cap [x] = \phi$ أو أن $[z] = [x]$.

مثال: لنتعرف العلاقة S على الأعداد الحقيقية R بالشكل التالي نقول إن a يكافىء العدد b أي أن $(a,b) \in S$ إذا كان $a-b$ عدداً منطقاً.

يتضح لنا أن S علاقة تكافؤ وصنف التكافؤ [a] هو { حيث y أي عدد منطق $[a] = \{x \epsilon R | x = a+y$.

● **علاقة تكافؤ:**

هي علاقة بين عناصر مجموعة معينة تكون انعكاسية ومتناظرة ومتعدية وبحيث يكون كل عنصرين في المجموعة إما متكافئين أو غير متكافئين. وعلاقة التساوي العادية بين الأعداد هي علاقة تكافؤ على مجموعة الأعداد.

تكامل INTEGRAL

● **التكامل المحدد (لريمان):**

يعتبر التكامل المحدد الدعامة الرئيسية لحساب التكامل ويرمز له بالرمز $\int_a^b f(x)dx$ ، حيث $f(x)$ الدالة المكاملة و b,a حدا المكاملة و x متغير المكاملة. وهندسياً إذا كان $a<b$ فإن التكامل المحدد يكون موجوداً إذا وفقط إذا كان للمنطقة w المحصورة بين الفترة المغلقة $[a,b]$ وبيان f في تلك الفترة مساحة منتهية وفي هذه الحالة فإن التكامل يساوي مساحة الجزء من w الواقع فوق محور x ناقصاً مساحة الجزء من w الواقع أسفل محور x. وللتكامل المحدد عدة تفسيرات أخرى. فمثلاً إذا كانت $v(t)$ تمثل سرعة جسم يتحرك في خط مستقيم عند الزمن t فإن $\int_a^b v(t)dt$ يساوي المسافة التي يقطعها الجسم بين الزمنين b,a.

لنفرض أن الفترة $[a,b]$ قد قسمت إلى n من الفترات الجزئية المتساوية طول كل منها يساوي:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

حيث

$$x_1 + a, x_2 = a + x, x_3 = a + 2x, \ldots, x_n = b$$

فإن مساحات المستطيلات المظللة (انظر الشكل) تساوي: $s_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$

نعرف التكامل المحدد للدالة $f(x)$ من a إلى b على أنه $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} s_n$ على فرض وجود هذه النهاية.

وبصورة عامة يمكننا اختيار $x_0, x_1, \ldots, x_n$ بحيث $x_0 = a$ و $x_n = b$ و $\Delta_i x = x_i - x_{i-1}$، ولنفرض أن ζ_1 هو أي عدد في الفترة المغلقة $[x_{i-1}, x_i]$ حيث $i = 0,1,2,\ldots,n$ في هذه الحالة نسمي المجموع $R(x_0,x_1,\ldots,x_n; \zeta_1,\zeta_2,\ldots,\zeta_n) = \sum_{i=1}^{n} f(\zeta_i)\Delta_i x$ بمجموع ريمان.

فإذا وضعنا $\delta = mas\{\Delta_i x\}$ فإن تكامل ريمان للدالة f هو $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\delta\to 0} R(x_0, x_1, \ldots, x_n; \zeta_1\zeta_2, \ldots, \zeta_n)$ على شرط وجود هذه النهاية.

ونشير هنا إلى أن تكامل ريمان للدوال المستمرة على فترة مغلقة يكون موجوداً دوماً، كما أن كون الدالة مستمرة هو شرط كاف لوجود تكامل ريمان. أما الشرط اللازم والكافي لوجود تكامل ريمان لدالة محدودة على فترة مغلقة هو أن تكون الدالة مستمرة أينما كان تقريباً.

انظر داربو ـ مبرهنة داربو.

نورد فيما يلي بعض الخواص الأولية للتكامل المحدد:

(1) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

(2) $\int_a^b cf(x)dx = c\int_a^b f(x)dx$ لكل عدد c.

(3) إذا كان التكاملان $\int_a^b f(x)dx$ و $\int_b^c f(x)dx$ موجودين فإن $\int_a^c f(x)dx$ يكون أيضاً موجوداً ويكون $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$.

(4) إذا كان التكاملان $\int_a^b f(x)dx$ و $\int_a^b g(x)dx$ موجودين فإن $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx$ يكون موجوداً أيضاً ويكون $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx = \int_a^b [f(x)+g(x)]dx$.

(5) إذا كـان $a<b$ و $m \le f(x) \le M$ لـكـل x بحيـث $a \le x \le b$ فـإن $m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$.

(6) إذا كانت الدالة f مستمرة فإنه يوجد عـدد ζ بين a و b بحيث $\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(\zeta)$.

انظر رئيسي ـ المبرهنة الأساسية للحسبان وقابل للمكاملة ـ دالة قابلة للمكاملة ومكاملة ـ تغيير المتغيرات في المكاملة ووسط ـ القيمة الوسطى للدالة ومبرهنات القيمة الوسطى للتكاملات.

● **مشتق التكامل:**

انظر مشتق.

● **التكامل الناقصي:**

انظر ناقصي.

● **تكامل الطاقة:**

انظر طاقة.

● **معادلات فريدهولم التكاملية وحلولها:**

انظر فريدهولم.

● **تكاملات فرينيل:**

انظر فرينيل.

● **نظرية هيلبرت ـ شميت للمعادلات التكاملية:**

انظر هيلبرت.

● **المعادلة التكاملية المتجانسة:**

انظر متجانس.

● **التكامل المعتل:**

(1) لتكن f دالة مستمرة في الفترة نصف المفتوحة $[a,b)$ ولنفرض أن f ليست مستمرة من اليسار عند النقطة b (كأن تكون $\lim_{x \to b} f(x) = \infty$ أو أن

$(\lim_{x\to b+} f(x) \neq \lim_{x\to b-} f(x))$ ففي هذه الحالة نسمي التكامل $\int_a f(x)dx$ ويعرف على النحو التالي:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\epsilon\to 0} \int_a^{b-\epsilon} f(x)dx$$

وإذا كانت النهاية موجودة فإن التكامل المعتل يكون متقارباً وإلا فإنه يكون متباعداً.

(2) لتكن f دالة مستمرة على الفترة J. نقول أن التكامل $\int_J f(x)dx$ تكامل معتل إذا كانت J هي إحدى الفترات التالية $[a,\infty)$ أو $(-\infty,a]$ أو $(-\infty,\infty)$ ويعرف التكامل في هذه الحالة على النحو التالي:

$$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{M\to\infty} \int_a^M f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^a f(x)dx = \lim_{M\to\infty} \int_M^a f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^\infty f(x)dx = \lim_{m\to\infty} \int_{-M}^M f(x)dx$$

مثال: (1) $\int_1^\infty f(x)dx$.

(2) $\int_{-\infty}^0 f(x)dx$.

(3) $\int_{-\infty}^\infty f(x)dx$.

(4) $\int_1^3 \frac{dx}{(3-x)^2}$.

نلاحظ أن التكاملات (1) و(2) و(3) كلها معتلة لأن فترة التكامل غير محدودة. أما التكامل (4) فهو معتل لأن الدالة $f(x) = \frac{1}{(3-x)^2}$ غير محدودة في الفترة $[1,3]$.

لنفرض أن $f(x) = \frac{1}{x^3}$ في (1). نجد أن

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x^3} = \lim_{M\to\infty} \int_1^M \frac{dx}{x^3} = \lim_{M\to\infty} \left(-\frac{1}{2M} + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

ونقول في هذه الحالة إن التكامل المعتل يتقارب (1) إلى $\frac{1}{2}$ وبصورة عامة نعرف $\int_M^M f(x)dx \lim_{M\to\infty} = \int_{-\infty}^\infty f(x)dx$. والآن نوجد التكامل (4)

$$\int_1^3 \frac{dx}{(3-x)^2} = \lim_{\epsilon \to 0^+} \int_1^{3-\epsilon} \frac{dx}{(3-x)^2} = \lim_{\epsilon \to 0^+} \left(\frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{2}\right) = \infty$$

ونقول في هذه الحالة إن التكامل المعتل يتباعد.

● **التكامل غير المحدد لدالة بمتغير واحد:**

هو أية دالة مشتقتها تساوي الدالة المعطاة. أي أن $\int f(x)dx = g(x)$ إذا كان $g'(x) = f(x)$ نلاحظ أيضاً أن $\int f(x)dx = g(x)+c$ حيث c أي ثابت اختياري. ويسمى بثابت المكاملة. ويسمى التكامل غير المحدد أحياناً بمقابل المشتق.

● **التكامل اللامنتهي:**

انظر لا منته ــ التكامل اللامنتهي.

● **حسبان التكامل:**

انظر حسبان.

● **منحنيات التكامل:**

هي عائلة المنحنيات التي معادلاتها تكون حلولاً لمعادلة تفاضلية معينة. فمثلاً عائلة المنحنيات $x^2 + y^2 = c$ تكون منحنيات تكامل للمعادلة التفاضلية $y' = -\frac{x}{y}$ حيث c ثابت اختياري.

انظر تفاضل ــ حل المعادلة التفاضلية.

● **المعادلة التكاملية:**

هي معادلة تكون فيها الدالة المجهولة داخل تكامل معين.

وأول معادلة تكاملية حلت هي معادلة فوريه $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(xt)\phi(t)dt$، حيث f دالة زوجية. ولقد وجد أن الحل تحت شروط معينة هو $\phi(x) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\cos(ux)f(u)du$.

نقول إن المعادلة التكاملية من **النوع الثالث** إذا كانت على النحو:

$$g(x)\, y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b k(x,t)\, y(t)dt$$

حيث f و g' و k دوال معطاة، و y الدالة المجهولة. وتسمى الدالة k بنواة المعادلة.

وتعتبر معادلات فريدهولم التكاملية من النوع الأول والنوع الثاني حالات خاصة من المعادلات التكاملية من النوع الثالث.

انظر فريدهولم ــ معادلات فريدهولم التكاملية.

- **تكامل الدالة العقدية:**

انظر كفاف ــ تكامل الكفاف.

- **اختبار التكامل للتقارب:**

انظر كوشي ــ اختبار التكامل لكوشي.

- **التكامل المكرر:**

هــو تكــامــل من النــوع (1) $\int\int f(x,y)dxdy$ و (2) $\int\int\int g(x,y,z)dxdydz$ وهكذا . . .

ولإيجاد التكامل (1) نوجد التكامل $\int f(x,y)dx$ باعتبار أن y ثابت ولنفرض أن الناتج $g(x,y)+c_1$ حيث c دالة في y. ثم نوجد $\int[g(x,y)+c_1]d_y$ باعتبار أن x ثابت.

مثال: $\int\int xy\ dy\ dx = \int[{}^1/_2\ xy^2 + C_1]\ dx = {}^1/_4x^2y^2 + \int c_1dx + c_2$.

حيث c_1 دالة في x و c_2 دالة في y. وتكتب النتيجة النهائية على الشكل $\int\int xy\ dy\ dx = {}^1/_4x^2y^2+\phi_1(x)+\phi_2(y)$، حيث $\phi_1(x)$ و $\phi_2(y)$ أية دالتين قابلتين للمفاضلة في x و y على الترتيب.

والجدير بالذكر أنه ليس صحيحاً دائمًا تساوي التكاملين $\int\int f(x,y)dx\ dy$ و $\int\int f(x,y)dy\ dx$. أي أن تغيير ترتيب أخذ المكاملة يغير من ناتج المكاملة:

مثال: (1) $\int_0^1\int_0^1 \frac{x-y}{(x+y)^3}\,dy\,dx$

$$\int_0^1 \left(\frac{-x}{(x+y)^2} + \frac{1}{x+y}\right)\Big|_{y=0}^{1} dx$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^2} = \frac{-1}{x+1}\Big|_0^1 = {}^1/_2$$

$$ {}_0\int^1 {}_0\int^1 \frac{x-y}{(x+y)^3}\, dx\, dy = {}^1/_2 \qquad (2) $$

ويمكن الحصول على النتيجة (2) باستبدال y بـ x في (1) لنحصل على $\frac{1}{2} = {}_0\int^1 {}_0\int^1 \frac{y-x}{(x+y)^3}\, dx\, dy$ ثم نضرب الطرفين بالعدد 1− لنحصل على النتيجة في (2). والشرط الكافي لكي يتساوى التكاملان ${}_0\int^1 {}_0\int^1 f(x,y)dx\, dy$ و ${}_0\int^1 {}_0\int^1 f(x,y)dy\, dx$ هو أن يكون التكامل $\int_R \int f(x,y)dx\, dy$. موجوداً على المنطقة المقابلة $0 \le x \le 1$ و $0 \le y \le 1$. لاحظ أن التكامل $\int_R \int \frac{x-y}{(x+y)^3}\, dx\, dy$ غير موجود لأن المكامل f(x,y) غير مستمر عند نقطة الأصل (0,0).

- **التكامل المكرر المحدد:**

$$ {}_a\int^b {}_x\int^{x+1} x\, dy\, dx = {}_a\int^b \{{}_x\int^{x+1} x dy\}dx = {}_a\int^b \{x(x+1)-x^2\}dx = {}^1/_2(b^2-a^2) $$

- **تكامل ليبيغ:**

انظر ليبيغ.

- **تكامل ليبيغ ــ ستيلجس:**

انظر ستيلجس.

- **التكامل على الخط:**

ليكن c منحنى قابلاً للقياس معرفاً بمعادلات وسيطية على الفترة المغلقة [a,b]. وبهذا يكون للنقطة (x(t), y(t), z(t)) متجه الموضع $\overrightarrow{P}(t) = x(t)\overrightarrow{i} + y(t)\overrightarrow{j} + z(t)\overrightarrow{k}$. ولنفرض أن F دالة متجهية يحتوي مداها على [a,b] وليكن $\{a = t_1, t_2, \ldots, t_{n+1} = b\}$ تجزئة للفترة [a,b]. لندع $S_n = \sum_{i=1}^{n} F(\pi_i).\Delta_i P$، حيث π_i أية نقطة في $[t_i, t_{i+1}]$ و $\Delta_i P = P(t_{i+1}) - P(t_i)$ و . تمثل الجداء السلمي. وإذا كان $\lim_{n\to\infty} S_n$ موجوداً فإننا نعرف التكامل على الخط للدالة F فوق C بأنه:

$$ \int_c F(t)\, .\, dP = \lim_{n\to\infty} S_n $$

والشرط الكافي لوجود هذا التكامل هو أن تكامل الدالة F مستمرة على C.

وإذا كانت P قابلة للمفاضلة وكانت $\vec{F} = L\vec{i} + M\vec{j} + N\vec{k}$ فإنه يمكن كتابة التكامل على خط على الصورة $\int_a^b (Lx'+My'+Nz')dt$ أو على الصورة $\int_c Ldx + \int_c M\,dy + \int_c Ndz$.

وإذا كانت F مستمرة على مجموعة مفتوحة S فإن الشرط اللازم والكافي لكي يكون التكامل $\int Ldx+Mdy+Ndz$ مستقلاً عن الممر c الذي يربط بين نقطتين في s هو أن يكون:

$$(1)\quad \frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x},\ \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial z},\ \frac{\partial M}{\partial z} = \frac{\partial N}{\partial y}$$

بفرض أن هذه المشتقات الجزئية مستمرة على المجموعة S. والشرط (1) مكافىء للشرط.

$$(2)\quad \nabla \times \vec{F} = \vec{0}$$

أي:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ L & M & N \end{vmatrix} = \vec{0}$$

حيث $\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$ والشرط (1) يكافىء شروط وجود دالة ϕ بحيث يكون $F = \Delta\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\vec{k}$ وفي هذه الحالة فإن التكامل على الخط من A إلى B يساوي $\int_A^B F.dP = \phi(B) - \phi(A)$ وإذا كانت $F = L\vec{i} + M\vec{j}$ فإن الشرط (1) يصبح $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial y}$، وتسمى الدالة F **محافظة** إذا كان $\int F.dP$ مستقلاً عن الممر C أي أن $\int_{c_2} F.dp = \int_{c_1} F.dP$ إذا كان C_1 و C_2 يشتركان في نقطتي الابتداء والانتهاء.

انظر محافظ ــ قوة محافظة.

وإذا كانت S بسيطة الاتصال، فإن $\overrightarrow{F}=L\overrightarrow{i}+M\overrightarrow{j}$ تكون محافظة إذا وفقط إذا كان $\frac{\partial M}{\partial x}=\frac{\partial L}{\partial y}$.

مثال: نلاحظ أن التكامل $\int_{(1,2)}^{(3,4)}(6xy^2-y^3)dx + (6x^2y-3xy^2)dy$ مستقل عن الممر الواصل بين (1,2) و (3,4) لأن $12xy-3y^2 = \frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial y}$ حيث $M=6x^2y-3xy^2,\ L=6xy^2-y^3$.

ولذا فإننا نختار مثلاً الممر الواصل بين النقطتين مكوناً من المستقيم الواصل بين (1,2) و (3,2) (حيث $dy=0, y=2$) والمستقيم الواصل بين (3,2) و (3,4) (حيث $dx=0, x=3$).

$$\int_{(1,2)}^{(3,4)} L\,dx + M dy = \int_{x=1}^{3}(24x-8)dx + \int_{y=2}^{4}(54y-9y^2)dy = 80 + 156 = 236$$

ويمكن إيجاد التكامل أيضاً بـإيجاد الـدالة ϕ حيث $F=\nabla\phi$، أي أن $\frac{\partial\phi}{\partial y}\overrightarrow{j}+\frac{\partial\phi}{\partial x}\overrightarrow{i} = L\overrightarrow{i}+M\overrightarrow{j}$ وبالتالي فإن:

$$(1)\quad \frac{\partial\phi}{\partial x} = 6xy^2-y^3 .$$

$$(2)\quad \frac{\partial\phi}{\partial y} = 6x^2y-3xy^2 .$$

من (1) نحصل على $\phi= 3x^2y - xy^3 + f(y)$ (بأخذ التكامل بالنسبة لـ x).

ومن (2) نحصل على $\phi = 3x^2y^2 - xy^3 + g(x)$ (بأخذ التكامل بالنسبة لـ y).

ولذا فإن $f(y) = g(x) = c$ حيث c ثابت، وبالتالي فإن $\phi = 3x^2y^2-xy^3+c$

$$\int_{(1,2)}^{(3,4)} L\,dx + N\,dy = 3x^2y^2 - xy^3 + c\,\Big]_{(1,2)}^{(3,4)} = 236$$

- **التكامل المتضاعف:**

هو تعميم لتكامل دالة بمتغير واحد. ونعرف التكامل الثنائي لدالة f على مجموعة R لها مساحة ومحتواة في مدى f كما يلي:

نقسم المجموعة R إلى n من المجموعات الجزئية المنفصلة مساحاتها ∇iA حيث $i = 1,2,3...,n$ ولنفرض أن ∇ هي مساحة أصغر مربع يمكن أن يحتوي على أي من هذه المجموعات الجزئية. ولتكن (x_i,y_i) نقطة اختيار في المجموعة الجزئية رقم i.

$$\int_R f(x)\, dA = \lim_{\nabla \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i) \nabla iA$$

إذا كانت هذه النهاية موجودة.

ويكون التكامل الثنائي موجوداً إذا وفقط إذا كان للمنطقة الاسطوانية w حجم حيث w المنطقة العمودية على المستوى (x,y) والواقعة بين R وبيان f. ويكون التكامل الثنائي في هذه الحالة مساوياً لحجم ذلك الجزء من w الواقع فوق المستوى (x,y) ناقصاً حجم ذلك الجزء من w الواقع أسفل المستوى (x,y). وإذا كانت الدالة f مستمرة ومحدودة على R فإن التكامل الثنائي يكون موجوداً ويساوي التكامل المكرر للدالة f على R. ويمكن تعريف التكامل الثلاثي بنفس الطريقة.

- **التكامل على سطح:**

انظر سطح ـ التكامل على سطح.

- **المعادلات التكاملية لفولتيرا.**

انظر فولتيرا.

تكامل ثنائي — DOUBLE INTEGRAL

- **التكامل الثنائي:**

انظر التكامل المكرر.

تكبير — MAGNIFICATION

- **نسبة التكبير:**

انظر تشوه ـ نسبة التشوه.

تكديس AGGRECATION

● **إشارات التكديس:**

وهي الأقواس بأنواعها الكبيرة { والمتوسطة [والصغيرة (، وهي إشارات تعني أن نعامل ما في داخلها كأنه حد واحد. مثلاً: $3(2-1+4)=3\times5=15$.

انظر بعض العناوين تحت **توزيعي**.

تكرار (إحصاء) FREQUENCY (Statistics)

عند تلخيص مجموعة كبيرة من البيانات جرت العادة على توزيعها على فئات وحساب عدد العناصر التي تنتمي لكل فئة ويسمى هذا العدد **تكرار الفئة** (**أو التكرار المطلق للفئة**). أما الجدول الناتج من هذا التلخيص والذي يحتوي على عمود للفئات وعمود للتكرارات المقابلة فيسمى **جدول التكرار**. وإذا قسمنا تكرار الفئة على عدد البيانات الكلي فإن ناتج القسمة يسمى **تكراراً نسبياً** ويسمى الجدول بجدول التكرار النسبي. أما **التكرار التراكمي** عند فئة معينة فهو مجموع التكرارات لجميع الفئات السابقة بالإضافة لتكرار تلك الفئة المعينة. **والتكرار التراكمي النسبي** هو مجموع التكرارات النسبية لجميع الفئات السابقة بالإضافة للتكرار النسبي لتلك الفئة، مثال: لخصت أوزان مئة طالب (لأقرب كيلوغرام) في جدول التكرار:

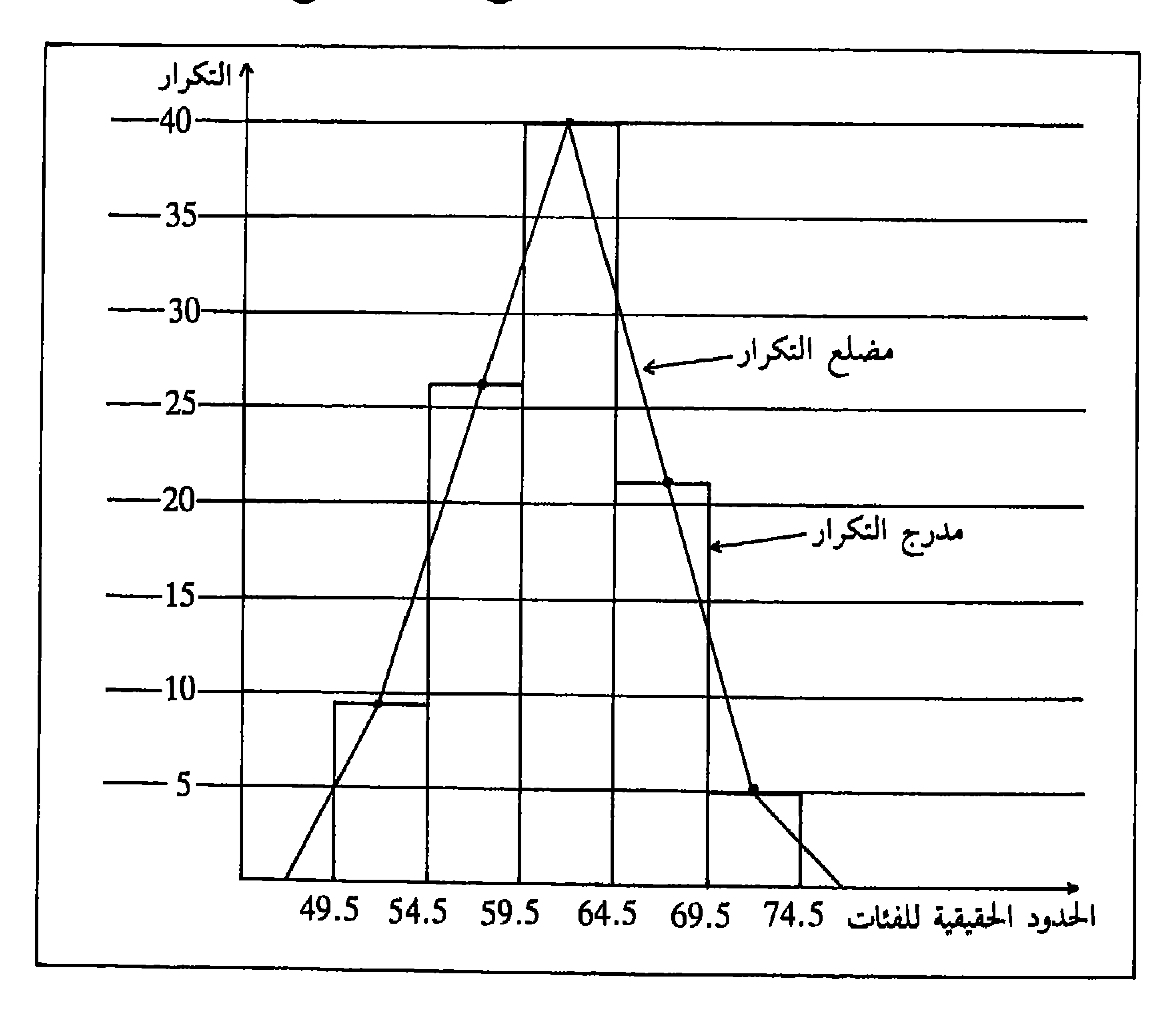
الفئة	التكرار	التكرار النسبي
50-54	8	0.08
55-59	26	0.26
60-64	40	0.40
65-69	21	0.21
70-74	5	0.05
المجموع	100	1.00

وتسمى القيم 50 و 54 و . . . و 70 و 74 بحدود الفئات. وبما أن البيانات

(أوزان الطلبة) مقربة لأقرب كيلوغرام فتعين حدود أخرى للفئات تسمى **الحدود الحقيقية للفئات** ويتم ذلك بطرح من الحد السفلي للفئة وإضافة 0.5 للحد العلوي.

في المثال السابق تكون الحدود الحقيقية للفئات: 49.5-54.5 و 54.5-59.5 و . . . و 79.5-84.5 ويساوي طول الفئة الحد الحقيقي العلوي ـ الحد الحقيقي السفلي.

ويمكن توضيح الجدول التكراري بأشكال بيانية أشهرها **مدرّج التكرار ومضلع التكرار**. ولإنشاء مدرج التكرار نعين الحدود الحقيقية للفئات على المحور الأفقي وننشىء مستطيلات تقع قواعدها على الفئات وتناسب مساحاتها تكرارات الفئات المناظرة. وإذا كانت أطوال الفئات متساوية فإن طول المستطيل على فئة معينة يتناسب مع تكرار تلك الفئة. وننشيء مضلع التكرار بإيصال نقطة تنصيف رؤوس المستطيلات المكونة لمدرج التكرار بقطع مستقيمة.



ومن الممكن استخدام التكرارات النسبية لعمل ما يسمى **مدرج التكرار النسبي** و**مضلع التكرار النسبي**.

● **دالة التكرار:**

إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً يأخذ القيم $x_1,x_2,...x_n,...$ (منتهية أو قابلة للعد) فإن الدالة $f(x_i)=Pr(X=x_i)$ تسمى الدالة التكرارية للمتغير العشوائي X. وأحياناً يطلق على هذه الدالة اسم دالة الاحتمال ولكن دالة الاحتمال هي أكثر عموماً.

انظر **احتمال:** دالة الاحتمال.

● **توزيع التكرار:**

(1) نفس جدول التكرار.

(2) نفس دالة التكرار.

● **منحنى التكرار:**

عند عمل جدول التكرار النسبي ورسم مضلع التكرار النسبي لمجموعة كبيرة من البيانات يمكن جعل حول الفئات صغيراً بدرجة كافية بحيث يقترب شكل مضلع التكرار النسبي (الذي هو عبارة عن عدد كبير من الخطوط المستقيمة المتكسرة) في شكل المنحنى. ويسمى المنحنى التقريبي الناتج منحنى التكرار. أي أن منحنى التكرار هو المنحنى النظري لمجموعة البيانات أي منحنى دالة الكثافة للمتغير عشوائي المستمر الذي تكون البيانات عينة من قيمه.

تكعيبي — CUBIC

أي من الدرجة الثالثة. مثلاً **المعادلة التكعيبية** هي معادلة من الدرجة الثالثة. مثلاً $x^3 + 7x^2 - 1 = 0$.

● **تكعيبي ثنائي الفرع:**

انظر ثنائي الفرع.

● **تكعيبي مختزل:**

انظر مختزل.

● تكعيبـي مفكك:

انظر فيرارو ـ حل رباعي الدرجة.

● تكعيبـي ملتو:

هو منحنى في الفضاء يقطع كل مستو في ثلاث نقاط قد تكون حقيقية أو تخيلية، مختلفة أو متطابقة.

مثلاً: المنحنى الذي تعطيه المعادلات:

$$x = at, y = bt^2, z = ct^3, abc \neq 0$$

● حل كاردانو للمعادلة التكعيبية:

انظر كاردانو.

● كثير حدود تكعيبـي:

هو كثير حدود من الدرجة الثالثة.

● منحنى تكعيبـي:

انظر منحنى ـ منحنى جبري في المستوى.

CUBICAL — تكعيبـي

● تمدد تكعيبـي: ويقصد به تمدد الحجم.

● قطع مكافىء تكعيبـي:

انظر قطع مكافىء ـ قطع مكافىء تكعيبـي.

● قطع مكافىء مثيل التكعيبـي:

انظر قطع مكافىء ـ قطع مكافىء تكعيبـي.

● معامل التمدد التعكيبـي أو معامل تمدد الحجم:

انظر معامل.

INTEGRATING — تكميل

● عامل التكميل:

انظر عامل.

تكميلي SUPPLEMENTAL

● **أقواس تكميلية في الدائرة:**

هي الأقواس التي تصل بين نقطة معينة على محيط الدائرة وبين نهايتي قطر في الدائرة. وتكون الأقواس التكميلية متعامدة.

تلاق MEET

انظر شبكية، تقاطع.

تلامس CONTACT

● **مرتبة التلامس:**

انظر مرتبة ـ مرتبة تلامس منحنيين.

● **نقطة تلامس:**

انظر مماس ـ مماس منحنى.

● **وتر التلامس:**

انظر وتر.

تماثل ISOMORPHISM

(1) انظر طائفة.

(2) ويعرف التماثل بين المجموعتين B,A بأنه تقابل يحافظ على العمليات المعرفة على كل من المجموعتين A و B.

(أ) إذا كانت A و B زمرتين (أومثيلي زمرتين) معرفاً عليهما العمليتين o و ⋆ على الترتيب فإن التقابل $f{:}A \to B$ يكون تماثلاً إذا كان $f(x \circ y)=f(x) \star f(y)$ لكل x و y في A. وإذا كانت A = B فإن f يسمى بالتماثل الذاتي. ونقول إن التماثل الذاتي F للزمرة G تماثل ذاتي داخلي إذا كان هناك $t \epsilon G$ بحيث $f(x) = t^{-1} \times t$ لكل $x \epsilon G$. ويسمى f تماثلاً ذاتياً خارجياً إذا لم يكن داخلياً.

وتشكل مجموعة التماثلات الذاتية Aut (G) (للزمرة G) زمرة إذا أخذت عملية تركيب التطبيقات كعملية ثنائية على Aut(G). أما مجموعة التماثلات الذاتية الداخلية Inn (G) للزمرة G فإنها تكون زمرة جزئية معتدلة. وإذا عرفنا مركز الزمرة G بأنه:

$$Z(G) = \{x\epsilon G \ ax = xa, \ a\epsilon G \ \text{لكل} \}$$
$$= \{ x\epsilon G \ axa^{-1} = x, \ a\epsilon G \ \text{لكل} \}$$

فإن زمرة الخارج G/Z(G) تكون متماثلة مع Inn(G).

مثال: لتكن الأعداد $w^2, w, 1$ الجذور التكعيبية للعدد 1 فإن المجموعة $S = \{1,w,w^2\}$ مع عملية الضرب الاعتيادية تكون زمرة ويكون التقابل المعرف بالشكل $1\rightarrow1, \ w_1\rightarrow w_2, \ w_2\rightarrow w_1$ **تماثلاً ذاتياً خارجياً**.

(ب) إذا كانت (A,o,+) و (B,⋆,⊕) حلقتين (أو مجالين كاملين أو حقلين) فإن التقابل $f:A\rightarrow B$ يكون **تماثلاً** إذا كان (1) $f(xoy) = f(x)of(y)$ لكل $x,y\epsilon A$ و (2) $f(x+y) = f(x)+f(y)$ لكل $x,y\epsilon A$.

(جـ) إذا كان A و B فضاءي متجهات فإن التقابل $f:A\rightarrow B$ يكون **تماثلاً إذا حافظ على العمليات في الحلقتين** A و B، وحافظ على عملية الضرب بالسلميات (أي إذا كان a عدداً سلمياً فإن $f(ax) = af(x)$).

وإذا كان فضاءا المتجهات A و B معيرين (مثل فضاء بناخ أو هيلبرت) فإنه يشترط للتقابل f لكي يكون تماثلاً أن يكون هو ومعكوسه مستمرين بالإضافة إلى الشروط المذكورة أعلاه. وهذا الشرط الأخير يكافىء الشرط التالي:

يوجد عددان موجبان c و d بحيث $c\|x\|_A \le \|f(x)\|_B \le d\|x\|$.

انظر **تشاكل وتقايس**.

تماثل تفاضلي DIFFEOMORPHISM

هو تماثل قابل للمفاضلة، ومعكوسه كذلك قابل للمفاضلة.

انظر **تماثل**.

تماثل ذاتي AUTOMORPHISM

انظر تماثل، طائفة.

تماثل مستمر HOMEOMORPHISM

نقول إن الدالة $f:X \to Y$ بين الفضاءين الطوبولوجيين X و Y تماثل مستمر إذا كانت f تقابلاً وكانت كل من f و f^{-1} مستمرتين. وفي هذه الحالة نقول إن الفضاءين X و Y (في تماثل مستمر) أو متماثلين استمرارياً.

مثال (1): لندع $X = (-1,1)$ الفترة المفتوحة من الأعداد الحقيقية و $Y = R$ مجموعة الأعداد الحقيقية. نلاحظ أن الدالة $f:X \to Y$ المعرفة بالقانون $f(x) = \tan(^1/_2\pi x)$ تماثل مستمر. نستنتج من ذلك أن الخط الحقيقي R والفترة المفتوحة $(-1,1)$ في تماثل مستمر.

مثال (2): لنفرض أن كلاً من الفضاء X و Y فضاء متقطع. وبالتالي فإن أية دالة من X إلى Y تكون مستمرة. إذن يكون X و Y في تماثل مستمر إذا وفقط إذا كان بينهما تقابل (أي كانا متكافئين رئيسياً).

والجدير بالذكر هنا أن علاقة «تماثل مستمر» تكون علاقة تكافؤ على أية عائلة من الفضاءات الطوبولوجية. وتسمى الخاصية P **طوبولوجية** إذا تحقق الشرط التالي:

«إذا كان الفضاء الطوبولوجي X يملك الخاصية P فإن أي فضاء آخر Y في تماثل مستمر مع X يملك الخاصية P أيضاً». فمثلاً في مثال (1) يتضح أن **الطول** ليس خاصية طوبولوجية فطول R لا يساوي طول الفترة المفتوحة $(-1,1)$. كما إن **المحدودية ليست خاصية طوبولوجية فالفترة** $(-1,1)$ محدودة وأما R فلا محدود.

ومن الخواص الطوبولوجية المهمة نورد خواص **الاتصال والتراص**.

مثال (3): لندع $X = (0,\infty)$ أي مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة ونعرف $f:X \to X$ بالقانون $f(x) = \frac{1}{x}$ الدالة f هنا تماثل مستمر.

نلاحظ أن المتتالية $\{a_n\} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, ..., \frac{1}{n}, ...\}$ تقابل $\{f(a_n)\} = \{1,2,3,...,n,...\}$ وأن $\{a_n\}$ متتالية كوشي وأما $\{f(a_n)\}$ فلا. أي أن خاصية أن تكون متتالية كوشي ليست طوبولوجية.

تماس TANGENCY

● **نقطة تماس:**

هي النقطة التي يلتقي عندها المماس لمنحنى معين مع ذلك المنحنى. أو هي النقطة التي يلتقي فيها خط التماس أو مستوى التماس لسطح معين مع ذلك السطح.

تماسح

التماسح هو تطبيق يحفظ المساحة. أي أنه يأخذ الشكل P إلى شكل P′ له نفس مساحة P.

تماسكي

● **شكل تماسكي:**

الشكل التماسكي على فضاء متجهات V هو شكل ثنائي الخطية، لا مضمحل ومتناظر تخالفياً.

● **فضاء متجهات تماسكي:**

هو فضاء متجهات V عليه شكل تماسكي b، وتكون بعدية V عدداً زوجياً.

● **تماثل ذاتي تماسكي:**

هو تماثل ذاتي في فضاء متجهات تماسكي ويحفظ الشكل التماسكي.

● **زمرة تماسكية:**

الزمرة التماسكية $SP_n(k)$ هي زمرة التماثلات الذاتية التماسكية على فضاء متجهات بعديته n وحقله التبديلي k.

● حقل موترات قرب التماسكي:

هـو حقل مـوترات Ω من النمط (0,2) عـلى منطو تفـاضلي M بحيث يكون Ω_x شكلاً تماسكياً على فضاء المماس T_xM وذلك لكل $x\varepsilon M$.

● منطوى قرب التماسكي:

هو منطو تفاضلي M عليه حقل موترات قرب التماسكي Ω. وتكـون بعدية Ω زوجية بالضرورة.

● حقل موترات تماسكي:

هو حقل موترات قرب التماسكي Ω على منطو تفاضلي M بحيث $d\Omega = 0$ (أي أن Ω مغلق).

● منطوى تماسكي:

هو منطو تفاضلي M عليه حقل موترات تماسكي.

تمام الارتفاع — COALTITUDE

● تمام الارتفاع لنقطة سماوية:

ويستخدم بمعنى المسافة السمتية.

تمام العرض — COALTITUDE

● تمام عرض نقطة على الكرة الأرضية:

هو تسعون درجة نطرح منها العرض α,($90^\circ-\alpha$) هو متمم زاوية العرض.

تمام الميل الزاوي — CODECLINATION

● تمام الميل الزاوي لنقطة سماوية:

هو الفرق بين تسعين درجة والميل الزاوي α,($90^\circ-\alpha$) هو الزاوية المتممة للميل الزاوي. انظر ساعة ــ زاوية الساعة ودائرة الساعة.

كما يسمى تمام الميل الزاوي بالمسافة القطبية.

تمام اللوغاريتم COLOGARITHM

تمام اللوغاريتم لعدد هو لوغاريتم مقلوب هذا العدد (أي هو سالب اللوغاريتم) نعبر عنه بحيث يكون الجزء العشري موجباً. ويستعمل تمام اللوغاريتم في الحسابات لتجنب طرح الأجزاء العشرية، وكذلك لتجنب الغموض الذي ينشأ عن التعامل مع سالبات الأجزاء العشرية. ونرمز لتمام اللوغاريتم بالرمز "colog".

مثلاً: إذا أردنا أن نحسب $\frac{641}{1246}$ باستعمال اللوغاريتمات، فإننا نقول:

$$\text{Log}\,\frac{641}{1246} = \text{Log } 641 + \text{colog } 1246$$

تمامية

● زمرة التمامية:

إذا كانت Γ صلة في رزمة ألياف رئيسية $\zeta = (P,M,G,\pi)$ فإننا نستعمل مفهوم الإزاحة المتوازية الذي تعطيه Γ لتعريف زمرة التمامية للصلة وذلك كما يلي:

لكل نقطة $x \in M$ نأخذ فضاء العروات $C(x)$ وهو مجموعة المنحنيات المغلقة والتي تبدأ وتنتهي عند x. إذا كان τ و μ عنصرين في $C(x)$ فإن تركيبهما $\mu o \tau$ هو أيضاً عنصر في $C(x)$. وإذا كان τ عنصرا في $C(x)$ فإن الإزاحة المتوازية على طول τ تشكل تماثلاً ذاتياً على الليف $\pi^{-1}x$. (أنظر إزاحة ـ إزاحة متوازية). وتشكل مجموعة هذه التماثلات الذاتية زمرة تعرف باسم زمرة التمامية للصلة Γ بالاستناد إلى النقطة x ويرمز لها عادة بالرمز $\Phi(x)$.

● زمرة تمامية مقيدة:

انظر مقيد.

● التمثيل المصفوفي القابل للاختزال لزمرة:

لتكن D_1 و D_2 و D_3 و . . . مصفوفات تمثيل للزمرة G بواسطة مصفوفات مربعة من المرتبة n.

ويكون هذا التمثيل **قابلاً للاختزال** إذا كانت هناك مصفوفة M بحيث تكون $M^{-1}D_iM = E_i$ (لكل i) مصفوفة كل عناصرها أصفار فيها عدا مصفوفتين جزئيتين أو أكثر هي $Ai_1, Ai_2, ..., Ai_p$ بحيث تكون أقطارها الرئيسية على القطر الرئيسي لـ E_i وحيث تكون Ai_m من نفس المرتبة لكل i.

وتسمى المجموعة $\{k = Ai_2, Ai_2, ..., Ai_p\}$ **بالتمثيل غير القابل للاختزال** للزمرة G إذا كان عدد عناصر المجموعة k أعظمياً.

ويكون عدد التمثيلات غير القابلة للاختزال لزمرة آبليه G مساوياً لمرتبة الزمرة وتكون مرتبة كل مصفوفة في هذه التماثيل مساوية 1. وهذا يعني أنه يمكن تمثيل أية زمرة آبلية منتهية كمجموع مباشر لزمر جزئية دوروية.

● تمثيل الزمرة:

(1) هي زمرة من نوع خاص (كزمرة تباديل وزمرة مصفوفات) تكون متماثلة مع الزمرة المعطاة. ويمكن تمثيل كل زمرة منتهية بزمرة تباديل كما يمكن تمثيلها بزمرة مصفوفات.

(2) كما نقول إن الزمرة H تمثيل للزمرة G إذا كان هناك تشاكل من G على H. ويعرف **النظام التام من تمثيلات** للزمرة G بأنه مجموعة من تمثيلات مكونة من مصفوفات (أو تحويلات). بحيث يوجد لكل عنصر g (غير العنصر المحايد) في G تمثيلاً لا يكون فيه g مقابلاً للمصفوفة المحايدة (أو التحويل المحايد).

ولكل زمرة منتهية نظام تام من التمثيلات المصفوفية. كما يكون لكل زمرة **طوبولوجية متراصة محلياً** نظام تام من التمثيلات تتكون من التحويلات الوحدية لفضاء هيلبرت.

وتعرف بعدية (أو درجة) التمثيل بأنه مرتبة المصفوفات في هذا التمثيل.
انظر تبديل ـ مصفوفة تباديل.

● التمثيل الكروي:
انظر كروي.

DILATATION تمدد

يعرف التمدد على أنه التغير الناتج في الحجم في وحدة حجم في عنصر المادة المشوهة. فإذا كانت **الإجهادات الرئيسية** هي e_1 و e_2 و e_3 فإن التمدد θ يكون مساوياً للكمية:

$$\theta = (1 + e_1)(1 + e_2)(1 + e_3) - 1$$

وإذا كانت الإجهادات e_1 و e_2 و e_3 صغيرة فإن التمدد يمكن تقريبه بالكمية $(e_1+e_2+e_3)$.

APRIORI تمهيدي

● حقيقة تمهيدية:
ويقصد بها حقيقة واضحة بذاتها أو حقيقة موضوعية (من موضوعة).

● معرفة تمهيدية:
هي المعرفة التي يحصل عليها من التفكير والبحث عن طريق السبب والنتيجة (وذلك بخلاف المعرفة التجريبية التي يتم الحصول عليها عن طريق الخبرة) المعرفة البديهية هي تلك المعرفة التي تجد أساسها في العقل بشكل مستقل عن التجربة.

● تفكير استنتاجي:
هو التفكير الذي يصل إلى نتائجه عن طريق البدء بالتعاريف والموضوعات.

تمهيدية LEMMA

هي مبرهنة يتم برهانها لكي تستخدم في برهان مبرهنة أخرى.

تنازلي DESCENDING

● **شرط السلسلة التنازلية للحلقات:**

انظر سلسلة ـ شروط السلسلة على الحلقات.

تناسب PROPORTION

هو تساوي نسبتين، ويكتب بالشكل $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ حيث d و c و b و a هي أربعة أعداد. ونسمي d,a **الطرفين** بينما نسمي c و b **الوسطين**.

● **تناسب مستمر:**

لتكن لدينا الأعداد $a_1,a_2,a_3,\dots,a_n$ فإننا نعرف التناسب المستمر بالعلاقة:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{a_2}{a_3}=\frac{a_3}{a_4}=\dots=\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

ومن الضروري أن نلاحظ أن الأعداد $a_1, a_2, \dots, a_n$ ليست أعداداً لا على التعيين وإنما يكون كل عدد هو وسط هندسي بين العددين المجاورين له ما عدا العدد الأول والأخير.

مثال: 1, 2, 4, 8, 16 تشكل تناسباً مستمراً إذ إن: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{8}{16}$.

● **خواص التناسب:**

إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن:

(1) $\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}$.

(2) $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.

(3) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$ حيث $a\neq b$.

(4) $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ $(c\neq 0)$.

$(5)\quad \frac{b}{c} = \frac{b}{a} \quad (a\neq0)$.

$(6)\quad \frac{c-d}{d} = \frac{a-b}{b}$.

تناسبية **PROPORTIONALITY**

حالة كون الشيء في تناسب.

- **عامل التناسبية:**

انظر عامل.

تناظر **SYMMETRY**

- **تناظر دوروي:**

انظر متناظر ـ دالة متناظرة.

- **تناظر محوري:**

تناظر بالنسبة إلى خط مستقيم.

انظر متناظر ـ تشكلات هندسية متناظرة.

- **تناظر مركزي:**

تناظر بالنسبة إلى نقطة.

انظر متناظر ـ تشكلات هندسية متناظرة.

- **زمرة تناظرات:**

هي الزمرة المحتوية على كل الحركات الصلبة التي تحول شكلاً هندسياً معيناً إلى نفسه. مثلاً: زمرة تناظرات الدائرة تحتوي على كل التدويرات بدرجة 180° حول القطر وكل التدويرات حول المركز. وللمربع ثمانية تناظرات هي: تدويرات في مستوى المربع وحول مركزه بدرجة 0 ودرجة 90 ودرجة 180 ودرجة 270 كذلك تدويران بدرجة 180 حول قطري المربع، وكذلك تدويران بدرجة 180 حول العمودين المنصفين لأضلاع المربع المتقابلة. وتشكل تناظرات الشكل الهندسي زمرة إذا عرفنا جداء تناظرين S_1 و S_2 بأنه التناظر الناتج بإجراء

التناظر S_1 أولاً ثم إجراء التناظر S_2 ثانياً. ويمكن وصف تناظرات مضلع أو كثير الوجوه على أنها تباديل لرؤوس المضلع أوكثير الوجوه. وبذلك تكون زمرة تناظرات المضلع أو كثير الوجوه زمرة جزئية لزمرة تباديل.

انظر تباديل.

● **محور، مركز ومستوى التناظر:**

انظر متناظر ــ تشكلات هندسية متناظرة.

تناظر دوروي — **CYCLOSYMMETRY**

انظر متناظر ــ دالة متناظرة.

تناقص — **DECREASE**

● **تناقص مئوي:**

انظر مئوي.

تناقض — **CONTRADICTION**

● **البرهان بواسطة التناقض:**

وهو البرهان بنقض النقيض.

● **قانون التناقض:**

هو ذلك المبدأ (في المنطق) الذي يقول بأنه لا يمكن أن تكون القضية ونفيها صائبين معاً، أي أنه لا يمكن لقضية أن تكون صائبة وخاطئة في نفس الوقت. مثلاً: لا يوجد أي عدد x بحيث تكون كل من $x^2 = 4$, $x^2 \neq 4$ قضية صائبة.

انظر تثنية.

تناوب — **ALTERNATION**

---

(1) في المنطق نعني بها فصل.

(2) انظر تناسب.

● متسلسلة متناوبة:

هي المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ عندما يكون $a_1>0$، $a_2<0$، $a_3>0$، $a_4<0$ وهكذا...

تيتز (هنريخ فرانز فريدريخ)

TIETZE, HEINRICH FRANZ FRIEDRICH (1880-1964)

رياضي نمساوي ـ ألماني اختص بالتحليل والطوبولوجيا.

● **مبرهنة الامتداد لتيتز:**

إذا كان T فضاء هاوسدورف طوبولوجياً فإن كلاً مما يلي يكون شرطاً ضرورياً وكافياً لكي يكون T فضاء معتدلاً:

(1) لكل مجموعة جزئية مغلقة X ولكل دالة مستمرة f من X إلى الفترة المغلقة [0,1] توجد دالة مستمرة F من T إلى الفترة [0,1] وتحقق $F(x)=f(x)$ لكل $x \in X$.

(2) لكل مجموعة جزئية مغلقة X ولكل دالة مستمرة f من X إلى مجموعة الأعداد الحقيقية توجد دالة مستمرة F من T إلى مجموعة الأعداد الحقيقية وتحقق $F(x)=f(x)$ لكل $x \in X$.

انظر انكماش.

مرادف: مبرهنة الامتداد لتيتز ـ أوريسون.

تيخونوف (أندريه نيكولايفيتش)

TYCHONOFF (or TIHONOV), ANDREI NIKOLAEVICH (1906-   )

عالم روسي اختص بعلم طبيعة الأرض والفيزياء الرياضية والطوبولوجيا.

● **فضاء تيخونوف:**

انظر نظامي ـ فضاء نظامي.

● **مبرهنة تيخونوف:**

انظر جداء ـ جداء ديكارتي.

تواز PARALLELISM

ليكن M منطوياً تفاضلياً عليه صلة خطية ∇. نقول ان ∇ لا متغيرة تحت تأثير التوازي إذا تحقق ما يلي:

إذا كانت $x,y \in M$ أي نقطتين وكان τ أي منحنى من x إلى y فلا بد أن يوجد تماثل تآلفي محلي f بحيث $f(x)=y$ وينطبق التفاضل $f_{*}x$ مع الإزاحة المتوازية $\tau: T_xM \rightarrow T_yM$.

انظر إزاحة ــ إزاحة متوازية.

ومن المعروف أن الصلة الخطية ∇ تكون لا متغيرة تحت تأثير التوازي إذا وفقط إذا كان $\nabla T=0$ و $\nabla R=0$ حيث T هو الفتل و R التقوس.

انظر صلة.

توازن EQUILIBRIUM

● **توازن القوى:**

نقول بأن مجموعة من القوى هي مجموعة متــوازنـــة إذا كانت محصلة القوى مساوية للصفر وكان مجموع عزوم الفتل على أي محور مساوياً أيضاً للصفر.

انظر **محصلة**.

● **توازن جسيم أو جسم:**

يكون الجسيم في حالة توازن إذا انعدمت محصلة القوى المؤثرة عليه. وليس للجسم في حالة التوازن أي تسارع انسحابـي أو دوراني. كما يكون الجسم الصلب في حالة توازن عندما لا يكون لمركز الكتلة أي تسارع وليس للجسم أي تسارع زاوي.

ونلخص الآن الشروط اللازمة لكي يكون الجسم في حالة توازن:

(1) أن تكون محصلة القوى المؤثرة عليه مساوية للصفر.

(2) أن يكون مجموع العزوم حول أي محور مساوياً للصفر. (ويكفي في هذه الحالة أن يكــون مجموع العزوم حول ثلاثة محاور متعامدة صفراً).

توافق CONTINGENCY

انظر كاي: اختبار مربع كاي للاستقلال.

• **توافق وسطي مربعي:**
انظر كاي: اختبار مربع كاي للاستقلال.

توافق COMBINATION

التوافق في مجموعة من الكائنات هو أي مجموعة جزئية بصرف النظر عن الترتيب الذي تتخذه كائنات هذه المجموعة الجزئية.

عدد التوافقات إذا احتوت لمجموعة على n عنصر وأردنا أن يكون في كل مجموعة جزئية r عنصر هو: $\frac{n!}{(n-r)!r!}$، ونرمز لهذا العدد بأي من الرموز $\binom{n}{r}$ C(n,r)، مثلاً: توافقات a,b,c إذا أخذنا اثنين منها كل مرة هي ab, ac, bc كما أن $\binom{n}{r}$ هو معامل الحد ذو المرتبة (r+1) في النشر ثنائي الحد $(x-a)^n$ أي أن معامل x^{n-r} هو a^r مضروب بعدد توافقات n من الأشياء مأخوذ منها عدد r في كل مرة.

انظر ثنائي الحد ــ معاملات ثنائي الحد.

أما عدد توافقات n من الأشياء مأخوذة r في كل مرة بحيث يكون التكرار مسموحاً، فهو: $\frac{(n + r - 1)!}{(n - 1)!\, r!}$

ونقصد بقولنا إن التكرار مسموح بأنه يمكننا اختيار الشيء نفسه عدة مرات إذا أردنا. مثلاً: توافقات a,b,c إذا أخذنا منها اثنين في كل مرة مع السماح بالتكرار هي: aa, bb, cc, ab, ac, bc.

العدد الكلي لتوافقات n من الأشياء (بدون تكرار) هو مجموع عدد التوافقات إذا أخذنا 0,1,2,...,n عن هذه الأشياء كل مرة. ويساوي هذا العدد الكلي $\sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} = 2^n$ وهو مجموع المعاملات في نشر $(x+y)^n$.

• **توافق خطي:** انظر خطي.

● تحليل توافقي:

هو دراسة تمثيل الدوال بواسطة عمليات خطية (تجميع أو مكاملة) على مجموعات مميزة من الدوال. كتمثيل الدوال بواسطة متسلسلة فوريه.

● تقسيم توافقي لمستقيم:

نقول بأننا قسمنا القطعة AB توافقياً إذا قسمنا هذه القطعة داخلياً وخارجياً بنقطتين C و D بنفس النسبة، أي: $\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB}$.

D ....A ——— C ——— B

انظر نسبة ــ نسبة توافقية.

● توافقي سطحي:

التوافق السطحي من الدرجة n هو عبارة من الشكل:

$$a_nP_n(\cos\theta) + \sum_{n=1}^{n} [a_n^m \cos m\phi + b_n^m \sin m\phi]P_n^m(\cos\theta)$$

حيث P_n هو كثير حدود لوجاندر و P_n^m هو دالة لوجاندر المشاركة. ونسمي التوافقي السطحي الذي من الشكل

$$(\sin m\phi)P_n^m(\cos\theta) \quad (\cos m\phi)P_n^m(\cos\theta)$$

باسم **توافقي دوني** إذا كان m<n **وتوافقي قطاعي** إذا كان m=n وهذا التوافقي السطحي (دوني أو قطاعي) هو حل للمعادلة التفاضلية:

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial y}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 y}{\partial\theta^2} + n(n+1)y = 0$$

ويكون التوافقي الدوني صفراً على n−m من موازيات خط العرض وصفراً على 2m من خطوط العرض (على كرة مركزها نقطة الأصل للاحداثيات الكروية المعتبرة).

أما التوافقي القطاعي فيكون صفراً على 2n من خطوط العرض (التي تقسم سطح الكرة إلى قطاعات).

● توافقي كروي:

التوافقي الكروي من الدرجة n هو عبارة من الشكل:

$$r^n \{a_n P_n(\cos\theta) + \sum_{m=1}^{n} [a_n^m \cos m\phi + b_n^m \sin m\phi] P_n^m(\cos\theta)\}$$

حيث P_n هو كثير حدود لوجاندر و P_n^m هو دالة لوجاندر المشاركة. إن أي توافقي كروي هو كثير حدود متجانس من الدرجة n في x و y و z وهو حل خاص لمعادلة لابلاس (في الاحداثيات الكروية).

وتجدر الاشارة إلى أن أي حل تحليلي (بجوار نقطة الأصل) لمعادلة لابلاس هو المجموع $\sum_{0}^{\infty} H_n$ حيث H_n هو توافقي كروي من الدرجة n.

● توافقي نظاقي:

هو الدالة $P_n(\cos\theta)$ حيث P_n هو كثير حدود لوجاندر من الدرجة n. وتكون الدالة $P_n(\cos\theta)$ صفراً على طول n دائرة عظمى على كرة مركزها نقطة الأصل للنظام الاحداثي الكروي المعتبر، حيث تقسم هذه الدوائر المارة بالقطبين الكرة إلى n نطاقاً.

● حركة توافقية بسيطة:

هي حركة نقطة مادية M (جسيم) على خط مستقيم تحت تأثير قوة متناسبة مع بعد تلك النقطة عن نقطة ثابتة O وموجهة باتجاه MO وهذا يشبه حركة مسقط نقطة على المحور ox عندما تدور هذه النقطة حول دائرة مركزها o بسرعة منتظمة.

لإيجاد المعادلة التفاضلية لحركة النقطة M نفترض أن النقطة الثابتة هي O وأن المحور ox هو المستقيم.

$$O \longrightarrow \overset{-k^2x}{\longleftarrow} \quad \overset{M}{\bullet} \longrightarrow x$$

الذي تتحرك عليه النقطة. عندئذٍ نرى أن $\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2x$ هي المعادلة التفاضلية لحركة M. والحل العام لهذه المعادلة هو: $x = a\cos(kt+\phi)$. ويوضح الحل بأن النقطة M تتذبذب بين نقطتين S و S' واقعتين على بعد a من O وفي

جهتين مختلفتين من O. أما الزمن اللازم للذهاب من S والعودة إليها فيساوي $\frac{2\pi}{k}$. يسمى a عادة السعة أما $\frac{2\pi}{k}$ فيسمى الدور. كما نسمي الزاوية $kt+\phi$ طور الحركة بينما نسمي ϕ الطور الابتدائي للحركة.

• **حركة توافقية تخامدية:**

هي حركة توافقية بسيطة لجسم يخضع لمقاومة تتناسب مع سرعته. وتعطى معادلة الحركة بالعلاقة $x=ae^{-ct}\cos(kt+\phi)$، ويعمل الحد e^{-ct} باستمرار على إنقاص السعة. أما المعادلة التفاضلية لهذه الحركة، فهي:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2c\frac{dx}{dt} + (c^2 + k^2)x = 0$$

• **دالة توافقية:**

هي دالة u تحقق معادلة لابلاس في متغيرين $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ ونفترض عادة أحد أنواع شروط النظامية على u كأن نطلب أن تكون المشتقات الجزئية من المرتبة الأولى والثانية للدالة u مستمرة. ونقول بأن u و v مترافقيتان توافقيتان إذا كانتا تحققان معادلتي كوشي ـ ريمان أي إذا وفقط إذا كانت الدالة $u+iv$ تحليلية (يفترض هنا بأن الدالتين مشتقات جزئية مستمرة من المرتبة الأولى). ويمكن إيجاد الدالة التوافقية المرافقة لدالة أخرى بالمكاملة باستخدام معادلتي كوشي ـ ريمان $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ ، $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ ونعرف بصورة مشابهة الدالة التوافقية على أنها دالة تحقق معادلة لابلاس في ثلاثة متغيرات:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

وفي هذه الحالة أيضاً نفترض أحد شروط النظامية على u كأن نشترط أن تكون المشتقات الجزئية من المرتبة الأولى والثانية للدالة u مستمرة في منطقة معطاة.

• **دالة توافقية بسيطة:**

يطلق أحياناً اسم دالة توافقية أو دالة توافقية بسيطة على دالة من الشكل

كما ان أي مجموع مكون من هذين الشكلين $A\cos(kt+\phi)$, $A\sin(kt+\phi)$ يسمى دالة توافقية مركبة.

مثال: $3\cos x - 7\sin 3x + 8\cos 2x$ دالة توافقية مركبة.

- **وسط توافقي لعددين x,y :**

هو بالتعريف العدد $\dfrac{1}{\frac{1}{2}(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})}$.

- **وسط توافقي للأعداد $x_1, x_2, \ldots, x_n$:**

هو العدد $\dfrac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}}$.

- **متتالية توافقية:**

هي متتالية $a_1, a_2, \ldots$ تحقق الشرط التالي: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \ldots$ هي متتالية حسابية.

مثال: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ هي متتالية توافقية لأن المتوالية $1, 2, 3, \ldots$ التي عناصرها مقلوب العناصر الأصلية تشكل متتالية حسابية.

- **متسلسلة توافقية:**

هي متسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ بحيث تشكل المتتالية $a_1, a_2, \ldots$ متتالية توافقية.

- **متوسط توافقي:**

انظر متوسط.

- **مرافقان توافقيان لنقطتين:**

انظر مرافق.

- **نسبة توافقية:**

انظر نسبة.

توافيقي — COMBINATIAL

- **طوبولوجيا توافيقية:**

انظر طوبولوجيا.

توتر TENSION

هو قوة تنزع إلى تمديد طول جسم، بعكس **الانضغاط** وهو القوة التي تنزع إلى تقصير أو ضغط الجسم. وإذا علق ثقل بخيط فإن هذا يؤدي إلى توتر في الخيط.

- معامل التوتر:

انظر هوك ــ قانون هوك؛ وانظر يونغ ــ معامل يونغ.

توحيدي MONOTHETIC

نقول إن الزمرة مثيلة الطوبولوجية G توحيدية إذا كان هناك $x \epsilon G$ بحيث تكون المجموعة $\{nx|n=1,2,3,...\}$ كثيفة في G. ويسمى العنصر x بالمولد التوحيدي.

انظر زمرة مثيلة الطوبولوجية.

وتكون الزمرة مثيلة الطوبولوجية التوحيدية والتي لها مولدان توحيديان مختلفان زمرة طوبولوجية إذا كانت متراصة.

توجيه ORIENTATION

انظر زاوية؛ انظر معقد ــ معقد مبسطي ــ؛ وانظر منطو؛ انظر مبسط؛ وانظر سطح.

توريق

ليكن M منطوياً تفاضلياً بعديته n. نقول إن العائلة $\mathcal{F}=\{L\alpha|\alpha\epsilon A\}$ هي توريق على M بعديته p إذا كان كل $(L\alpha)$ منطوياً جزئياً متصلاً بعديته p بحيث:

(1) $L\alpha \cap L\alpha=\phi$ إذا كان $\alpha=\alpha^{i}$.

(2) $\bigcup_{\alpha\epsilon A} L\alpha=M$.

(3) عند كل نقطة من نقاط (M) يوجد نظام احداثيات محلي (U,x^i) بحيث توصف المركبات المتصلة للمجموعـة $(U \cap L\alpha)$ بواسـطة $(x^p+h=c^h)$ بحيث (c^h) ثابت، و $(h=1,2,3,...,n-p)$.

t DISTRIBUTION — توزيع t

نقول إن المتغير العشوائي t يتبع توزيع t **اللامركزي بوسيط لامركزية** μ وبدرجات حرية n إذا كانت دالة كثافته الاحتمالية:

$$f(t;n,\mu) = \sum_{k=c}^{\infty} e^{-\mu^2/2} \mu^k \frac{2^{k/2}}{k!} \frac{\Gamma((n+k+1)/2)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma(n/2)} \times \frac{(t/\sqrt{n})^k}{(1+t^2/n)^{(n+k+1)/2}}$$

لأجل $-\infty<t<\infty$ وحيث Γ هي دالة غاما. إذا كان $\mu=0$ نسمي التوزيع بتوزيع t (المركزي) بدرجات حرية n حيث تكون دالته الاحتمالية:

$$f(t;n) = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma(n/2)} \left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}$$

لأجل $-\infty<t<\infty$. وإذا كان X متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي $N(\mu,\sigma^2)$ بوسط μ وتباين σ^2 وكان Y متغيراً عشوائياً مستقلاً عن X ويتبع توزيع مربع كاي (المركزي) بدرجات حرية n فإن المتغير العشوائي $t=(\frac{X}{\sigma})\sqrt{Y/n}$ يتبع توزيع t اللامركزي بوسيط لا مركزية $\frac{\mu}{\sigma}$ وبدرجات حرية n، ومن ذلك نستنتج أن t يتبع توزيع t (المركزي) بدرجات حرية n إذا كان $\mu=0$.

إن توزيع t هو أحد التوزيعات المهمة في موضوع اختبار الفرض بصورة خاصة كما في اختبار t أدناه.

اختبار t: لتكن $X_1,X_2,...,X_n$ عينة عشوائية مختارة من توزيع طبيعي $N(\mu,\sigma^2)$ وليكن $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ و $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ وسط وتباين العينة على الترتيب. من المعلوم أن $\bar{X}$ متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي $N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$ وهو مستقل عن S^2. كذلك فإن المتغير العشوائي $(n-1)S^2/\sigma^2$

يتبع توزيع مربع كاي (المركزي) بدرجات حرية $(n-1)$. وإذا أردنا اختبار فرض العدم $H_o \div \mu=\mu_o$ حيث μ_o كمية معلومة و σ^2 مجهولة فإننا نستخدم إحصاءة اختبار t المعرفة بالقانون $T=\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_o)/S$ والتي تتبع توزيع t اللامركزي بوسيط لامركزية $\sqrt{n}(\mu-\mu_o)/\sigma$ و $(n-1)$ من درجات الحرية. أما إذا كانت $H_o:\mu=\mu_o$ صحيحة، فإن T تتبع توزيع t (المركزي) بدرجات حرية $(n-1)$ وإذا أردنا اختبار H_o ضد الفرض البديل $H_1:\mu<\mu_o$ بمستوى معنوية α فإننا نرفض H_o إذا كان $T\leq -t_\alpha$. حيث t_α هو المئين $100(1-\alpha)$ لتوزيع بدرجات حرية $n-1$. أما إذا كان البديل $H_1:\mu>\mu_0$ فإننا نرفض H_0 إذا كان $T\geq t_\alpha$ والاختباران المذكوران أعلاه يسميان **اختبار t بطرف واحد**. وإذا كان الفرض البديل $H_1:\mu\neq\mu_o$ فإننا نرفض H_o إذا كان $T\leq -\frac{t_\alpha}{2}$ أو $T\geq \frac{t_\alpha}{2}$، ويسمى هذا **اختبار t بطرفين**، وهذا مرادف لاختبار t المتلمذ، وأول من اكتشفه هذا الاختبار هو غوسيت (وليم سيلي).

F-DISTRIBUTION توزيع

هو التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X الذي تكون دالة كثافته الاحتمالية :

$$f_{m,n}(x)=\frac{(m/n)^{m/2}}{B(m/2,n/2)}\cdot\frac{X^{(m/2)-1}}{(1+mx/n)^{(m+n)/2}},\quad x>0$$

حيث B هي دالة بيتا. ويسمى هذا التوزيع توزيع F بدرجات حرية (m,n). ويساوي وسط هذا التوزيع $E(x)=n/(n-2)$ لأجل $n>2$ وتباينه $\frac{2n(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ لأجل $n>4$. وتوزيع F هو التوزيع المعاينى لنسبة متغيرين عشوائيين مستقلين u و v يتبع كل منهما توزيع مربع كاي. فإذا كان u يتبع توزيع مربع كاي بدرجة حرية m وكان V يتبع توزيع مربع كاي بدرجة حرية n فإن النسبة $F=\frac{u/m}{v/n}$ تتبع توزيع F بدرجة حرية (m,n) وهذا له أهمية كبيرة في موضوع تحليل التباين بصورة خاصة حيث يكون u مجموع مربعات و v مجموع مربعات آخر. وتسمى النسبة $F=\frac{u/m}{V/n}$ في موضوع تحليل التباين نسبة F أو نسبة التباين أو نسبة لسيدريكور وفيشر حيث رمز لها سنيديكو بالرمز F تشريفاً لاسم الإحصائي الكبير ر. أ. فيشر. وقد درس فيشر أصلاً توزيع $z=\frac{1}{2}\ell nF$ الذي يسمى بتوزيع z لفيشر.

انظر بيتا: توزيع بيتا؛ وانظر كاي: توزيع مربع كاي.

● **توزيع F اللامركزي:**

إذا كان U و V متغيرين عشوائيين مستقلين بحيث يتبع U توزيع مربع كاي اللامركزي بدرجة حرية m ووسيط لامركزية λ وكان v يتبع توزيع مربع كاي (المركزي) بدرجة حرية n فإن التوزيع الاحتمالي للنسبة $W=\frac{U/m}{V/n}$ يسمى **توزيع F اللامركزي بدرجة** حرية (m,n) ووسيط لامركزية λ وتكون دالة الكثافة لهذا التوزيع:

$$f_{m,n,\lambda}(W)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda/2}(\lambda/2)^k}{k!}\cdot\frac{(m/n)^{(m/2)+k}}{B((m/2)+k,n/2)}\cdot\frac{W^{(m/2)+k-1}}{(1+m\,w/n)^{k+(m+n)/2}}\qquad w>0$$

ولهذا التوزيع أهمية خاصة في دراسة قوة الاختبارات الإحصائية في موضوع تحليل التباين.

● **توزيع (هندسة تفاضلية):**

التوزيع ذو البعدية r على منطو تفاضلي M بعديته $m(r\leq m)$ هو دالة D تعين لكل نقطة x في M فضاء جزئياً $D(x)\subset T_xM$ بعديته r حيث ترمز T_xM إلى فضاء المماس عند x.

● **توزيع قابل للتفاضل:**

نقول عن التوزيع D إنه قابل للمفاضلة إذا كان يوجد لكل نقطة $x\in M$ جوار U وحقول متجهات قابلة للمفاضلة $\{X_1,...,X_r\}$ بحيث تشكل المتجهات $X_1(y),...,X_r(y)$ أساساً للفضاء D(y) وذلك لكل النقاط $y\in U$. كما يقال بأن المجموعة $\{X_1,...,X_r\}$ تشكل أساساً محلياً للتوزيع في U.

● **توزيع قابل للمكاملة:**

نقول عن توزيع D بعديته r أنه قابل للمكاملة إذا كان المنطوي يقبل توريقاً $\mathfrak{F}$ بعديته r ويكون D(x) هو فضاء المماس عند x للورقة $\mathfrak{F}_x$ التي تمر في x أي أن $T_x\mathfrak{F}_x=D(x)$ $\mathfrak{F}$.

أنظر توريق.

نقول إن العملية توزيعية بالنسبة لقاعدة تركيب ما إذا كان إجراء العملية على تركيب مجموعة من المقادير مكافئاً لإجراء العملية على عناصر المجموعة كل على حدة ثم تركيب الناتج بنفس قاعدة التركيب.

مثال (1): لتكن العملية هي الاشتقاق وقاعدة التركيب هي الجمع، فإن عملية الاشتقاق تكون توزيعية بالنسبة للجمع، أي أن $\frac{d}{dx}(u+v)=\frac{d}{dx}(u)+\frac{d}{dx}(v)$.

مثال (2): لتكن العملية هي أخذ الجيب وقاعدة التركيب هي الجمع. فتكون عملية أخذ الجيب بالنسبة للجمع غير توزيعية أي أن: $\sin(x+y)\neq\sin(x)+\sin(y)$.

انظر حقل؛ انظر كذلك أسفل ـ خاصية التوزيع للحساب والجبر.

- **الشبكية التوزيعية:**

انظر شبكية.

- **خواص التوزيع في علم المنطق:**

عملية العطف Λ تتوزع على عملية الفصل V $P\Lambda(qVr)\Leftrightarrow(P\Lambda p)V(P\Lambda r)$ وكذلك تتوزع عملية الفصل V على عملية العطف Λ $PV(q\Lambda r)\Leftrightarrow(PVq)\Lambda(PVr)$.

انظر فصل وعطف.

- **خواص التوزيع في نظرية المجموعات:**

عملية التقاطع $\cap$ تتوزع على عملية الاتحاد $(\cup)$ $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$ وكذلك تتوزع عملية الاتحاد على عملية التقاطع $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

انظر تقاطع واتحاد.

• خاصية التوزيع في الحساب والجبر:

ليكـن لدينا مجموعة الأعداد a و b و c، فإن $a(b+c)=ab+ac$ كما أن

$$2(3+x+2y)=6+2x+4y$$

كـذلـك $(x+2y)(2x+3)=x(2x+3)+2y(2x+3)=2x^2+3x+4yx+6y$.

وإذا كانت العملية غير إبدالية، فيجب التفريق بين التوزيعية اليسارية $a(b+c)=ab+ac$ والتوزيعية اليمينية $(b+c)a=ba+ca$.

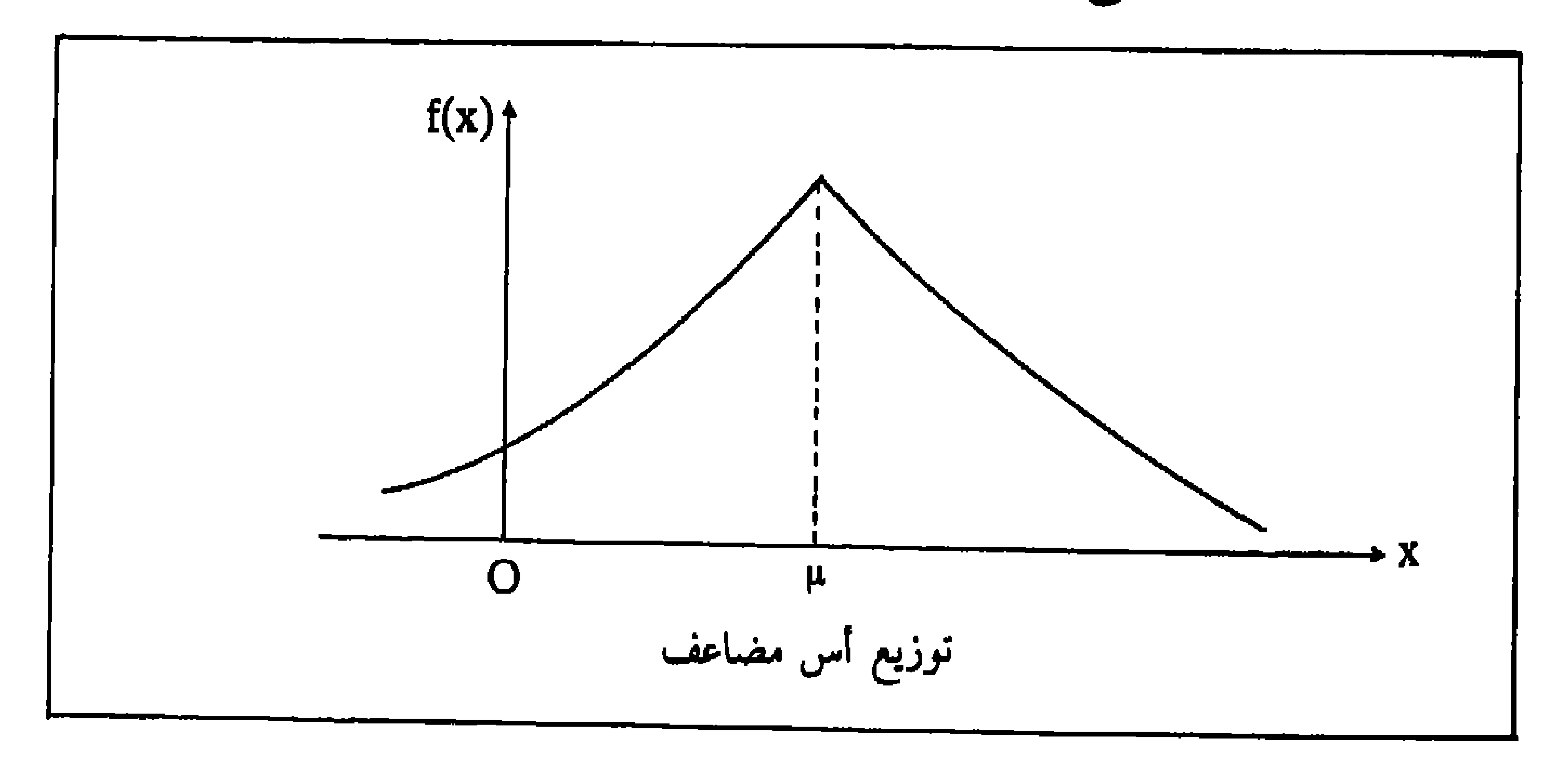
توزيع أس مضاعف DOUBLE EXPONENTIAL DISTRIBUTION

يسمى أيضاً توزيع لابلاس أو قانون الخطأ الأول لـ لابلاس. أما قانون الخطأ الثاني فهو التوزيع الطبيعي (انظر طبيعي: توزيع طبيعي). إن دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الأسي المضاعف، هي $-\infty<x<\infty \quad f(x)=\frac{1}{2}\beta^{e} {}^{-|x-\mu|/\beta}$، حيث $\beta>0$ و $-\infty<\mu<\infty$ ثوابت هي وسطاء التوزيع. أما دالة التوزيع التراكمي، فهي:

$$F(x) = {}^1/_2\, e^{(x-\mu)/\beta}; \quad x>\mu$$

$$= 1 - {}^1/_2\, e^{-(x-\mu)/\beta}, \quad x>\mu$$

وتساوي الدالة المميزة $\phi(t)=e^{i\mu t}(1+\beta^2t^2)^{-1}$. أما وسط التوزيع، فهو $E(x)=\mu$ وتباين التوزيع، هو $Var(x)=2\beta^2$.



توزيع أس مضاعف

PARETO DISTRIBUTION — توزيع باريتو

توزيع احتمالي يستخدم كنموذج لتوزيع الدخول في الاقتصاد. إن دالة الكثافة الاحتمالية هي $f(x)=(\frac{1}{b})(\frac{b}{x})^{a+1};\ b\leq x<\infty$ حيث $a>0$ و $b>0$ ثوابت تمثل وسائط التوزيع. أما دالة التوزيع التراكمي فهي:

$$F(x)=0,\ x<b$$
$$= 1 - (\frac{b}{x})^{a},\ x>b$$

ويساوي وسط هذا التوزيع $E(x) = \frac{ab}{a-1}$ لأجل $a > 1$، ويساوي تباينه $var(x) = \frac{ab^2}{(a-1)^2(a-2)}$ لأجل $a > 2$.

أما أوسط التوزيع فهو $2^{(\frac{1}{a})}b$ وأما منواله فهو b. وتوجد علاقة تربط توزيع بارتيو بالتوزيع الأسي. فإذا كان x يتبع توزيع باريتو بالوسيطين a و b فإن المتغير العشوائي $Y = \beta a \ell n(\frac{X}{b})$ يتبع التوزيع الأسي بوسيط السلم β.

أي أن توزيع Y هو $y > 0$ و $f(y) = \frac{1}{\beta}e^{-y/\beta}$.

انظر **غاما** ــ توزيع غاما والتوزيع الأسي.

DIRICHLET DISTRIBUTION — توزيع ديريخليه

هو توزيع متعدد المتغيرات من النوع المستمر وتكون دالة كثافته الاحتمالية $f(x_1,x_2,...x_k)$ مساوية إلى:

$$\frac{\Gamma(f_1 + f_2 + ... + f_{k+1})}{\Gamma(f_1)\,\Gamma(f_2)\ ...\ \Gamma(f_k+1)}\ X_1^{f_1-1} X_2^{f_2-1} ... X_k^{f_k-1} (1-\sum_{i=1}^{k} x_i)^{f_{K+1}-1}$$

لأجل $x_1, x_2, ..., x_n>0$ و $\sum_{i=1}^{k} x_i<1$ وحيث $f_1,f_2,...f_{k+1}$ أعداد موجبة ثابتة تمثل وسطاء التوزيع. إن التوقعات الرياضية والتباينات والمتغايرات لهذا التوزيع هي كما يلي:

$$E(x_i)= f_i\,|(f_1 + f_2 + ... + f_{k+1});\ i = 1, 2,..., k$$

$$(Var(x_i) = \frac{f_i(f_1 + f_2 + \dots f_{k+1} - f_i)}{f_1 + f_2 + \dots f_{k+1} + 1)(f_1 + f_2 + \dots + f_{k+1})^2} ; i = 1, 2, \dots, k$$

$$cov(x_i, x_j) = \frac{-f_i f_j}{(f_1 + f_2 + \dots + f_{k+1} + 1)(f_1 + f_2 + \dots + f_{k+1})^2} ; i \neq j$$

WEIBULL DISTRIBUTION توزيع ويبل

توزيع احتمالي يستخدم بصورة شائعة لتمثيل توزيع طول الحياة لكثير من أنواع الأدوات والأجهزة الصناعية. إن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل، هي: $f(x)=\frac{r}{\beta}(\frac{x}{\beta})^{r-1}e^{-(x/\beta)^r}, \; x\geq 0$ حيث $\beta>0$ و $r\geq 1$ ثوابت تمثل وسائط التوزيع. إذا كان $r=1$ فإن توزيع ويبل يكون نفس التوزيع الأسي. إن وسط توزيع ويبل، هو: $E(x)=\beta\Gamma(\frac{r+1}{r})$ وأن تباين هذا التوزيع هو:

$$Var(x) = \beta^2\{\Gamma(\frac{r+2}{r}) - \Gamma^2(\frac{r+1}{r})\}$$

حيث Γ هي دالة غاما.

انظر غاما: دالة غاما.

FITTING توفيق

● منحنى أوفق:

انظر تجريبي ـ منحنى تجريبي؛ وانظر كذلك طريقة ـ طريقة أصغر المربعات.

STATIONARY توقف

● حالة توقف:

ليكن هناك نظام طبيعي يمكن وصفه عند الزمن t بمجموعة متغيرات $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ تتغير مع تغير الزمن طبقاً لجملة معادلات تفاضلية:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n); \; x_i(t_o) = c_i; \; i = 1, 2, \dots, n$$

إن حالة التوقف بالنسبة للنظام أعلاه هي مجموعة من القيم $a_1,a_2,\ldots,a_n$ للمتغيرات $x_1,x_2,\ldots,x_n$ بحيث $f_i(a_1,\ldots,a_n) = 0$ for $i = 1,2,\ldots,n$.

انظر مستقر ـ نظام مستقر.

- **عملية توقفية:**

انظر تصادفي ـ عملية تصادفية توقفية.

- **قيمة توقف للتكامل:**

انظر تغير.

- **نقطة توقف:**

نقطة على المنحنى يكون المماس عندها أفقياً. وبالنسبة لدالة بمتغير واحد تكون المشتقة الأولى صفراً عند نقطة التوقف، وبالنسبة لدالة بعدة متغيرات تكون جميع المشتقات الجزئية الأولى أصفاراً عند نقطةالتوقف.

توقع — EXPECTATION

- **توقع الحياة:**

هو متوسط عدد السنين التي من المتوقع أن يعيشها أعضاء مجموعة معينة بعد وصولهم سناً معينة وذلك حسب جدول للوفيات.

- **توقع الحياة التام:**

وهو متوسط عدد السنين الكلي المتوقع لأعضاء مجموعة معينة أن يعيشوها.

- **التوقع الرياضي:**

تعبير مكافىء للقيمة المتوقعة.

- **التوقع المشترك للحياة:**

هو متوسط عدد السنوات التي يحياها شخصان أو أكثر بعد سن معينة.

TUKEY, JOHN WILDER (1915-) توكي

إحصائي أميركي. اهتم كذلك ببحوث العمليات والطوبولوجيا.

● تمهيدية توكي:

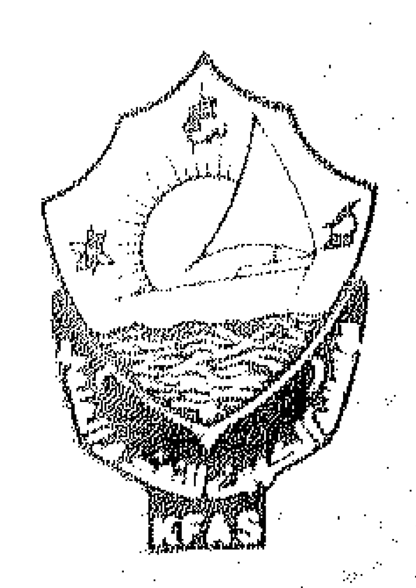
انظر زورن ــ تمهيدية زورن.

THOM, RENE (1923-) توم (رينيه)

رياضي فرنسي اختص بالطوبولوجيا التفاضلية وحاز على ميدالية فيلدز عام 1958. أوجد نظرية التحادد. كما يعتبر بحق منشىء نظرية الكارثة.

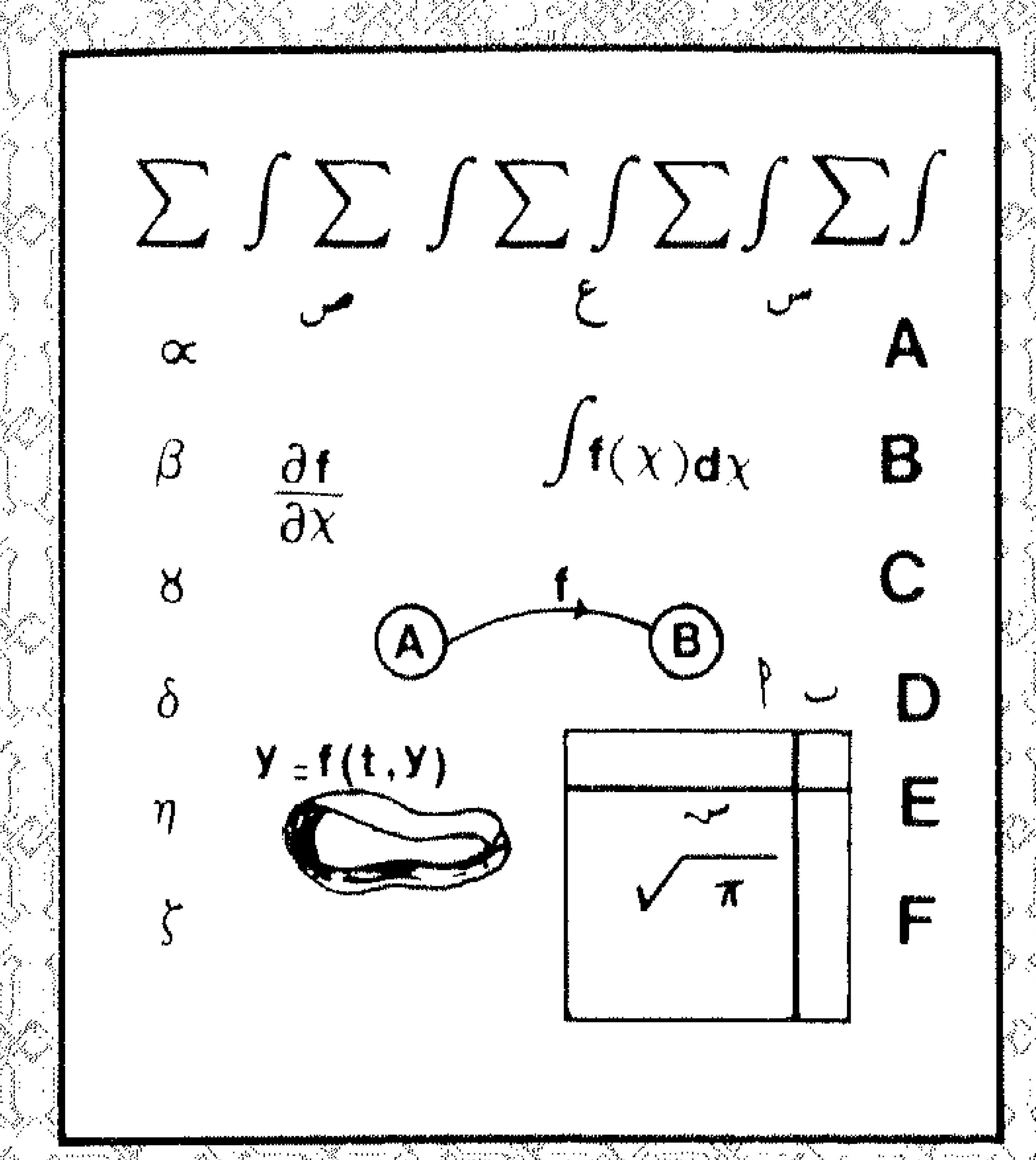
THOMPSON, JOHN GRIGGS (1932-) تومبسون (جون غرغز)

رياضي إنجليزي حاز على ميدالية فيلدز عام 1870. برهن بالاشتراك مع فيت (ولتر) أن كل الزمر البسيطة المنتهية اللادوروية لها مرتبة زوجية. كذلك قام بتحديد الزمر البسيطة المنتهية الأصغرية. أي الزمر التي تكون زمرها الجزئية الفعلية قابلة للحل.



KUWAIT FOUNDATION
FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCES

Authorship and Translation Directorate



Kuwait Science Encyclopedia

MATHEMATICS

Volume One

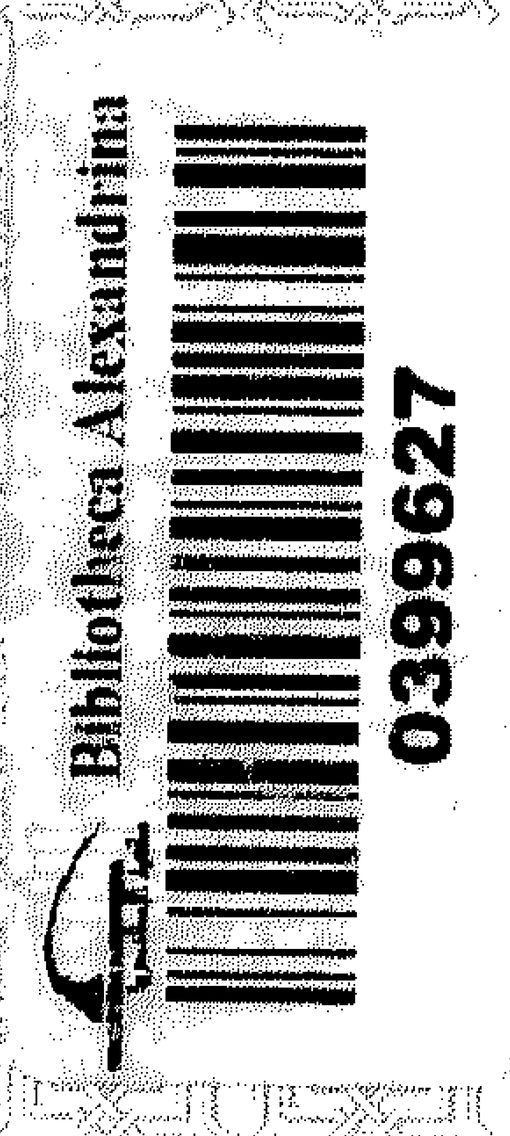
Authors Committee
Head:
Dr. Fozi Mustafa Dannan
B.Sc. Ph.D.

Members:
Dr. Saad Taha Bakir
B.Sc. Ph.D

Dr. Saber Nasr Elaydi
B.Sc. M.Sc. Ph.D

Dr. Hani Reda Farran
Licence C.A.P.E.S. Ph.D.

Consultant:
Dr. Adnan A. Al-Aqeel
B.Sc. Ph.D.



Book and Author Programme
First Edition, 1984
Kuwait

طباعة ذات السلاسل - الكويت